

УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*На правах рукописи*  
УДК 517.934

БЛАГОДАТСКИХ АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ

**КОНФЛИКТНО УПРАВЛЯЕМЫЕ ПРОЦЕССЫ  
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГРУПП  
УПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ**

01.01.02 – дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Ижевск 2005 г.

Работа выполнена в Ижевском государственном техническом университете.

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук,  
доцент Н. Н. Петров

Официальные оппоненты – доктор физико-математических наук,  
профессор В. И. Ухоботов  
кандидат физико-математических наук,  
доцент С. В. Лутманов

Ведущая организация – Институт математики и механики УрО РАН

Защита состоится на заседании диссертационного совета  
К 212.275.04 при Удмуртском государственном университете по адресу:  
г. Ижевск, ул. Университетская 1(корп. 4), Математический факультет.  
E-mail: imi@uni.udm.ru

"....." ..... 2005 г. в 14 часов в ауд. 216.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Удмуртского  
государственного университета.

Автореферат разослан "....." ..... 2005 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

к.ф.-м.н., доцент Н. Н. Петров

**Актуальность темы.** Теория конфликтно управляемых процессов представляет собой интенсивно развивающийся раздел современной математики. В данной теории исследуются задачи управления динамическими процессами в условиях конфликта, который предполагает наличие двух или более сторон, способных воздействовать на процесс с противоположными или несовпадающими целями. Динамические процессы, описываемые обычными дифференциальными уравнениями, называют также дифференциальными играми.

Развитие теории дифференциальных игр стимулировалось наличием реальных прикладных задач, имеющих важное значение для механики, экономики, военного дела, радиоэлектроники, биологии и некоторых других областей.

Становление этой теории связано с исследованиями Р. Айзекса, А. Брайсона, У. Флеминга, Ю. Хо, Б. Н. Пшеничного, Л. А. Петросяна.

В Советском Союзе активная разработка теории дифференциальных игр началась после фундаментальных работ Н. Н. Красовского и Л. С. Понtryгина. Существенный вклад в эту разработку внесли В. Д. Батухин, Р. В. Гамкрелидзе, Н. Л. Григоренко, П. Б. Гусятников, В. И. Жуковский, М. И. Зеликин, А. Ф. Клейменов, А. В. Кряжимский, А. Б. Куржанский, В. Н. Лагунов, А. А. Меликян, Е. Ф. Мищенко, М. С. Никольский, Ю. С. Осипов, А. Г. Пашков, Н. Н. Петров, Г. К. Пожарицкий, Е. С. Половинкин, Н. Ю. Сатимов, А. И. Субботин, Н. Н. Субботина, В. Е. Третьяков, Н. Т. Тынянский, В. И. Ухоботов, В. Н. Ушаков, А. Г. Ченцов, Ф. Л. Черноусько, А. А. Чикрий и многие другие авторы.

Из зарубежных авторов можно в первую очередь отметить работы Л. Берковича, Д. Брейквелла, Н. Калтона, А. Фридмана, Р. Эллиота, Дж. Лейтмана, Р. П. Иванова и других авторов.

Одним из важных разделов теории дифференциальных игр являются задачи преследования-убегания с участием группы управляемых объектов, хотя бы с одной из противоборствующих сторон. При этом ситуация может быть осложнена наличием ограничений на состояния объектов.

Одна из первых задач, линейная глобальная задача уклонения, была поставлена Л. С. Понtryгиным и Е. Ф. Мищенко<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Понtryгин Л. С., Мищенко Е. Ф. Задача об убегании одного управляемого объекта от другого// ДАН СССР, 1969, Т. 189, №4, С. 721-723

В этом направлении следует отметить также работы А. Азамова, М. С. Габриэляна, В. Л. Зака, А. В. Мезенцева, В. В. Остапенко, В. С. Пацко, И. С. Раппопорта, Б. Б. Рихсиева, С. И. Тарлинского и других авторов.

Наибольшую трудность для исследований представляет задача конфликтного взаимодействия между двумя управляемыми объектами<sup>234</sup>. Специфика этих задач требует создания новых методов их исследования.

**Цель данной работы** – изучение задач преследования-убегания с участием группы управляемых объектов, хотя бы с одной из противоборствующих сторон, и нахождение условий разрешимости в этих задачах.

**Научная новизна.** Все результаты диссертации являются новыми и снабжены полными доказательствами:

1. Для примера Л. С. Понtryгина и колебательного конфликтно управляемого процесса с равными возможностями участников получены достаточные условия поимки группой преследователей одного убегающего при дискриминации последнего.

2. Для примера Л. С. Понtryгина и колебательного конфликтно управляемого процесса с равными возможностями участников получены достаточные условия поимки группой преследователей заданного числа убегающих, при условии, что первоначально убегающие выбирают свои управления на  $[0, \infty)$ , а каждый преследователь ловит не более одного убегающего.

3. Построено позиционное управление, обеспечивающее мягкое убегание всех убегающих, использующих одинаковое управление, от группы преследователей, обладающих меньшей маневренностью.

**Теоретическая и практическая ценность.** Работа носит теоретический характер. Все результаты могут быть использованы для дальнейших исследований по теории дифференциальных игр со многими участниками.

---

<sup>2</sup>Чикрий А. А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наук. думка, 1992

<sup>3</sup>Петров Н. Н., Петров Н. Никандров. О дифференциальной игре "казаки-разбойники" // Дифф. уравнения, 1983, Т. 19, №8, С. 1366-1374

<sup>4</sup>Григоренко Н. Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: МГУ, 1990

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались:

- на Российской научной конференции "Функционально-дифференциальные уравнения и их приложения" (Ижевск, 2002)
- на Шестой Российской университетско-академической научно-практической конференции (Ижевск, 2004)
- на Всероссийской конференции "Алгоритмический анализ неустойчивых задач" (Екатеринбург, 2004)
- на Третьей Всероссийской научной конференции "Проблемы современного математического образования в ВУЗах и школах России" (Киров, 2004)
- на Международной научной конференции "Дифференциальные уравнения с частными производными и родственные проблемы анализа и информатики" (Узбекистан, Ташкент, 2004)
- на Ижевском городском семинаре по дифференциальным уравнениям и теории управления (Ижевск, 2004)

Работа поддержанна Федеральным агентством по образованию (грант А04-2.8-60) и программой "Университеты России" (грант 34126).

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 10 работах.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 2 глав, 8 параграфов, 7 рисунков и списка литературы. Объем работы 105 страниц. Список литературы включает 175 наименований.

### **Краткое содержание работы**

Во введении сделан обзор исследований других авторов и излагается краткое содержание диссертации по параграфам.

Первая глава содержит 6 параграфов и посвящена задачам группового преследования одного и нескольких убегающих.

Первый параграф носит вспомогательный характер, здесь доказаны некоторые свойства почти периодических функций специального вида и приведена теорема Холла о существовании системы различных представителей.

Все приведенные ниже дифференциальные игры рассматриваются в пространстве  $R^\nu (\nu \geq 2)$ .

Во втором параграфе рассматривается дифференциальная игра Г на  $n + 1$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и убегающего  $E$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением

$$x_i^{(l)} + a_1 x_i^{(l-1)} + a_2 x_i^{(l-2)} + \cdots + a_l x_i = u_i, \quad u_i \in V, \quad (1)$$

закон движения убегающего  $E$  имеет вид

$$y^{(l)} + a_1 y^{(l-1)} + a_2 y^{(l-2)} + \cdots + a_l y = v, \quad v \in V. \quad (2)$$

При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i^{(q)}(0) = X_i^q, \quad y^{(q)}(0) = Y^q, \quad \text{причем } X_i^0 \neq Y^0 \text{ для всех } i, \quad Z_0 = (X_i^q, Y^q).$$

Здесь и далее  $x_i, y, u_i, v \in R^\nu$ ,  $a_1, a_2, \dots, a_l \in R^1$ ,  $V$  – строго выпуклый компакт  $R^\nu$  такой, что  $\text{Int}V \neq \emptyset$ ,  $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $q = 0, 1, \dots, l-1$ .

Вместо (1), (2) рассмотрим уравнение с начальными условиями

$$z_i^{(l)} + a_1 z_i^{(l-1)} + a_2 z_i^{(l-2)} + \cdots + a_l z_i = u_i - v, \quad z_i^{(q)}(0) = Z_i^q = X_i^q - Y^q.$$

**Определение 1.** В игре  $\Gamma$  возможна поимка, если существует момент  $T_0 = T_0(Z_0)$ , что для любого допустимого управления  $v(t)$  найдутся допустимые управления

$$u_i(t) = u_i(t, Z_0, v(s), 0 \leq s \leq t)$$

такие, что для некоторых  $\tau \in [0, T_0]$ ,  $\alpha \in I$  выполнено  $z_\alpha(\tau) = 0$ .

Через  $\varphi_q$  обозначим решение уравнения с начальными условиями

$$\omega^{(l)} + a_1 \omega^{(l-1)} + a_2 \omega^{(l-2)} + \cdots + a_l \omega = 0$$

$$\omega(0) = 0, \dots, \omega^{(q-1)}(0) = 0, \quad \omega^{(q)}(0) = 1, \quad \omega^{(q+1)}(0) = 0, \dots, \omega^{(l-1)}(0) = 0.$$

**Предположение 1.** Все корни характеристического уравнения

$$\lambda^l + a_1 \lambda^{l-1} + a_2 \lambda^{l-2} + \cdots + a_l = 0$$

являются простыми и чисто мнимыми.

Пусть далее,

$$\xi_i(t) = \varphi_0(t) Z_i^0 + \varphi_1(t) Z_i^1 + \cdots + \varphi_{l-1}(t) Z_i^{l-1}.$$

Считаем, что  $\xi_i(t) \neq 0$  для всех  $i, t > 0$ , ибо если  $\xi_\alpha(\tau) = 0$  при некоторых  $\alpha \in I, \tau > 0$ , то преследователь  $P_\alpha$  ловит убегающего  $E$  к моменту  $\tau$ , полагая  $u_\alpha(t) = v(t)$ ,  $t \in [0, \tau]$ .

Обозначим через  $H_i$  кривые

$$H_i = \{\xi_i(t), t \in [0, \infty)\}.$$

**Условие 1.** Существуют  $h_i^0 \in H_i$  такие, что

$$0 \in \text{Intco}\{h_i^0\}.$$

**Т е о р е м а 1.** Пусть выполнены предположение 1 и условие 1. Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка.

**Условие 2.** Начальные позиции участников таковы, что

$$0 \in \text{Intco}\{Z_i^0\}.$$

**С л е д с т в и е 1.** Пусть выполнены предположение 1 и условие 2. Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка.

**Т е о р е м а 2.** Пусть выполнено предположение 1,  $\nu = 2$  и  $n = 2$ . Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка из любых начальных позиций.

В третьем параграфе рассматривается игра  $\Gamma$   $n + m$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и  $m$  убегающих  $E_1, E_2, \dots, E_m$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением (1), закон движения каждого убегающего  $E_j$  имеет вид

$$y_j^{(l)} + a_1 y_j^{(l-1)} + a_2 y_j^{(l-2)} + \cdots + a_l y_j = v_j, \quad v_j \in V. \quad (3)$$

При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i^{(q)}(0) = X_i^q, y_j^{(q)}(0) = Y_j^q, \quad \text{причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i, j, Z_0 = (X_i^q, Y_j^q).$$

Здесь и далее  $y_j, v_j \in R^\nu$ ,  $j \in J = \{1, 2, \dots, m\}$ .

Цель группы преследователей – "поймать" не менее  $r$  ( $1 \leq r \leq m$ ) убегающих, при условии, что сначала убегающие выбирают свои управление сразу на  $[0, \infty)$ , а затем преследователи, на основе информации о выборе убегающих, выбирают свои управление, и, кроме того, каждый преследователь может "поймать" не более одного убегающего. Считаем, что  $n \geq r$ .

Вместо (1), (3) рассмотрим уравнение с начальными условиями

$$z_{ij}^{(l)} + a_1 z_{ij}^{(l-1)} + a_2 z_{ij}^{(l-2)} + \cdots + a_l z_{ij} = u_i - v_j, \quad z_{ij}^{(q)}(0) = Z_{ij}^q = X_i^q - Y_j^q.$$

**Определение 2.** В игре  $\Gamma$  возможна поимка, если существует момент  $T_0 = T_0(Z_0)$ , что для любой совокупности допустимых управлений  $v_j(t)$  найдутся допустимые управления

$$u_i(t) = u_i(t, Z_0, v_j(s), s \in [0, \infty))$$

обладающие следующим свойством: существуют множества

$$N \subset I, M \subset J, |N| = |M| = r$$

такие, что каждый убегающий  $E_\beta, \beta \in M$  ловится не позднее  $T_0$  некоторым преследователем  $P_\alpha, \alpha \in N$ , причем если преследователь  $P_\alpha$  ловит убегающего  $E_\beta$ , то остальные убегающие считаются им не пойманными. Выражение "преследователь  $P_\alpha$  ловит убегающего  $E_\beta$ " означает, что для некоторого  $\tau_{\alpha\beta} \in [0, T_0]$  выполнено  $z_{\alpha\beta}(\tau_{\alpha\beta}) = 0$ .

Пусть

$$\xi_{ij}(t) = \varphi_0(t)Z_{ij}^0 + \varphi_1(t)Z_{ij}^1 + \cdots + \varphi_{l-1}(t)Z_{ij}^{l-1}.$$

Считаем, что  $\xi_{ij}(t) \neq 0$  для всех  $i, j, t > 0$ .

Обозначим через  $H_{ij}$  кривые

$$H_{ij} = \{\xi_{ij}(t), t \in [0, \infty)\}.$$

**Условие 3.** Для каждого  $k \in \{0, 1, \dots, r - 1\}$  верно следующее: для любого множества  $N \subset I, |N| = n - k$  найдется такое множество  $M \subset J, |M| = r - k$ , что для всех  $\beta \in M$

$$0 \in \text{Intco}\{H_{\alpha\beta}, \alpha \in N\}.$$

**Теорема 3.** Пусть выполнены предположение 1 и условие 3. Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка.

**Следствие 2.** Пусть  $m = r = 1$ , выполнено предположение 1,  $\nu = 2$  и  $n = 1$ . Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка из любых начальных позиций.

**Условие 4.** Для каждого  $k \in \{0, 1, \dots, r - 1\}$  верно следующее: для любого множества  $N \subset I, |N| = n - k$  найдется такое множество  $M \subset J, |M| = r - k$ , что для всех  $\beta \in M$

$$0 \in \text{Intco}\{Z_{\alpha\beta}^0, \alpha \in N\}.$$

**Следствие 3.** Пусть выполнены предположение 1 и условие 4. Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка.

В четвертом параграфе рассматривается дифференциальная игра  $\Gamma$   $n+1$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и убегающего  $E$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением

$$\dot{x}_i = Ax_i + u_i, \quad u_i \in V, \quad (4)$$

закон движения убегающего  $E$  имеет вид

$$\dot{y} = Ay + v, \quad v \in V. \quad (5)$$

При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i(0) = X_i^0, \quad y(0) = Y^0, \quad \text{причем } X_i^0 \neq Y^0 \text{ для всех } i, \quad Z_0 = (X_i^0, Y^0).$$

Здесь и далее  $A$  – постоянная квадратная порядка  $\nu$  матрица.

Вместо (4), (5) рассмотрим уравнение с начальными условиями

$$\dot{z}_i = Az_i + u_i - v, \quad z_i(0) = Z_i^0 = X_i^0 - Y^0.$$

**Определение 3.** В игре  $\Gamma$  возможна поимка, если существует момент  $T_0 = T_0(Z_0)$ , что для любого допустимого управления  $v(t)$  найдутся допустимые управление

$$u_i(t) = u_i(t, Z_0, v(t))$$

такие, что для некоторых  $\tau \in [0, T_0]$ ,  $\alpha \in I$  выполнено  $z_\alpha(\tau) = 0$ .

Пусть  $\Phi$  – фундаментальная матрица системы

$$\dot{\omega} = A\omega$$

такая, что  $\Phi(0) = \mathcal{I}$ . Считаем, что  $\Phi(t)Z_i^0 \neq 0$  для всех  $i, t > 0$ .

**Предположение 2.** Все корни характеристического уравнения

$$\det(A - \lambda\mathcal{I}) = 0$$

являются простыми и чисто мнимыми.

**Т е о р е м а 4.** Пусть выполнены предположение 2 и условие 2. Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка.

В пятом параграфе рассматривается игра  $\Gamma$   $n+m$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и  $m$  убегающих  $E_1, E_2, \dots, E_m$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением (4), закон движения каждого убегающего  $E_j$  имеет вид

$$\dot{y}_j = Ay_j + v_j, \quad v_j \in V. \quad (6)$$

При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i(0) = X_i^0, \quad y_j(0) = Y_j^0, \quad \text{причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i, j, \quad Z_0 = (X_i^0, Y_j^0).$$

Цель группы преследователей – "поймать" не менее  $r$  ( $1 \leq r \leq m$ ) убегающих, при условии указанном в третьем параграфе.

Вместо (4), (6) рассмотрим уравнение

$$\dot{z}_{ij} = Az_{ij} + u_i - v_j, \quad z_{ij}(0) = Z_{ij}^0 = X_i^0 - Y_j^0.$$

Возможность поимки в игре  $\Gamma$  понимаем в смысле определения 2.

Считаем, что  $\Phi(t)Z_{ij}^0 \neq 0$  для всех  $i, j, t > 0$ .

**Т е о р е м а 5.** *Пусть выполнены предположение 2 и условие 4. Тогда в игре  $\Gamma$  возможна поимка.*

В последнем параграфе первой главы рассматривается дифференциальная игра  $\Gamma$   $n+m$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и  $m$  убегающих  $E_1, E_2, \dots, E_m$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением

$$\dot{x}_i = u_i, \quad \|u_i\| \leq 1, \quad (7)$$

закон движения каждого убегающего  $E_j$  имеет вид

$$\dot{y}_j = v_j, \quad \|v_j\| \leq \gamma, \quad \gamma > 1. \quad (8)$$

При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i(0) = X_i^0, \quad y_j(0) = Y_j^0, \quad \text{причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i, j, \quad Z_0 = (X_i^0, Y_j^0).$$

Цель группы преследователей – "поймать" не менее  $r$  ( $1 \leq r \leq m$ ) убегающих, при условии указанном в третьем параграфе.

Возможность поимки в игре  $\Gamma$  понимаем в смысле определения 2, где выражение "преследователь  $P_\alpha$  ловит убегающего  $E_\beta$ " означает, что для некоторого  $\tau_{\alpha\beta} \in [0, T_0]$  выполнено  $x_\alpha(\tau_{\alpha\beta}) = y_\beta(\tau_{\alpha\beta})$ .

Обозначим через  $A_{ij}$  множество точек пространства  $R^\nu$ , которые преследователем  $P_i$  могут достигаться не позже, чем убегающим  $E_j$ . Отметим, что каждое из множеств  $A_{ij}$  – замкнутый шар. Далее,  $A_j(N) = \bigcup_{\alpha \in N} A_{\alpha j}$  – множество точек пространства  $R^\nu$ , которые хотя бы одним из преследователей  $P_\alpha, \alpha \in N$  достигаются не позже, чем убегающим  $E_j$ .

Пусть  $\ell_j$  – луч с началом в точке  $Y_j^0$ ,  $\rho_j$  – непрерывная кривая с началом в точке  $Y_j^0$  такая, что для любого положительного числа  $L$  найдется точка  $\rho \in \rho_j$ , для которой  $\|\rho - Y_j^0\| \geq L$ .

**Предположение 3.** Если для некоторых  $N \subset I$  и  $\beta \in J$  существует кривая  $\rho_\beta$ , для которой  $A_\beta(N) \cap \rho_\beta = \emptyset$ , то существует луч  $\ell_\beta$  такой, что  $A_\beta(N) \cap \ell_\beta = \emptyset$ .

**Условие 5.** Для каждого  $k \in \{0, 1, \dots, r - 1\}$  верно следующее: для любого множества  $N \subset I, |N| = n - k$  найдется такое множество  $M \subset J, |M| = r - k$ , что для всех  $\beta \in M$  и  $\ell_\beta$

$$A_\beta(N) \cap \ell_\beta \neq \emptyset.$$

**Теорема 6.** Пусть выполнено предположение 3. В игре Г возможна поимка тогда и только тогда, когда выполнено условие 5.

Вторая глава состоит из двух параграфов, в ней рассматриваются задачи уклонения всей группы жестко скоординированных убегающих от группы преследователей.

В первом параграфе рассматривается игра Г  $n + m$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и  $m$  убегающих  $E_1, E_2, \dots, E_m$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением

$$x_i^{(n_i)} = u_i, \quad \|u_i\| \leq 1, \quad (9)$$

закон движения каждого убегающего  $E_j$  имеет вид

$$y_j^{(m_j)} = v, \quad \|v\| \leq \gamma, \quad \gamma \in (0, 1), \quad (10)$$

где  $n_i > m_j \geq 1$  для всех  $i, j$ . При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i^{(\alpha_i)}(0) = X_i^{\alpha_i}, \quad y_j^{(\beta_j)}(0) = Y_j^{\beta_j}, \quad \text{причем } X_i^{\beta_j} \neq Y_j^{\beta_j} \text{ для всех } i, j, \beta_j.$$

Здесь и далее  $\alpha_i = 0, 1, \dots, n_i - 1, \beta_j = 0, 1, \dots, m_j - 1$ .

**Определение 4.** В игре Г возможно мягкое убегание, если для любых допустимых управлений  $u_i(t)$  найдется допустимое управление

$$v(t) = v(t, x_i^{(\alpha_i)}(t), y_j^{(\beta_j)}(t))$$

такое, что  $x_i^{(\beta_j)}(t) \neq y_j^{(\beta_j)}(t)$  для всех  $t \in [0, \infty)$ .

Действия убегающих можно трактовать следующим образом: имеется центр, который в каждый момент времени  $t$  по величинам  $\{x_i^{(\alpha_i)}(t), y_j^{(\beta_j)}(t)\}$  для всех убегающих  $E_j$  выбирает одно и тоже управление  $v(t)$ .

**Теорема 7.** В игре Г возможно мягкое убегание из любых начальных позиций.

В последнем параграфе рассматривается игра  $\Gamma$   $n+m$  лиц:  $n$  преследователей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  и  $m$  убегающих  $E_1, E_2, \dots, E_m$ . Движение каждого преследователя  $P_i$  описывается уравнением (9), где  $n_i \geq 2$  для всех  $i$ , закон движения каждого убегающего  $E_j$  имеет вид (10), где  $m_j = 1$  для всех  $j$ . При  $t = 0$  заданы начальные условия

$$x_i^{(\alpha_i)}(0) = X_i^{\alpha_i}, \quad y_j(0) = Y_j^0, \quad \text{причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i, j.$$

Дополнительно предполагается, что убегающий  $E_j$  не покидает пределы шара  $\mathfrak{D}(Y_j^0, r_0)$ , где  $r_0$  положительное число.

**Определение 5.** В игре  $\Gamma$  возможно уклонение от встречи в шаре, если для любых допустимых управлений  $u_i(t)$  найдется допустимое управление

$$v(t) = v(t, x_i^{(\alpha_i)}(t), y_j(t))$$

такое, что  $x_i(t) \neq y_j(t)$  и  $y_j(t) \in \mathfrak{D}(Y_j^0, r_0)$  для всех  $t \in [0, \infty)$ .

**Т е о р е м а 8.** В игре  $\Gamma$  возможно уклонение от встречи в шаре из любых начальных позиций.

## **Публикации по теме диссертации**

1. *Благодатских А.И.* Уклонение жестко скоординированных убегающих от группы инерционных объектов// Известия РАН. Теория и системы управления, 2004, №6, с. 143-149.
2. *Благодатских А.И.* Об одном колебательном конфликтно управляемом процессе со многими участниками// Известия РАН. Теория и системы управления, 2005, №2, с. 43-45.
3. *Благодатских А.И.* Две задачи группового преследования// Известия ИМИ, №1(21), 2001, Ижевск: Изд-во УдГУ, с. 3-14.
4. *Благодатских А.И.* Пример Понtryгина со многими убегающими// Известия ИМИ, №2(25), 2002, Ижевск: Изд-во УдГУ, с. 23-26.
5. *Благодатских А.И.* Уклонение от группы инерционных объектов// Шестая Российская университетско-академическая научно-практическая конференция: Материалы конференции. Часть 2, Ижевск: УдГУ, 2004, с. 77.
6. *Благодатских А.И.* Уклонение жестко скоординированных убегающих в одной задаче группового преследования// Известия ИМИ, №2(30), 2004, Ижевск: Изд-во УдГУ, с. 3-24.
7. *Благодатских А.И.* Одна задача уклонения жестко скоординированных убегающих// Алгоритмический анализ неустойчивых задач: Тезисы докладов, Екатеринбург: УрО РАН, 2004, с. 147-148.
8. *Благодатских А.И.* Об одной задаче уклонения от многих преследователей// Проблемы современного математического образования в ВУЗах и школах России: Тезисы докладов, Киров: ВятГГУ, 2004, с. 137-138.
9. *Благодатских А.И.* О некоторых задачах группового преследования// Дифференциальные уравнения с частными производными и родственные проблемы анализа и информатики: Труды международной конференции. Т.2, Узбекистан, Ташкент, 2004, с. 33-36.
10. *Благодатских А.И.* О двух колебательных конфликтно управляемых процессах со многими участниками// Известия ИМИ, №2(32), 2005, Ижевск: Изд-во УдГУ, с. 3-22.