АКАДЕМИЯ НАУК КАЗАХСКОЙ ССР
ТРУДЫ АСТРОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА. Том 43

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

Издательство «Наука» Казахской ССР
Алма-Ата · 1984

Динамическая эволюция звездных систем. – Алма-Ата: Наука, 1984. – 144 с.

В сборнике представлены результаты исследования различных вопросов гравидинамики. Рассмотрены, в частности, некоторые новые модели вращающихся бесстолкновительных конфигураций, вопросы кинетики гравитирующей среды, эволюция нестандартных систем и др. В ряде статей изучаются релятивистские проблемы движения вращающихся тел, а также вопросы теории гравитации и космологии в рамках геометрии Вейля.

Сборник рассчитан на астрономов, физиков, преподавателей вузов и аспирантов.

Д $\frac{1705060000 - 078}{407(05)-84}$ 30.84

АКАДЕМИЯ НАУК КАЗАХСКОЙ ССР
1984 Труды Астрофизического института Том 43

УДК 524.3/4-32

Б.П.Кондратьев

ВОКРУГ КАКОЙ ОСИ ВРАЩАЮТСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ГАЛАКТИКИ?

В последние годы широкую известность получила гипотеза о трехосной форме эллиптических галактик. Гипотезу поддерживают многочисленные кинематические и фотометрические наблюдения /1-4/ и, независимо от них, численные эксперименты по эволюции систем N -тел /5, 6/. В связи с этим весьма актуальны построение и исследование динамических моделей с тремя степенями свободы.

При построении динамических моделей, как правило, предполагается, что вращение галактик (или упорядоченное внутреннее движение вещества) происходит вокруг наименьшей оси симметрии. В рамках традиционного (до недавнего времени) воззрения, согласно которому эллиптические галактики имеют форму сжатого сфероида, альтернативы гипотезе о кинематической выделенности малой оси нет. Однако вопрос об ориентации эллиптических галактик относительно осей вращения неизбежно возникает, коль скоро мы принимаем гипотезу о трехосной форме этих систем.

В классической теории фигур равновесия известны эллипсоидальные конфигурации с вращением вокруг малой и средней осей /7/ (последние не так широко, как первые). Среди неоднородных систем интересна безвихревая, описанная в /8/, вращающаяся вокруг средней оси. В классической теории существуют и такие фигуры, у которых ось вращения совпадает с какой-либо осью симметрии (например, модель K.S.Freeman /9/). Одно из важных отличий в динамике эллипсоидальных систем с изотропным и анизотропным давлением заключается в том, что у последних возможно вращение вокруг длинной оси, а у первых – нет (см. пункт 2). Поэтому для эллиптических галактик допустимо строить модели с тремя возможными направлениями оси вращения.

Замечательной особенностью глобальной динамики эллиптических галактик, как впервые обнаружили F.Bertola, M.Capassioli /10/, является малая величина их вращения. J.J. Binney /11/ применил тензорный метод к эллипсоидам с подобными слоями равной плотности и заключил, что в динамике E-галактик весомую роль играет анизотропия дисперсии скоростей. Учет влияния внутренней структуры эллиптических галактик не отменяет этого вывода, хотя и заметно уменьшает несоответствие между теорией и наблюдениями /12/. Однако неявно предполагалось, что вращение галактики (следовательно, и моделей) происходит только вокруг малой оси /11, 12/.

В данной статье мы исследуем простые динамические модели, которые по-разному ориентированы относительно оси вращения. В следующем разделе найдены условия, определяющие вращение модели вокруг той или иной оси симметрии. Бесстолкновительные системы могут вращаться вокруг длинной оси и, в сравнении с жидкими и газовыми конфигурациями, имеют больше предпосылок для вращения вокруг средней оси. В пункте 2 исследуется устойчивость замкнутых вокруг средней оси орбит. В покоящемся эллипсоиде эти орбиты неустойчивы (согласуется с выводами G.Heiligman, M. Schwarzschild /13/, J.J. Binney /14/ и P.Magnenat /15/), но при его медленном вращении создаются условия для их устойчивости. В пункте 3 показано, что от ориентации модели относительно оси вращения зависит величина отношения энергии вращения к гравитационной энергии. Это позволяет заметно уменьшить несоответствие между величиной вращения и сплюснутостью эллиптических галактик, если отказаться от априорного выделения в качестве осей вращения их малых осей симметрии. В конце статьи результаты кратко обсуждаются.

1. Выделение оси вращения системы. Пусть эллипсоидальная конфигурация с полуосями a_1, a_2, a_3 вращается с угловой скоростью ω вокруг оси OX_3. Диагональные компоненты вириального уравнения 2-го порядка в системе отсчета, связанной с осями эллипсоида, имеют вид

$$2T_{11} + W_{11} + \Pi_{11} + I_{11}\cdot\omega^2 + 2\omega\cdot\int\rho\,\bar{U}_2 X_1\, d^3X = 0, \tag{1}$$

$$2T_{22} + W_{22} + \Pi_{22} + I_{22}\cdot\omega^2 - 2\omega\cdot\int\rho\,\bar{U}_1 X_2\, d^3X = 0,$$

$$W_{33} + \Pi_{33} = 0,$$

где $\rho(\vec{r})$ – плотность; $\varphi(\vec{r})$ – силовая функция; I_{ij} – тензор инерции; T_{ij} – тензор энергии упорядоченного движения; $\Pi_{i\tau} = \int\rho\cdot(U_i - \bar{U}_i)(U_\tau - \bar{U}_\tau)d^3X$ – тензор энергии хаотического движения; $W_{i\tau} = \int_V \rho X_i \frac{\partial\varphi}{\partial X_\tau} d^3X$ – тензор гравитационной энергии.

В системе отсутствует меридиональная циркуляция и положено $T_{33} = 0$. Последний член в первых двух уравнениях (1) описывает действие силы Кориолиса, причем в случае прямых (относительно направления вращения конфигурации) токов вещества следует брать $\bar{U}_1 < 0$ и $\bar{U}_2 > 0$, а для противотоков – $\bar{U}_1 > 0$ и $\bar{U}_2 < 0$. В общем случае $\Pi_{11} \neq \Pi_{22} \neq \Pi_{33}$, и уравнения (1) позволяют исследовать динамику конфигураций с анизотропным давлением. В качестве меры анизотропии удобно взять отношение

$$k = (\Pi_{11} + \Pi_{22})/2\Pi_{33}. \tag{2}$$

Для системы с изотропным давлением $k = 1$, но обратное неверно, так как при $k = 1$ возможно и $\Pi_{11} \neq \Pi_{22}$.

В классической теории фигур равновесия всегда априорно предполагается, что форма и внутренняя структура конфигурации никак не влияет на тензор дисперсии скоростей и давление изотропно. В то же время структура и форма бесстолкновительной системы определяет движение частиц, а вследствие этого и тензор дисперсии скоростей локально в каждой внутренней точке. Тогда величина k из (2) будет зависеть от геометрических и динамических свойств данной бесстолкновительной модели. Например, у самосогласованной бесстолкновительной модели однородного сжатого сфероида /16/ k монотонно возрастает с увеличением сплюснутости $\varepsilon = 1 - a_3/a_2$: для $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 0{,}67$ $0{,}4 \leqslant k \leqslant 1$ и $k > 1$ при $\varepsilon > 0{,}67$. Легко показать, что в модели однородного трехосного эллипсоида, исследованной K.C.Freeman, $k\left(\frac{a_1}{a_2}, \frac{a_1}{a_3}\right)$ ведет себя качественно так же, как и в модели однородного сфероида. Построить фазовую модель неоднородного бесстолкновительного эллипсоида из-за значительных математических трудностей пока не удается, и тем ценнее результаты численных расчетов /6, 17, 18/. Как показывают оценки, вращающиеся вокруг короткой оси бесстолкновительные системы с реальным для галактик распределением плотности уже при средних сплюснутостях имеют $k \approx 2 \div 3$.

Из уравнений (1) с помощью (2) получим формулу для энергии вращения в инерциальной системе отсчета:

$$T_{rot} = \frac{2kW_{33} - W_{11} - W_{22}}{2}. \qquad (3)$$

Из (3) следует, что T_{rot} несимметрична относительно компонентов тензора гравитационной энергии. Вследствие этой несимметричности и очевидного для эллипсоидальной конфигурации с $a_i > a_j$ неравенства $W_{ii} < W_{jj}$, возможны комбинации вращения вокруг осей:

а) короткой:

$$a_3 < a_2 < a_1,$$

$$W_{33} > W_{22} > W_{11};$$

б) средней:

$$a_1 < a_3 < a_2,$$

$$W_{11} > W_{33} > W_{22};$$

в) длинной:

$$a_3 > a_2 \neq a_1$$

$$W_{22} > W_{33} \neq W_{11}.$$

Из 1 и 3-го уравнений (1) легко получить равенство

$$\Delta W = W_{11} - W_{33} = \Pi_{33} - \Pi_{11} - 2T_{11} - I_{11}\omega^2 - 2\omega\int\limits_V \rho \overline{U}_2 X_1 d^3X, \quad (4)$$

позволяющее описать вращение системы вокруг ее короткой (при $\Delta W < 0$) или средней (при $\Delta W > 0$) оси. Если в динамических моделях вклад вихревых токов в полное движение задается некоторым параметром (эллипсоиды Римана), критическую точку $a_1 = a_3$ на последовательности фигур равновесия определяет уравнение $\Delta W = 0$. В случае отсутствия такого параметра выражение (4) есть просто тождество (это имеет место в модели Freeman). Согласно (4), вращение бесстолкновительных систем вокруг средней оси возможно как при сильных противотоках вещества, так и при некоторой комбинации между вихревыми токами и величиной анизотропии дисперсии скоростей $\Pi_{33} - \Pi_{11}$. Для фигур же с изотропным давлением вращение вокруг средней оси возможно только при сильных противотоках вещества (например, безвихревые эллипсоиды Римана).

Вращаться вокруг длинной оси могут лишь бесстолкновительные системы. Необходимым условием для этого является неравенство $k < k_{крит}$. Легко видеть, что $k_{крит} = \dfrac{W_{11}+W_{22}}{2W_{33}}$ должно быть меньше единицы (ср. с формулой (2)). Например, для эллипсоида с подобными слоями (в данном случае $k_{крит}$ вообще не зависит от распределения плотности) и отношениями полуосей $a_1/a_2 = 0,5$, $a_2/a_3 = 0,6$ находим $k_{крит} = 0,54$. Среди моделей с вращением вокруг длинной оси из фазовых известны только однородные по плотности, а из численных – модель Schwarzschild /18/.

2. Необходимые условия для существования замкнутых орбит вокруг средней оси. Предположим, что в равновесной конфигурации выполняются динамические условия для вращения вокруг средней оси (см. пункт 2). Система однако разрушится, если орбиты частиц с отличным от нуля моментом вращения вокруг средней оси окажутся неустойчивыми. В потенциале невращающегося эллипсоида с реальным для галактик распределением плотности таких орбит (tube orbits) не существует. G. Heiligman, M.Schwarzschild связывают это с обнаруженной ими (и подтвержденной в работах /14, 15/) неустойчивостью замкнутых в плоскости (X_1, X_2) орбит. Установлено следующее: при вращении частицы в плоскости эллипсоида (X_1, X_2) периодически изменяется величина компоненты притяжения к данной плоскости. Следовательно, если период вращения в плоскости (X_1, X_2) близок к периоду колебаний по оси OX_3, то происходит периодическая перекачка энергии от движений в этой плоскости в колебания, и амплитуда последних неограниченно возрастает. В результате орбита разрушается.

Необходимое условие существования замкнутых эллипсоидальных орбит – отсутствие описанного резонанса между двумя периодами. Об этом говорит и существование устойчивых замкнутых орбит вокруг длинной и короткой оси покоящегося эллипсоида /13/. Покажем, что для разрушения резонанса достаточно создать медленное вращение всей конфигурации вокруг средней оси.

Рассмотрим простую модель эллипсоида с подобными слоями и реальным для галактик распределением плотности /12/:

$$\rho(m^2) = \left[1+\beta m^2\right]^{-3/2}, \qquad (5)$$

где $m^2 = \sum_{i=1}^{3} \frac{X_i^2}{a_i^2}$ и $0 \leqslant m \leqslant 1$; β – некоторая постоянная, находимая выравниванием данных фотометрии.

Уравнение движения частицы вдоль OX_3

$$\ddot{X}_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial X_3} \tag{6}$$

после подстановки в правую часть известного выражения потенциала принимает вид

$$\ddot{X}_3 = -2\pi G a_1 a_2 a_3 \cdot X_3 \cdot \int_0^\infty \frac{\rho(m^2(u))}{\Delta(u)\cdot(a_3^2+u)}\, du, \tag{7}$$

где

$$m^2(u) = \sum_{i=1}^{3} \frac{X_i^2}{a_i^2+u}\,; \quad \Delta(u) = (a_1^2+u)(a_2^2+u)(a_3^2+u) \text{ и } a_2 > a_3 > a_1.$$

Перейдем к сферическим координатам r, Φ, Θ и разложим $\rho\,(m^2(u))$ в ряд по сферическим функциям. В результате (7) принимает форму уравнения Хилла. Однако исследовать на устойчивость решения данного уравнения сложно, поэтому ограничимся в разложении $\rho\,(m^2(u))$ членами (приложение)

$$\rho(m^2(u)) \simeq A_0^0(r,u) + A_2^0(r,u)\frac{3\cos^2\Theta - 1}{2} + A_2^2(r,u)3\sin^2\Theta\cos 2\Phi \tag{8}$$

Тогда уравнение (7) приведем к виду

$$\ddot{X}_3 + X_3(b - 2q\cdot\cos 2\Phi) = 0, \tag{9}$$

где

$$b = 2\pi G a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{A_0^0 + \frac{3\cos^2\Theta - 1}{2}A_2^2}{\Delta(u)\cdot(a_3^2+u)}\, du;$$

$$q = 3\pi G a_1 a_2 a_3 \sin^2\Theta \int_0^\infty \frac{A_2^2}{\Delta(u)(a_3^2+u)}\, du. \tag{10}$$

Исследуем на устойчивость почти круговые (в плоскости (X_1, X_2)) орбиты с малой амплитудой колебаний по оси OX_3. Положим в формулах (10) $\Theta = \pi/2$ и введем две частоты: Ω_0 - для движения в плоскости (X_1, X_2) покоящегося и Ω - вращающегося эллипсоидов. Тогда

$$\Omega_0^2 \pm 2\omega\Omega = \omega^2 + \Omega^2 \quad \text{и} \quad \Omega \simeq \Omega_0 \pm \omega, \tag{11}$$

где верхний (нижний) знак соответствует случаю попятного (прямого) движения относительно направления вращения эллипсоида. Сделав замену переменной в уравнении (9) $t = \Phi / (\Omega_0 \pm \omega)$, получим уравнение Матье

$$\frac{d^2 X_3}{d\Phi^2} + X_3(\tilde{b} - 2\tilde{q}\cos 2\Phi) = 0, \tag{12}$$

где

$$\tilde{b} = b/(\Omega_0 \pm \omega)^2, \quad \tilde{q} = q/(\Omega_0 \pm \omega)^2. \tag{13}$$

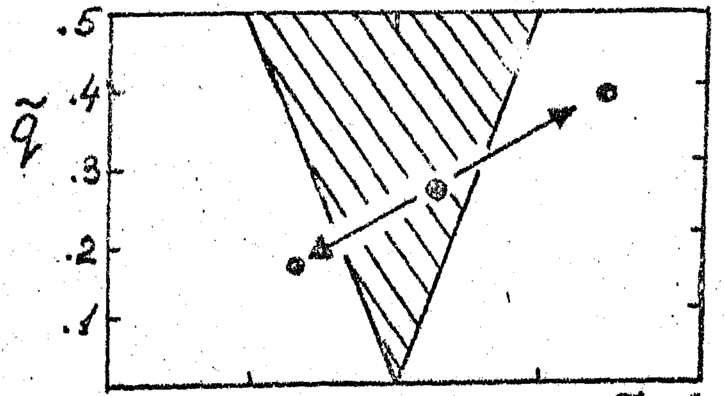

Рис. 1. Диаграмма ($\tilde{b}$, $\tilde{q}$) для решений уравнения Матье. Заштрихована область неустойчивости. Показано положение изображающих точек при вращении частицы вокруг средней оси эллипсоида: точка для случая покоящегося эллипсоида (в центре) смещается при его вращении вправо или влево (что соответствует прямому или попятному движению частицы)

Область устойчивости решений уравнения Матье хорошо известна и для малых $\tilde{q}$ изображена на рис. 1. Найдем по формулам (12, 13) значения $\tilde{b}$ и $\tilde{q}$, взяв отношения осей эллипсоида $\frac{a_1}{a_3} = 0{,}8$, $\frac{a_3}{a_2} = 0{,}6$ и $\beta = 10^3$. Для случая $\omega = 0$ расчеты дают: при радиусе орбиты $r = 1/3$ – $\tilde{b} = 1{,}07$ и $\tilde{q} = 0{,}27$; при $r = 1/2$ – $\tilde{b} = 1{,}08$ и $\tilde{q} = 0{,}27$. Изменение r почти не влияет на $\tilde{b}$ и $\tilde{q}$. Точка с данными $\tilde{b}$ и $\tilde{q}$ попадает на рис. 1 в область неустойчивости (резонанса). В случае же вращения эллипсоида $\omega \neq 0$ и изображающая точка смещается влево или вправо относительно прежнего положения. Поскольку $\tilde{q}/\tilde{b} = 0{,}25 < 1$, изображающая точка всегда при соответствующем значении ω/Ω_0 может покинуть область неустойчивости (граница последней $\tilde{q} \simeq 1 \pm \tilde{b}$). Например, уже при $\omega/\Omega_0 = 0{,}2$ точка переходит в область устойчивости как при прямом, так и при попятном движении частицы (см.рис. 1). Качественно это подтверждает заключение P.Magnenat /15/ о существовании во вращающемся эллипсоиде устойчивых орбит вокруг средней оси. В покоящемся эллипсоиде замкнутые вокруг короткой или длинной оси орбиты устойчивы, но если эллипсоид вращается вокруг одной из отмеченных осей, то устойчивость может и нарушиться. Интересно, что это может произойти только при определенном направлении движения частицы. Легко видеть: во вращающемся вокруг малой оси эллипсоиде орбита частицы неустойчива (устойчива) при попятном (прямом) ее движении. В случае же вращения вокруг большой оси орбита устойчива при попятном движении, но прямое вращение может сделать ее неустойчивой.

3. Модельные расчеты. T_{rot} для эллипсоида с определенной внутренней структурой зависит от его ориентации относительно оси вращения (а также от величины параметра анизотропии дисперсии скоростей k). Для иллюстрации этого эффекта проведем численные расчеты на модели с подобными слоями и $k = 1$. Зависимость между сплюснутостями ($\varepsilon_{ij} = 1 - a_i/a_j$) ортогональных сечений определим формулой

$$\varepsilon_{31} = \ell \cdot \varepsilon_{32} . \qquad (14)$$

В области $0 \leqslant \ell \leqslant 1$ вращение происходит вокруг короткой оси: при $\ell = 1$ (=0) мы имеем сжатый (вытянутый) сфероид, а при любом промежуточном значении ℓ – трехосный эллипсоид. В случае же $\ell < 0$ эллипсоид вращается вокруг средней оси.

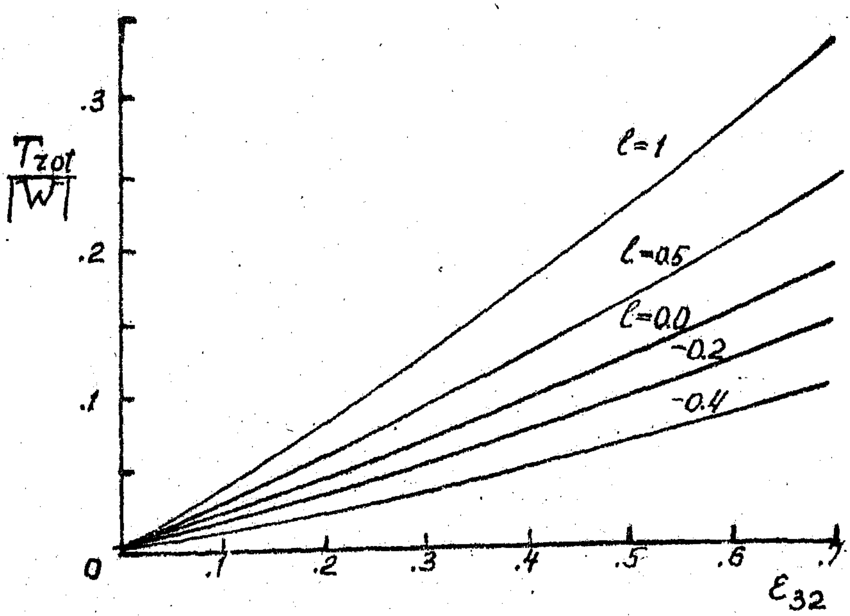

Рис. 2. Зависимость $T_{rot}/|W|$ от сплюснутости эллипсоида ε_{32}, вращающегося вокруг короткой (при $\ell < 0$) или средней (при $0 \leqslant \ell \leqslant 1$) оси. Параметр анизотропии $k = 1$

Подставив в (3) известные выражения W_{ij} /19/, легко найти

$$\mu \cong \frac{T_{rot}}{|W|} = 0.5 \cdot \left(1 - 3\,\frac{A_3 a_3^2}{I}\right), \qquad (15)$$

где W – гравитационная энергия ($\cong W_{ii}$);

$$A_i = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{du}{\Delta(u)\cdot(a_i^2+u)} ;$$

$$I = \sum_{i=1}^{3} A_i a_i^2 .$$

Семейство графиков μ (ε_{32}) для различных ℓ показано на рис. 2. Как и следовало ожидать, с убыванием ℓ величина T_{rot} / $|W|$ при данном ε_{32} уменьшается.

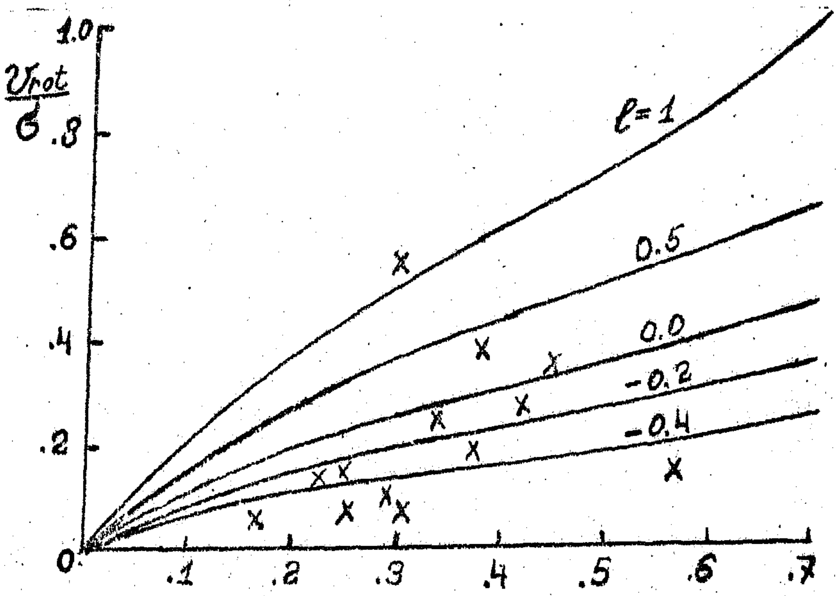

Рис. 3. Зависимость V_{rot}/σ от ε_{32}. Обозначения те же, что на рис. 2. Все V_{rot} умножены на фактор проекции P: для сжатого сфероида $P = \pi/4$, а для трехосных взято среднее значение $P \approx 0{,}85$. Крестики – данные наблюдений 14 галактик /1/

Отношение T_{rot} / $|W|$ можно связать с наблюдаемыми у эллиптических галактик максимальной скоростью вращения V_{rot} и дисперсией скоростей σ. Кривые вращения и профили дисперсии скоростей у них почти плоские. Поэтому галактику характеризует величина отношения V_{rot}/σ. Тогда

$$\frac{V_{rot}}{\sigma} = \left(\frac{\mu}{0.5-\mu}\right)^{1/2}, \tag{16}$$

Семейство кривых V_{rot}/σ при различных ℓ показано на рис. 3. Для сравнения там же нанесены данные наблюдений. Как видно уже на грубой модели, расхождение с ними при убывании ℓ в среднем уменьшается.

4. Обсуждение и заключение. Ранее результаты наблюдений по вращению эллиптических галактик сравнивались с расчетами моделей, вращающихся только вокруг короткой оси (см.рис. 3, графики с $0 \leqslant \ell \leqslant 1$). При таком подходе расхождение теории и наблюдений можно было ликвидировать единственным способом – лишь допуская у галактик существование сильной анизотропии дисперсии скоростей. Поясняя это, вернемся к формуле (8): при заданном отношении осей слоисто-неоднородного эллипсоида находились (с учетом реальной внутренней структуры галактики) компоненты тензора гравитационной энергии и, подобрав значение k, устранялось расхождение теории и наблюдений. Основной результат данной статьи в том, что отказ от гипотезы обязательного вращения эллиптических галактик вокруг малой оси может дать еще один способ для устранения упомянутого расхождения. Заметим следующее: ориентация вращения самосогласованных моделей определяет в них и характер анизотропии дисперсии скоростей. Значит, в данных моделях параметр k – есть функция от компонентов тензора гравитационной энергии. В будущем, когда самосогласованные модели придут на смену имеющимся, для объяснения результатов наблюдений достаточно знать только ориентацию галактики относительно ее оси вращения.

Наблюдательные данные, по которым можно было бы судить об ориентации галактик относительно осей вращения, пока немногочисленны, их интерпретация неоднозначна. Так, наблюдения некоторых эллиптических радио-галактик с полосами пыли допускают вращение и вокруг длинной, и малой оси /20/. Наблюдения же галактик без структурных особенностей (пылевых полос, дисков HI) еще менее информативны. Более определенным является вращение баров спиральных галактик. Общие соображения исключают у них вращение (но не меридиональную циркуляцию!) вокруг длинной оси, однако наблюдения допускают для некоторых вращение вокруг средней оси /21/.

Важность выяснения ориентации Е-галактик относительно осей вращения связана не только с построением новых динамических моделей, но и с происхождением, и эволюцией этих систем. Например, в схеме образования Е-галактик в ходе бурной релаксации из сильно сплюснутых вначале систем /5/ следует считать $k<1$, что делает невозможным вращение вокруг длинной оси. Следствием другой гипотезы (образование эллиптических галактик в результате слияния двух звездных систем) является любая теоретически возможная ориентация. Однако в самой гипотезе слияния имеются существенные изъяны.

Приложение

Коэффициенты A_n^p разложения в ряд по сферическим функциям для функции ρ (m^2 (u)), записанной в виде

$$\rho=\left[1+\beta r^2\left(\frac{a_1^2}{a_1^2+u}\sin^2\theta\cdot\sin^2\Phi+\frac{a_2^2}{a_2^2+u}\sin^2\theta\cos^2\Phi+\frac{a_3^2}{a_3^2+u}\cos^2\theta\right)\right]^{-3/2}, \quad (\text{П.1})$$

находятся по известным формулам. Например:

$$A_0^0=\frac{1}{4\pi}\iint\rho(\theta',\Phi')\sin\theta' d\theta' d\Phi'. \quad (\text{П.2})$$

Проинтегрировав по Φ' и представив результат рядом, получим

$$A_0^0=\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}\ell_1^{-3/2}\left(1+\frac{3}{2}\frac{\ell_2}{\ell_1}\sin^2\Phi+\frac{15}{8}\left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^2\sin^4\Phi+\ldots\right)\sin^2\theta' d\theta', \quad (\text{П.3})$$

где обозначено

$$\ell_1 = 1+\beta r^2\left(\frac{a_2^2}{a_2^2+u}\sin^2\Theta'+\frac{a_3^2}{a_3^2+u}\cos^2\Theta'\right),$$

$$\ell_2 = \beta r^2\left(\frac{a_2^2}{a_2^2+u}-\frac{a_1^2}{a_1^2+u}\right)\sin^2\Theta'.$$

Ограничиваясь в (П.3) тремя членами ряда и проведя интегрирование по Θ', получим

$$A_0^0 = Z_2^{-3/2}+0.5(Z_1+Z_3)\cdot Z_2^{-5/2}. \qquad (П.4)$$

Аналогично находим и остальные коэффициенты:

$$A_2^0 = -\frac{5}{2}A_0^0+\frac{5}{2}Z_2^{-3/2}+\frac{9}{4}Z_3\cdot Z_2^{-5/2}+\frac{3}{4}Z_1\cdot Z_2^{-5/2}, \qquad (П.5)$$

$$|A_2^2| = \frac{1}{4}Z_1\cdot Z_2^{-5/2}+\frac{5}{56}Z_1\cdot Z_3\cdot Z_2^{-7/2}+\frac{15}{56}Z_1^2\cdot Z_2^{-7/2}. \qquad (П.6)$$

A_2^2 можно взять по модулю, так как замена в (8) Ф на Ф + $\frac{\pi}{2}$ физического смысла задачи не меняет.

В формулах (П.4–П.6) обозначено:

$$Z_1 = \beta r^2\left(\frac{a_2^2}{a_2^2+u}-\frac{a_1^2}{a_1^2+u}\right);$$

$$Z_2 = 1+\beta r^2\frac{a_2^2}{a_2^2+u};$$

$$Z_3 = \beta r^2\left(\frac{a_2^2}{a_2^2+u}-\frac{a_3^2}{a_3^2+u}\right).$$

Литература

1. Illingworth G. – Ap. J., 1977, v.218, p. L43–L47.

2. Schehter P.L., Gunn J.E. – Ap.J., 1979, v. 229, p.472–484.

3. Galletta G. – Astron.astrophys., 1980, v.81, p.179–181.

4. Leach R. – Ap.J., 1981, v.248, p.485–493.

5. Aarseth S.J., Binney J.J.– M.N.of R.A.S., 1978, v.185, p.227–243.

6. Miller R.H., Smith B.E. – Ap.J., 1979, v.227, p.407–414.

7. Чандрасекхар С. Эллипсоидальные фигуры равновесия. М., 1973. 288 с.

8. Clement M.J. – Ap.J., 1967, v.148, p.159–174.

9. Freeman K.S. – M.N. of R.A.S., 1966, v.134, p. 1–14.

10. Bertola F., Capassioli M. Dynamics of early type galaxies. I. – Ap.J., 1975, v. 200, p. 439–445.

11. Binney J.J. – M.N. of R.A.S. 1978, v. 183, p. 501–514.

12. Кондратьев Б.П. Анизотропия дисперсии скоростей в эллиптических галактиках. – Письма в АЖ, 1981, т. 7, с. 83–87.

13. Heiligman G., Schwarzschild M. – Ap.J., 1979, v.233, p.872–876.

14. Binney J.J. – M.N. of R.A.S., 1981, v.196, p. 455–467.

15. Magnenat P. – Astron. Astrophys., 1982, v. 108, p.89–94.

16. Кондратьев Б.П. Однородная модель самогравитирующего сжатого сфероида с анизотропией дисперсии скоростей (препринт ФИАН), 1978, № 244. 27 с.

17. Merrit D. – Ap.J., Suppl.Ser., 1980, v.43, p.435–439.

18. Schwarzschild M. – Ap.J., 1979, v. 232, p.236–247.

19. Roberts P.H. – Ap.J., 1962, v. 136, p.1108–1114.

20. Albada T.S., Cotany C.G., Schwarzschild M.– M.N. of R.A.S.,1982,v.198,p.303–310.

21. Stark A.A. – Ap.J.,1977, v.213, p.368–373.