УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН

XI МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

(*конференция Пятницкого*)

1 – 4 июня 2010 г.

Москва, Россия

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

XI INTERNATIONAL CONFERENCE

STABILITY AND OSCILLATIONS OF NONLINEAR CONTROL SYSTEMS

(*Pyatnitskiy conference*)

June 1 – 4, 2010

Moscow, Russia

BOOK OF ABSTRACTS

Москва, 2010

POWER OPTIMIZATION OF FLOW AT REYNOLDS'S GREAT NUMBERS

D. S. Zavalishchin

Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of RAS, Ekaterinburg, Russia

The power optimization problem of a body movement in a viscous medium at Reynolds's great numbers is considered. Control forces for body motion from initial position to a given are required to be found.

СОГЛАСОВАННОСТЬ И УПРАВЛЕНИЕ СПЕКТРОМ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ БИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

В. А. Зайцев

Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия

Рассматривается билинейная управляемая система

$$\dot{x} = (A(t) + u_1(t)A_1(t) + \ldots + u_r(t)A_r(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \qquad (1)$$

Частным случаем системы (1) является линейная управляемая система, замкнутая по принципу неполной обратной связи

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t)C^*(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \qquad (2)$$

Рассмотрим задачу о стабилизации системы (1). В стационарном случае требуется построить (стационарное) управление, которое перемещает спектр собственных значений матрицы системы в левую полуплоскость. В нестационарном случае требуется управлять показателями Ляпунова. Система (1) называется *согласованной на* $[t_0, t_0 + \vartheta]$ [1], если для всякой матрицы $G \in M_n$ найдется кусочно непрерывное управление $u(t) \in \mathbb{R}^r$ такое, что решение матричной задачи Коши $\dot{Z} = A(t)Z + \sum_{i=1}^{r} u_i(t)A_i(t)X(t, t_0)$, $Z(t_0) = 0$ удовлетворяет условию $Z(t_0 + \vartheta) = G$; здесь $X(t, s)$ — матрица Коши системы $\dot{x} = A(t)x$. На основе свойства согласованности в работах Е. Л. Тонкова, С. Н. Поповой, Е. К. Макарова был получен ряд результатов о локальной управляемости показателей Ляпунова системы (2), локальной достижимости и локальной ляпуновской приводимости системы (2).

Предположим, что системы (1) и (2) стационарны:

$$\dot{x} = (A + BUC^*)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{3}$$

$$\dot{x} = (A + u_1 A_1 + \ldots + u_r A_r)x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \tag{4}$$

Будем говорить, что *спектр собственных значений системы* (3) (*или* (4)) *глобально управляем*, если для любого многочлена $p(\lambda) = \lambda^n + \gamma_1 \lambda^{n-1} + \ldots + \gamma_n$, где $\gamma_i \in \mathbb{R}$, существует вещественное постоянное управление $\widehat{U} \in M_{m,k}$ (соответственно $\widehat{u} \in \mathbb{R}^r$) такое, что характеристический многочлен $\chi(A + B\widehat{U}C^*; \lambda)$ (соответственно, $\chi(A + \sum_{i=1}^{r} \widehat{u}_i A_i; \lambda))$ совпадает с $p(\lambda)$. Очевидно, если спектр системы глобально управляем, то система стабилизируема с помощью стационарного управления.

Для системы с полной обратной связью, то есть системы (3) с матрицей $C = I$, спектр глобально управляем тогда и только тогда, когда пара (A, B) вполне управляема, т.е. $\operatorname{rank}[B, AB, \ldots, A^{n-1}B] = n$. Здесь установлены новые необходимые и достаточные условия глобального управления спектром для систем (3) и (4), в случае когда коэффициенты систем имеют специальный вид. Также установлена взаимосвязь между свойством согласованности и глобальной управляемости спектра.

Предположим, что коэффициенты систем (3) и (4) имеют следующий вид: матрица A имеет форму Хессенберга, то есть элементы наддиагонали не равны нулю, а элементы, расположенные выше наддиагонали, равны нулю; первые $p-1$ строк матрицы B и последние $n-p$ строк матрицы C равны нулю; первые $p-1$ строк и последние $n-p$ столбцов матриц A_l, $l = \overline{1,r}$ равны нулю; $p \in \{1, \ldots, n\}$. В этих предположениях справедливы теоремы.

Теорема 1. 1. *Система* (3) *согласованна.*
2. *Спектр системы* (3) *глобально управляем.*
3. *Матрицы* C^*B, C^*AB, $\ldots$, $C^*A^{n-1}B$ *линейно независимы.*
Имеют место импликации $1 \Longrightarrow 2 \Longleftrightarrow 3$.

Теорема 2. 1. *Система* (4) *согласованна.*
2. *Спектр системы* (4) *глобально управляем.*
3. *Ранг* $(n \times r)$*-матрицы* $\{\operatorname{Sp}(A_j A^{i-1})\}_{i=1}^{n}{}_{,j=1}^{r}$ *равен* n.
Имеют место импликации $1 \Longrightarrow 2 \Longleftrightarrow 3$.

Из этих теорем вытекают очевидные следствия о стабилизации систем (3) и (4).

Список литературы

1. *Зайцев В.А., Тонков Е.Л.* Достижимость, согласованность и метод поворотов В.М. Миллионщикова // Известия вузов. Математика. 1999. № 2. С. 35–44.

CONSISTENCY AND CONTROL OVER EIGENVALUE SPECTRUM OF BILINEAR SYSTEMS

V. A. Zaitsev

Udmurt State University, Izhevsk, Russia

The necessary and sufficient conditions in eigenvalue assignment problem have been obtained for linear control systems with incomplete feedback and for bilinear control systems.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЯВНОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

А. М. Зарецкий, Н. В. Кондратьева, Е. П. Соловьева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

В работе рассматриваются электромеханические модели явнополюсных синхронных машин, а именно, двухполюсная и четырехполюсная модели. С этой целью вводится вращающаяся система координат, жестко связанная с вращающимся магнитным полем. Это делает возможным получение дифференциальных уравнений, описывающих качания ротора в новых координатах. С помощью второго метода Ляпунова получены критерии стабилизации синхронных явнополюсных машин.

MATHEMATICAL MODELS OF SALIENT-POLE ELECTRICAL MACHINES

A. M. Zaretsky, N. V. Kondrat'eva, E. P. Solov'yova

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russia

In the work the electromechanical models of salient-pole synchronous machines, namely two-pole and four-pole models, are considered. For