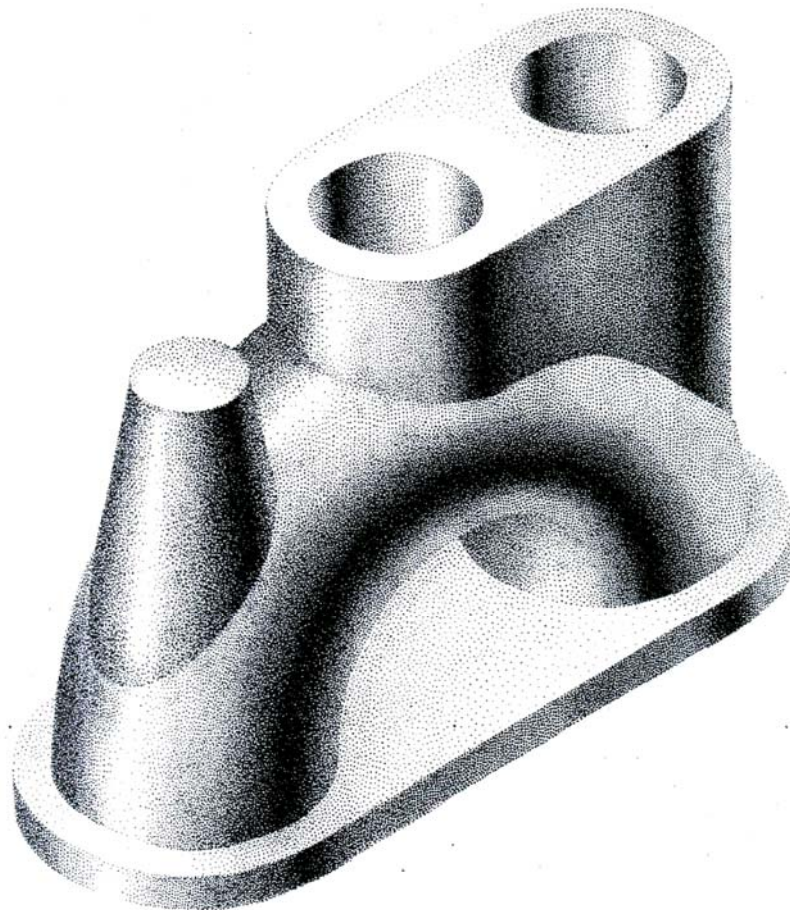


**Т.А. Зубкова,
О.М. Зимина**

ПРАКТИКУМ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ



Ижевск 2010

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Удмуртский государственный университет»
Институт искусств и дизайна
Кафедра дизайна промышленных изделий

Т.А. Зубкова
О.М. Зими́на

**ПРАКТИКУМ
ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Учебно-методическое пособие

Ижевск 2010

УДК 744
ББК 30.11
3 91

*Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом
УдГУ*

Зубкова Т.А., Зимина О.М.

З 91 Практикум по начертательной геометрии: учеб.-метод. пособие. Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2010. – 37 с.: ил.

Приведенные в учебно-методическом пособии вопросы для самоконтроля и упражнения в виде графических задач являются руководством, которое наряду с использованием конспектов лекций, рекомендуемой литературой и др. обеспечивает достаточно прочное усвоение изучаемого материала в ограниченное время. Данное пособие предназначено для студентов по направлению подготовки 050100 Педагогическое образование. Профиль «Изобразительное искусство» (квалификация (степень) «бакалавр»).

УДК 744
ББК 30.11

© Т.А. Зубкова, Зимина О.М., 2010
Издательство «Удмуртский университет», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. Проекция точки.....	5
2. Проекция отрезков прямых. Взаимное положение прямых.....	6
3. Проекция плоскости.....	8
4. Взаимное положение точки, прямой и плоскости. Взаимное положение плоскостей.....	10
5. Способы преобразования чертежа.....	13
6. Пересечение поверхности плоскостью и прямой. Пересечение двух поверхностей.....	16
7. Развертка поверхностей.....	21
8. Аксонометрические проекции.....	23
9. ПРИЛОЖЕНИЕ.....	24
9.1. Пример выполнения графической работы №1 по теме «Проецирование точки».....	24
9.2. Пример выполнения графической работы №2 по теме «Проецирование отрезков прямых».....	24
9.3. Пример выполнения графической работы №3 по теме «Проецирование отрезков прямых».....	25
9.4. Пример выполнения графической работы №4 по теме «Проецирование плоскости. Взаимное положение точки, прямой и плоскости».....	26
9.5. Пример выполнения графической работы №5 по теме «Проецирование плоскости. Взаимное положение двух плоскостей».....	27
9.6. Теоретический материал по теме «Построение чертежей взаимно-пересекающихся поверхностей» для выполнения графических работ №6, 7.....	28
9.7. Пример выполнения графической работы №6 по теме «Построение линии взаимного пересечения поверхностей многогранников».....	30
9.8. Пример выполнения графической работы №7 по теме «Построение линии взаимного пересечения тел вращения».....	31
9.9. Пример выполнения графической работы №8 по теме «Построение чертежей многогранников и кривых поверхностей, пересеченных плоскостью».....	32
9.10. Пример выполнения графической работы №9 по теме «Развертки поверхностей».....	33
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	36

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие предназначено для работы студентов на практических занятиях по начертательной геометрии с целью усвоения теоретических знаний и их проверки в практике решения задач.

Включенные в практикум задачи решаются способом «достроения» чертежей, приведенных в данном пособии. Таким образом, студенту предоставляется возможность сосредоточить свое внимание на решении самой задачи и не тратить время на техническое воспроизведение чертежей по исходным данным.

Приведенные в учебно-методическом пособии задания не сложны в решении, и некоторые из них даже не требуют графических построений. Однако работа с такими задачами прививает навык «чтения» чертежей, а также выявлению и извлечению заключенной в них информации: тематика задания, признаки, применяемые при решении задачи, алгоритм ее решения и т.д.

В завершении каждой изученной темы, студентам необходимо выполнить зачетную работу. В приложении данного пособия представлены образцы итоговых (зачетных) графических работ с демонстрацией их решения, выполненные студентами отделения ИЗО разных лет выпуска. Некоторые из них дополнены алгоритмом решения задачи и изложением теоретического материала по теме выполняемой графической работы.

Учебно-методическое пособие может быть использовано для студентов всех форм обучения, в том числе и заочной.

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

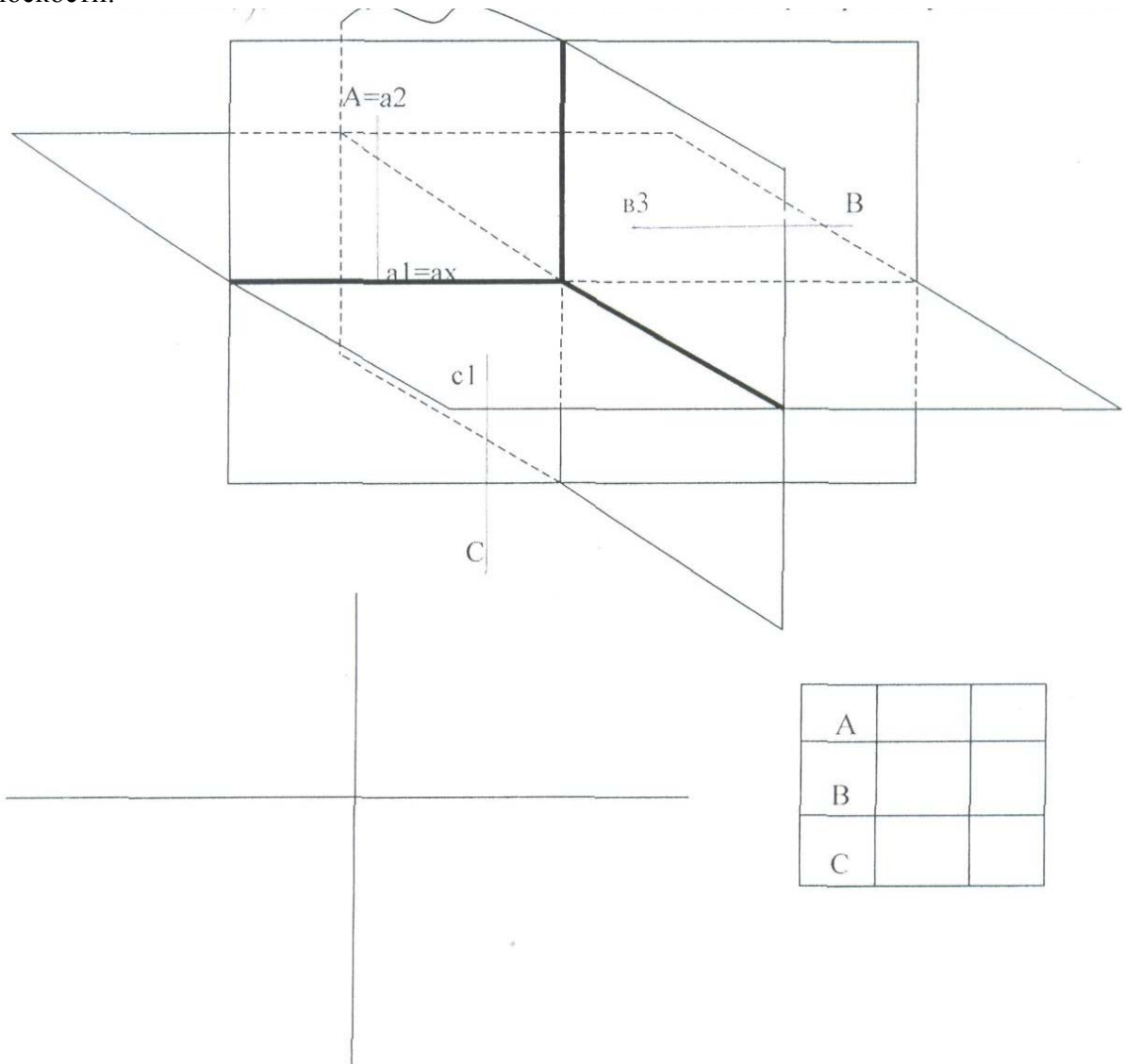
Вопросы для самоконтроля

1. Что называют координатами точки пространства в декартовой системе координат?
2. Какие величины численно определяют расстояние проектируемой точки до плоскостей проекций?
3. В какой последовательности записываются координаты в обозначении точки?
4. Какие знаки имеют координаты точки, расположенной в седьмом октанте?
5. Чем различаются между собой чертежи точек, из которых одна расположена в первом октанте, а другая – в третьем?

Упражнения

На рисунке показана пространственная модель трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций:

1. Обозначить эти плоскости и оси координат;
2. По заданным точкам в пространстве и одной из их проекций достроить недостающие проекции точек;
3. Выполнить комплексный чертеж заданных точек в ортогональной проекции;
4. Заполнить таблицу, указав принадлежность заданной точки пространству или плоскости.



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ОТРЕЗКОВ ПРЯМЫХ

Вопросы для самоконтроля

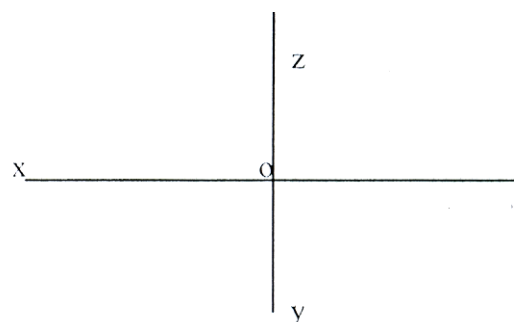
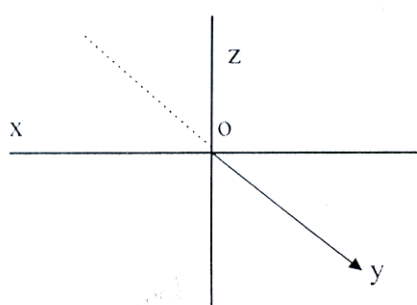
1. Какие линии называются линиями уровня? Каковы их свойства?
2. Какие линии называются проецирующими прямыми? Каковы их свойства?
3. Что является определителем положения отрезка прямой в пространстве?
4. Что называется следом прямой линии?
5. По каким признакам на эюре можно определить тип прямой общего положения?
6. Какие следы будут иметь фронталь?
7. Сколько следов будут иметь проецирующие прямые?

Упражнения

1. По заданным координатам точек A и B построить прямую /AB/ в пространственной модели и проекции на эпюре.

Определить следы /AB/ и записать принадлежность пространству.

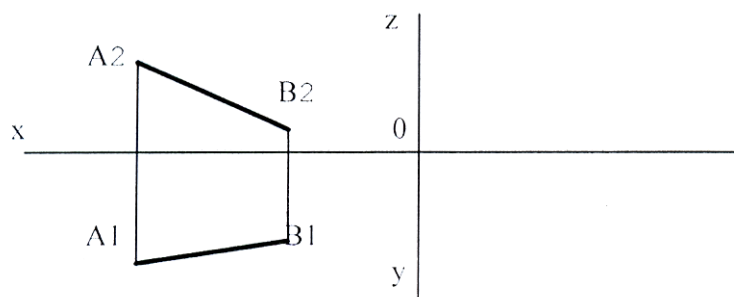
Координаты: (.)A (5; 10; 15), (.)B (20; 10; 5)



2. Задать точку A, равноудаленную от плоскостей Π_1 и Π_2 . Провести горизонталь под углом 30° к плоскости Π_2 , натуральная величина которой 25 мм.



3. Определить следы заданной прямой /AB/ на эпюре.



ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

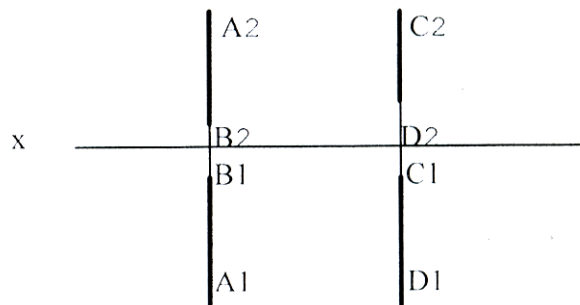
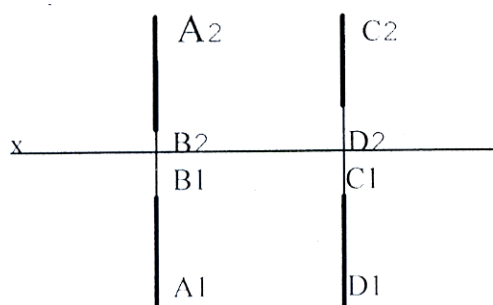
Вопросы для самоконтроля

1. По какому признаку на эюре можно определить параллельность заданных прямых?
2. Как располагаются на эюре проекции точки пересечения пересекающихся прямых?
3. Какие точки на эюре являются конкурирующими скрещивающихся прямых?
4. Могут ли скрещивающиеся прямые иметь параллельные проекции на плоскостях Π_1 и Π_2 ?
5. В каких случаях угол между пересекающимися прямыми проецируется без искажения? Каковы особенности проецирования прямого угла?

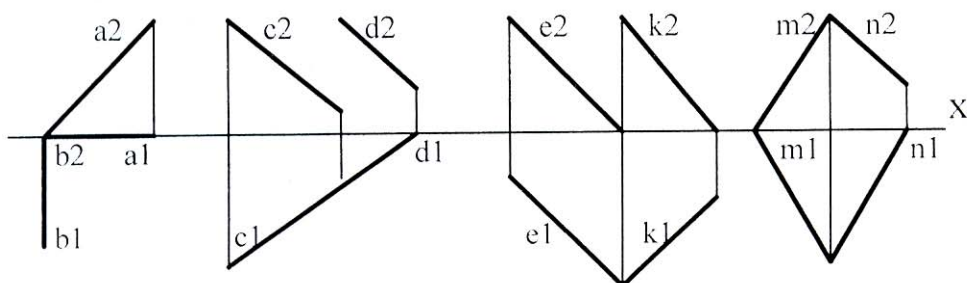
Упражнения

1. Параллельны ли между собой прямые /AB/ и /CD/?

2. Провести прямую /L/, пересекающую заданные прямые /AB/ и /CD/.



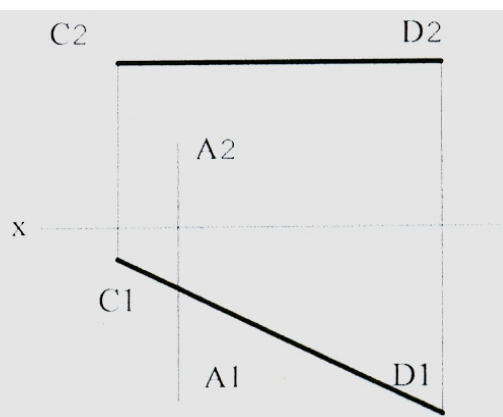
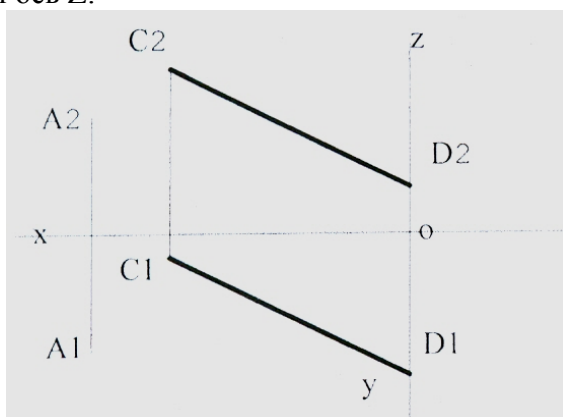
3. Определить взаимное положение двух заданных на эюре прямых и заполнить таблицу.



A		B
C		D
E		K
M		N

4. Через заданную точку A провести прямую /M/ пересекающую прямую /CD/ и ось Z.

5. Определить натуральную величину расстояния от точки A до прямой /CD/.



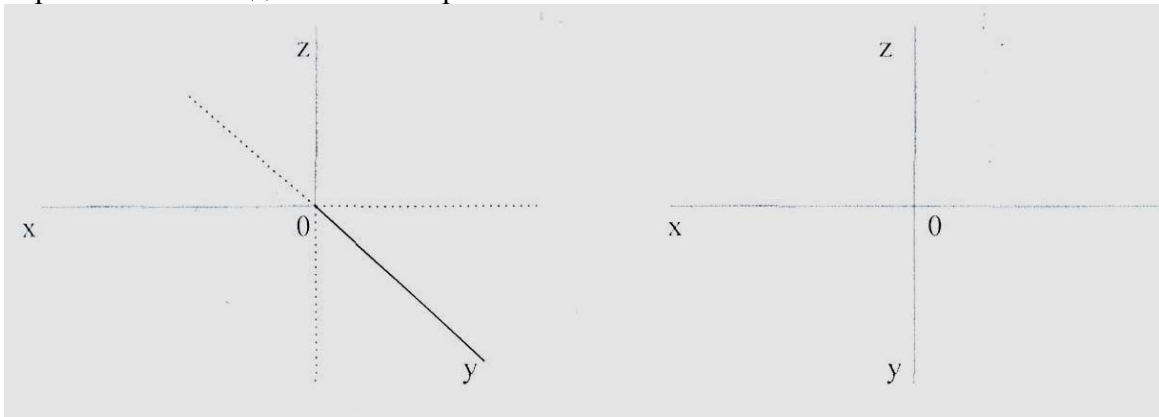
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

Вопросы для самоконтроля

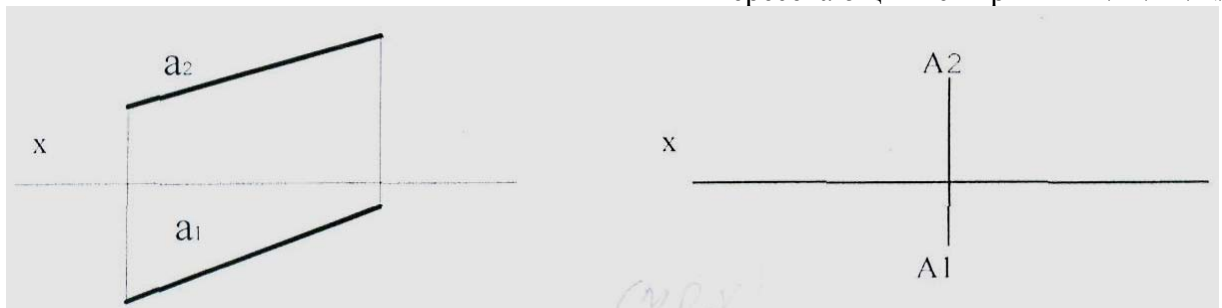
1. Какие плоскости называются плоскостями уровня? В чем их особенность?
2. Какие плоскости называются проецирующими? Каковы их свойства?
3. Что называют следами плоскости? Как их построить?
4. Где располагаются фронтальная проекция горизонтального следа и горизонтальная проекция фронтального следа плоскости?
5. По какому признаку на эюре можно определить тип плоскости общего положения?

Упражнения

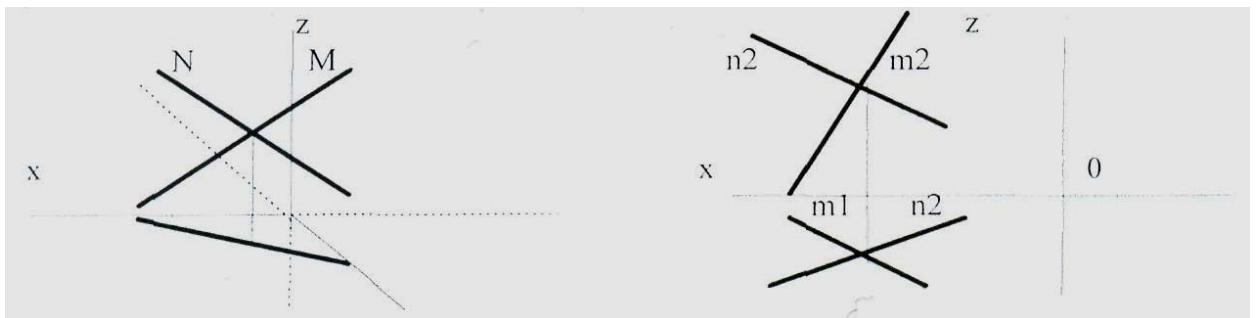
1. По заданным координатам плоскости $Q(20; -20; -10)$ построить следы плоскости в пространственной модели и на эюре.



2. Через заданную прямую /А/ провести горизонтально-проецирующую плоскость Q.
3. Через заданную точку А провести плоскость общего положения восходящего типа, образованную двумя пересекающимися прямыми /М/ и /N/.



4. Определить следы плоскости Q, заданной двумя пересекающимися прямыми /М/ и /N/.



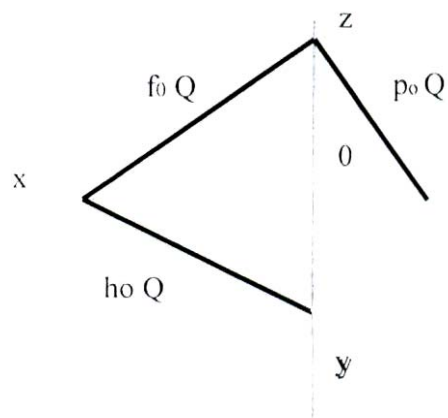
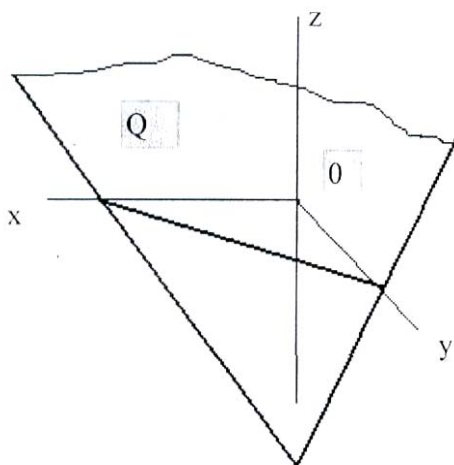
ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ, ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

Вопросы для самоконтроля

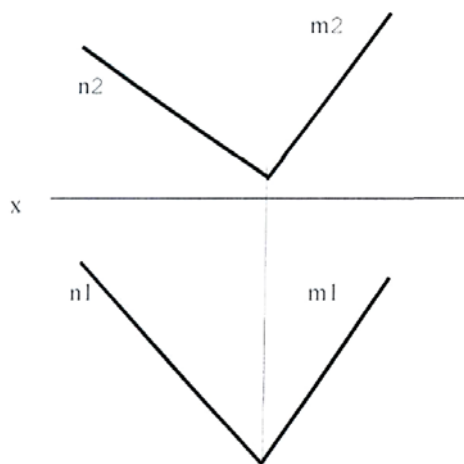
1. Какие линии называются главными линиями плоскости?
2. Когда прямая принадлежит плоскости?
3. Что можно определить с помощью линий наибольшего ската?
4. По какому признаку на эпюре можно определить принадлежность прямой плоскости, если она задана следами?
5. Как определить принадлежность точки плоскости?

Упражнения

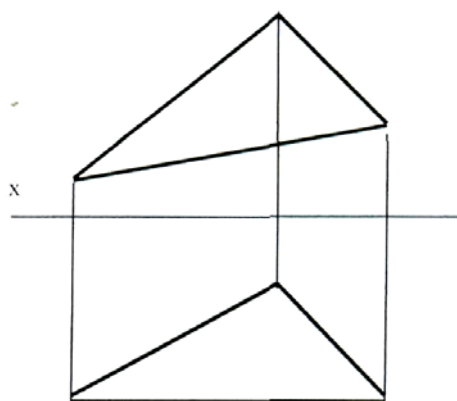
1. В плоскости Q провести горизонталь h.
2. В плоскости Q провести фронталь f.



3. В плоскости Q, заданной двумя пересекающимися прямыми /M/ и /N/, провести линию наибольшего ската.



4. Определить натуральную величину угла наклона заданной плоскости треугольника к плоскости проекций П2.



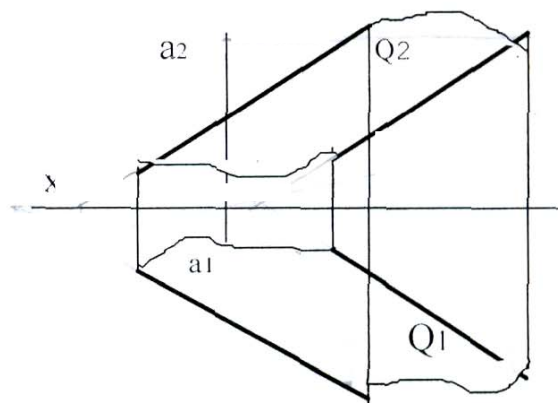
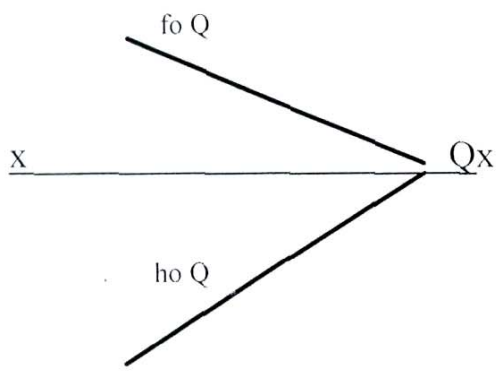
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Вопросы для самоконтроля

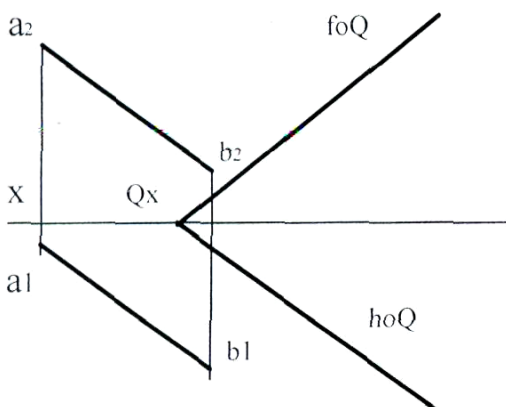
1. Когда прямая принадлежит плоскости?
2. Когда точка принадлежит плоскости?
3. Как строят прямые линии и точки в плоскости?
4. Сформулируйте условие параллельности прямой линии и плоскости.
5. Как определяют точки пересечения прямой линии с проецирующими плоскостями?
6. Как определяют точки пересечения прямой линии с плоскостями общего положения?
7. Как определяют видимость элементов геометрических образов относительно плоскостей проекций и относительно друг друга?
8. Сформулируйте условие перпендикулярности прямой линии и плоскости.

Упражнения

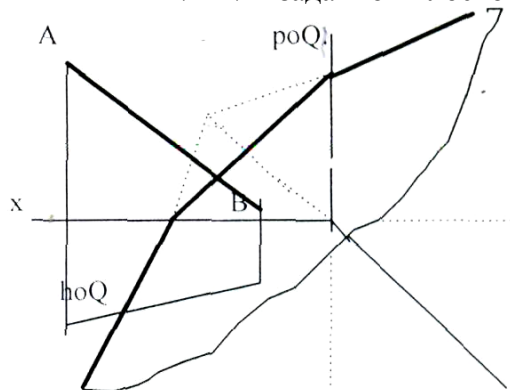
1. Построить проекции треугольника, параллельно заданной плоскости Q. 2. Достроить горизонтальную проекцию точки A, принадлежащей заданной плоскости Q.



3. Параллельны ли прямая /AB/ и плоскость Q?



4. Определить точку пересечения прямой /AB/ и заданной плоскости Q.



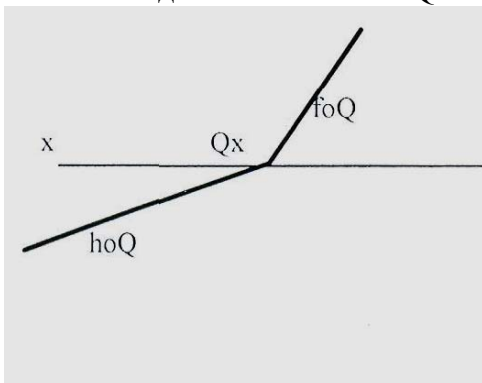
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Вопросы для самоконтроля

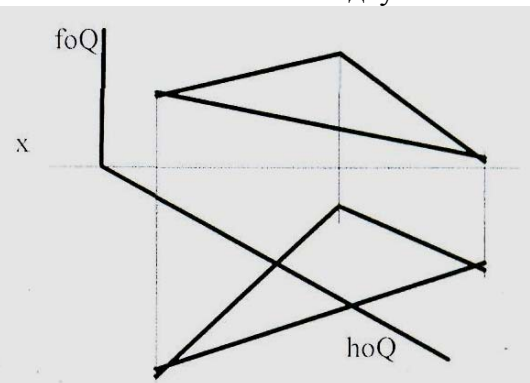
1. Сформулируйте условие параллельности двух плоскостей.
2. Сформулируйте условие перпендикулярности двух плоскостей.
3. Изобразите схему и укажите последовательность построения линии пересечения двух плоскостей, одно из которых проецирующая плоскость.
4. Как определяют видимость элементов заданных плоскостей относительно плоскостей проекции?
5. Укажите последовательность построения линии пересечения двух плоскостей общего положения.

Упражнения

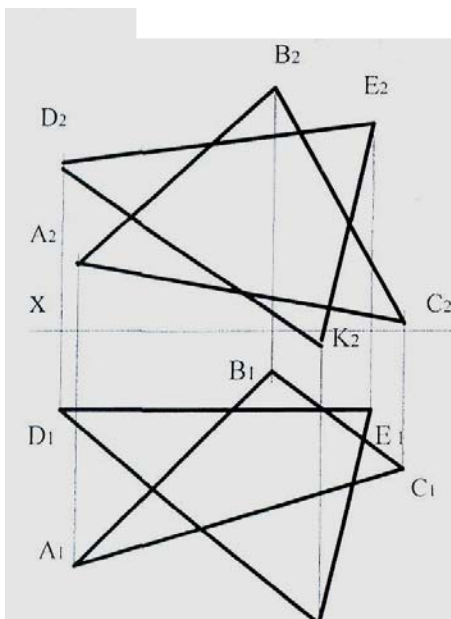
1. Построить плоскость треугольника параллельно заданной плоскости Q .



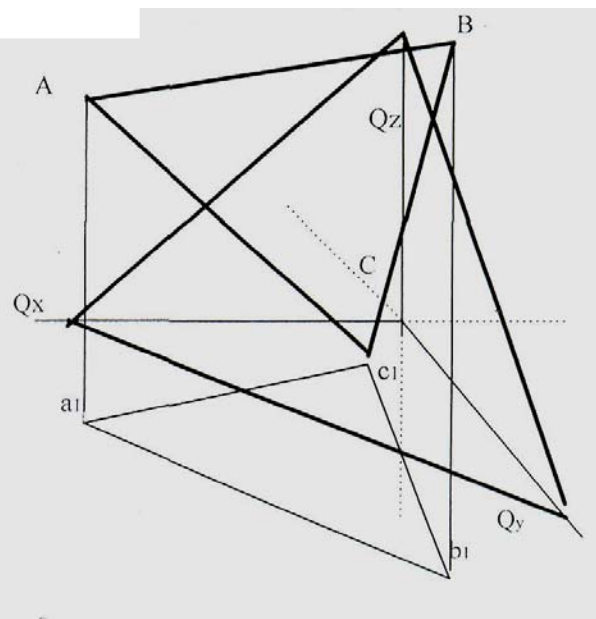
2. Построить линию пересечения двух плоскостей.



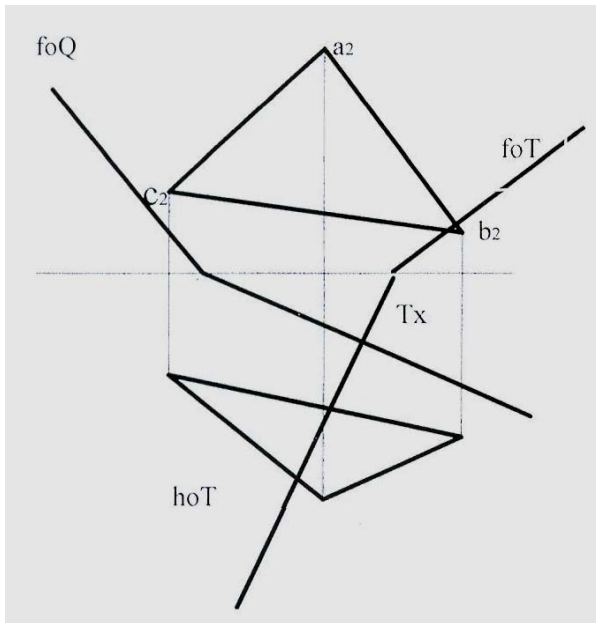
3. Построить линию пересечения двух плоскостей, заданных треугольниками.



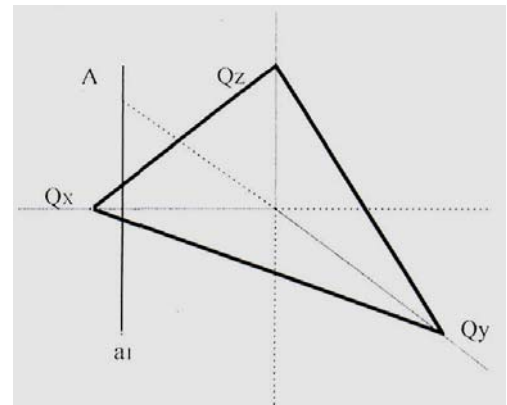
4. Определить линию пересечения двух плоскостей заданных в пространстве.



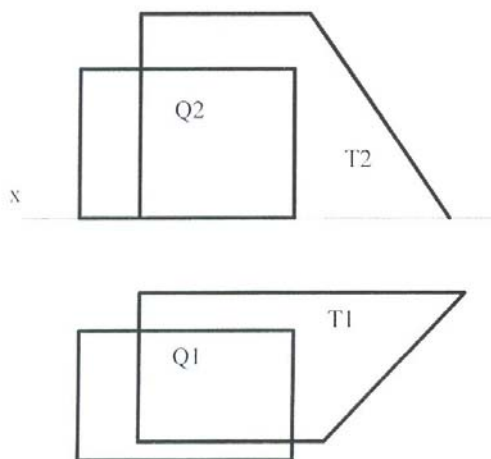
5. Перпендикулярны ли заданные плоскости Q, T, треугольник ABC?



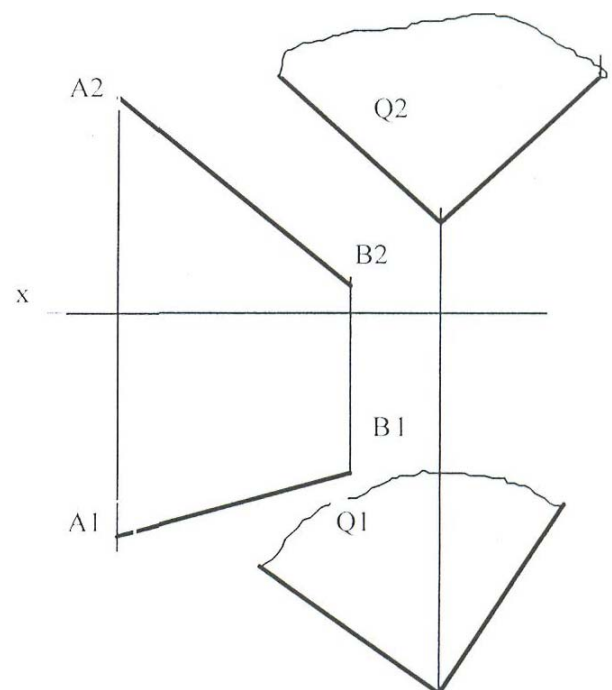
6. Через заданную точку A провести плоскость T, перпендикулярную заданной плоскости Q. Определить линию пересечения двух плоскостей.



7. Определить линию пересечения двух плоскостей Q(ABCD) и T(EKMN). Определить взаимную видимость фигур.



8. Дана сторона /AB/ параллелограмма ABCD. Плоскость параллелограмма перпендикулярна к плоскости Q(A∩B), построить проекции параллелограмма.



СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭПЮРА

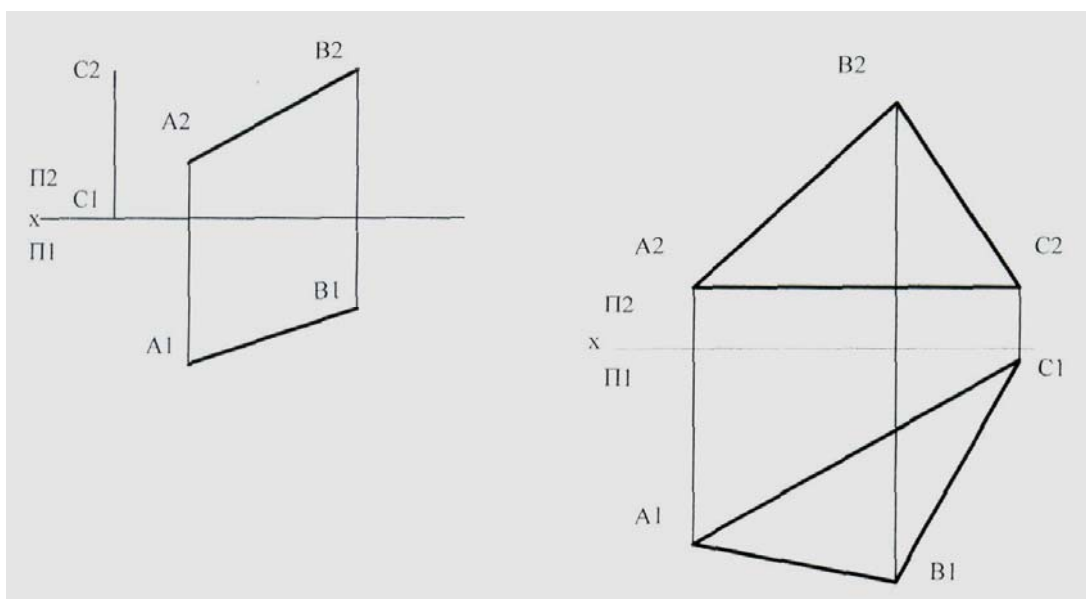
Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом замены плоскостей проекций?
2. Что определяет направление новой плоскости проекций при переводе плоскости общего положения в проецирующие плоскости?
3. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом вращения вокруг проецирующих прямых?
4. Какую прямую принимают за ось вращения при переводе заданной плоскости общего положения в горизонтально-проецирующую плоскость?
5. Можно ли считать плоскопараллельное перемещение вращением вокруг не выявленных осей (проецирующих прямых) и почему?
6. Укажите последовательность приемов определения натуральной величины заданной плоскости способом вращения вокруг прямых уровня.

СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ

Упражнения

1. Определить натуральную величину расстояния от точки C до прямой AB .
2. Определить натуральную величину плоскости треугольника ABC .

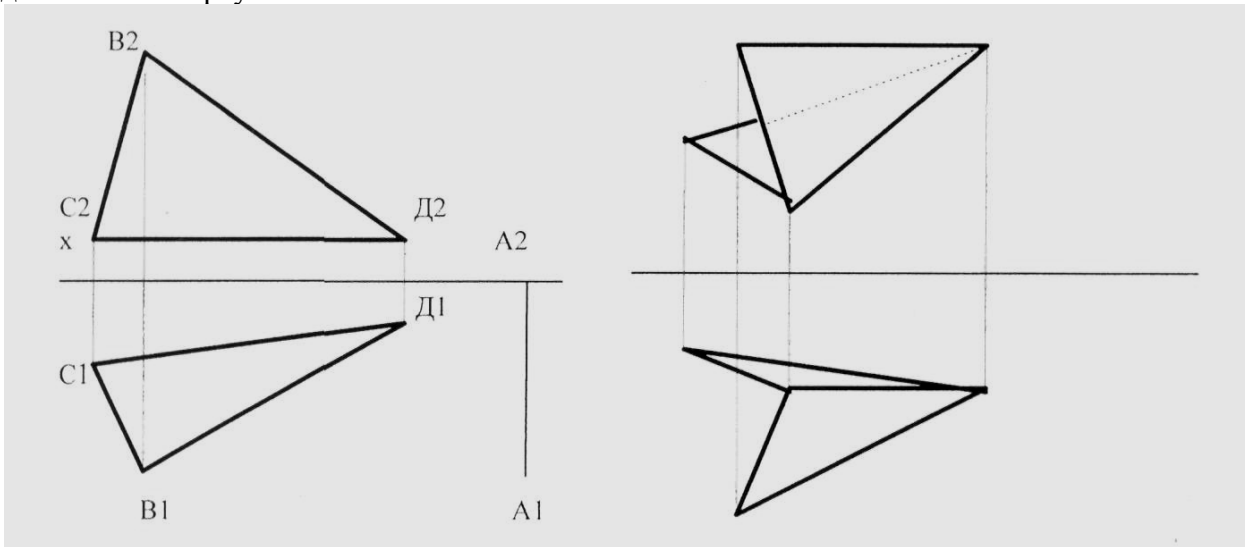


СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ПРОЕКЦИРУЮЩИХ ПРЯМЫХ

Упражнения

1. Определить натуральную величину расстояния от заданной точки А до плоскости треугольника.

2. Определить натуральную величину двугранного угла.

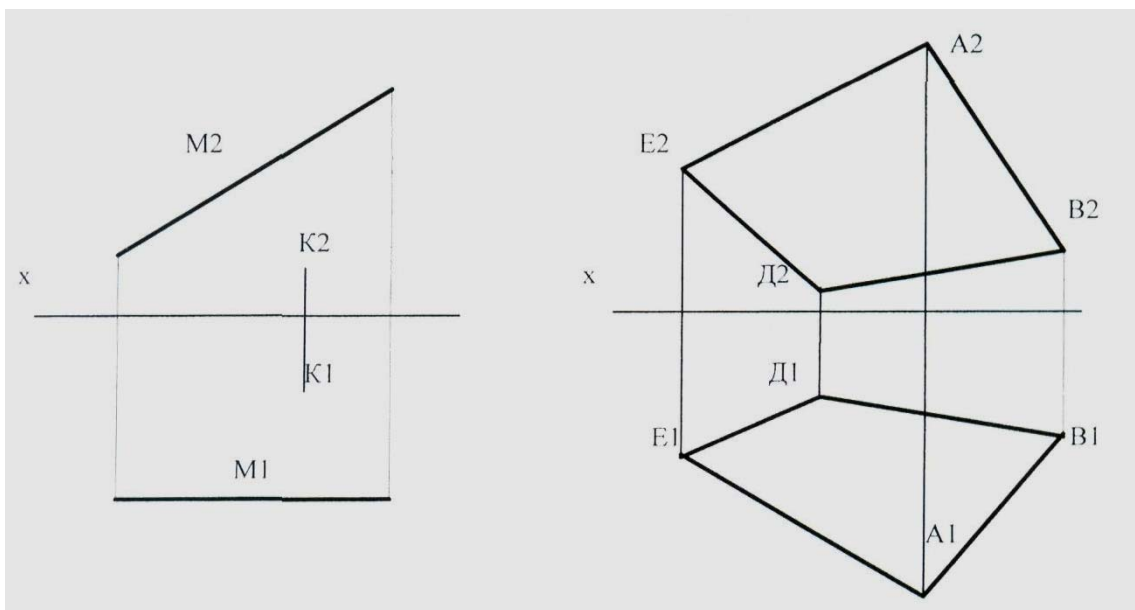


СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ПРЯМЫХ УРОВНЯ

Упражнения

1. Определить натуральную величину расстояния от заданной точки до плоскости.

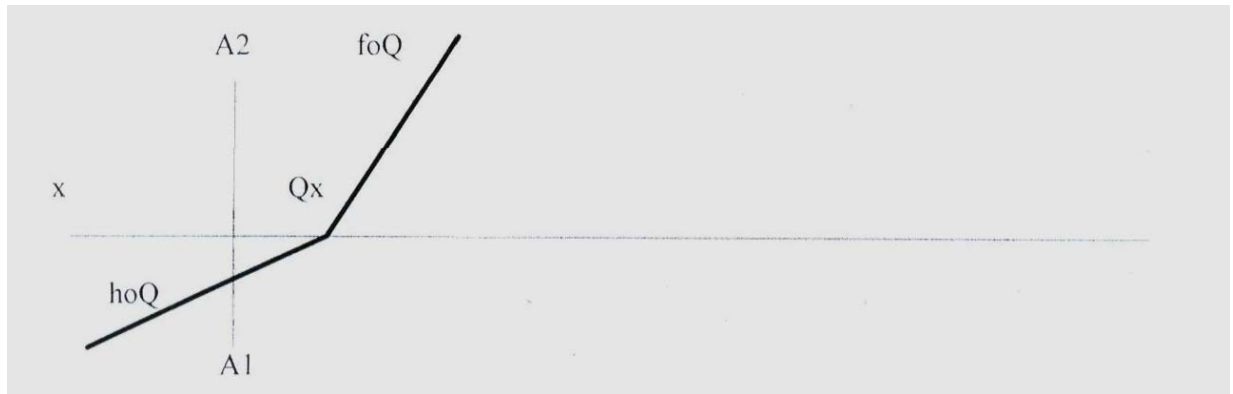
2. Определить натуральную величину плоскости многоугольника.



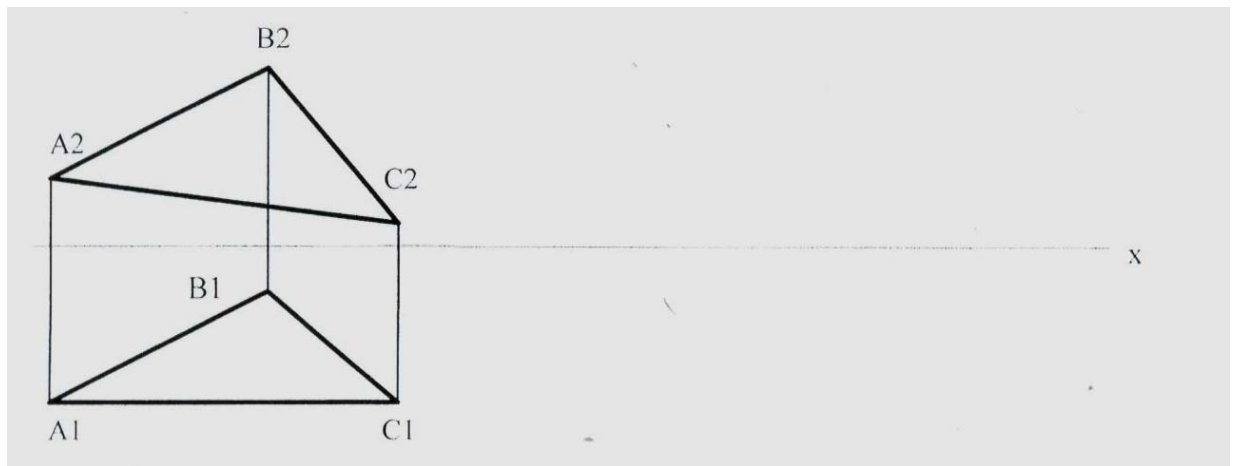
СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

Упражнения

1. Определить натуральную величину расстояния от заданной точки A до плоскости.



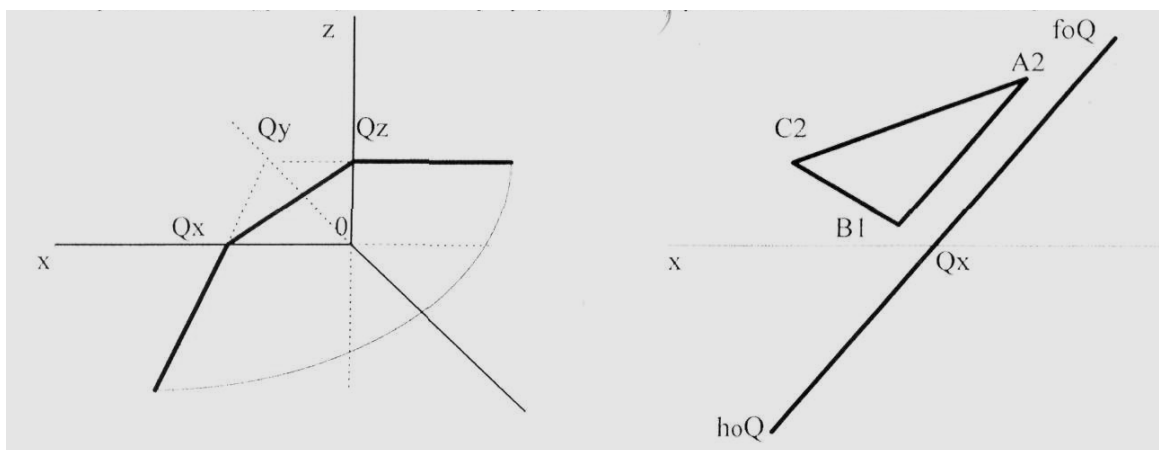
2. Определить центр описанной окружности вокруг треугольника.



СПОСОБ СОВМЕЩЕНИЯ

Упражнения

1. Заданную плоскость Q совместить с плоскостью проекций Π_2 .
2. Определить натуральную величину треугольника, принадлежащего плоскости Q .



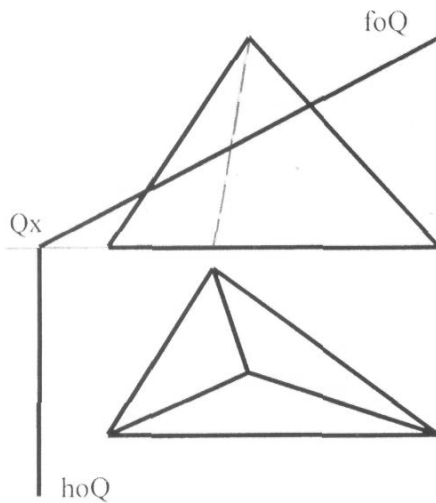
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

Вопросы для самоконтроля

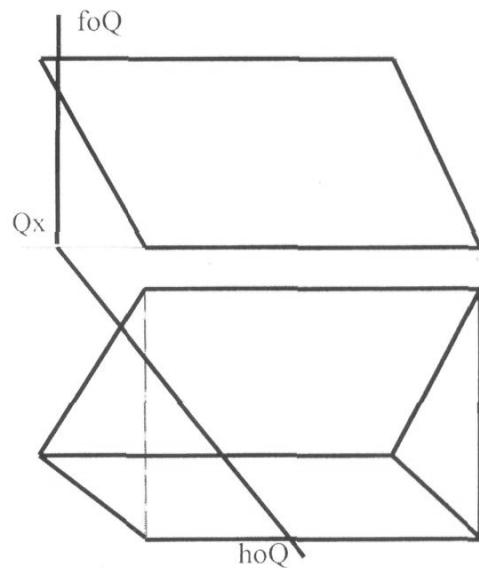
1. Какие многогранники называют выпуклыми?
2. Какие многогранники называют правильными?
3. Изложите сущность способов построения линии пересечения многогранника плоскостью.
4. Изложите сущность способов построения точек пересечения отрезка прямой с многогранником.

Упражнения

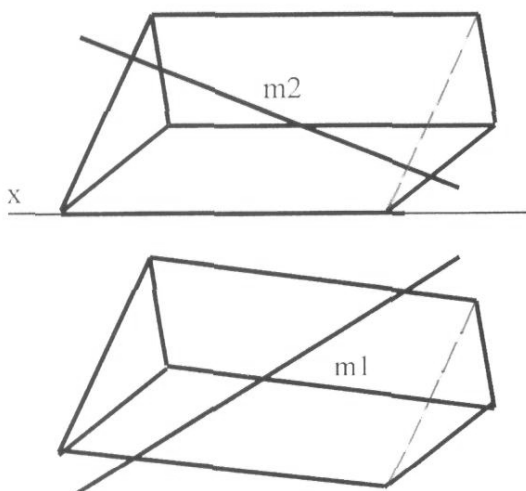
1. Определить линии пересечения пирамиды с плоскостью.



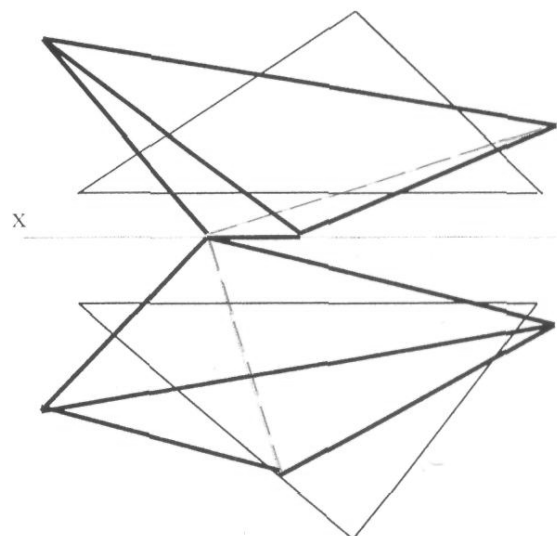
2. Определить линию пересечения призмы с плоскостью.



3. Построить точки пересечения прямой m с многогранником.



4. Определить фигуру сечения многогранника плоскостью.

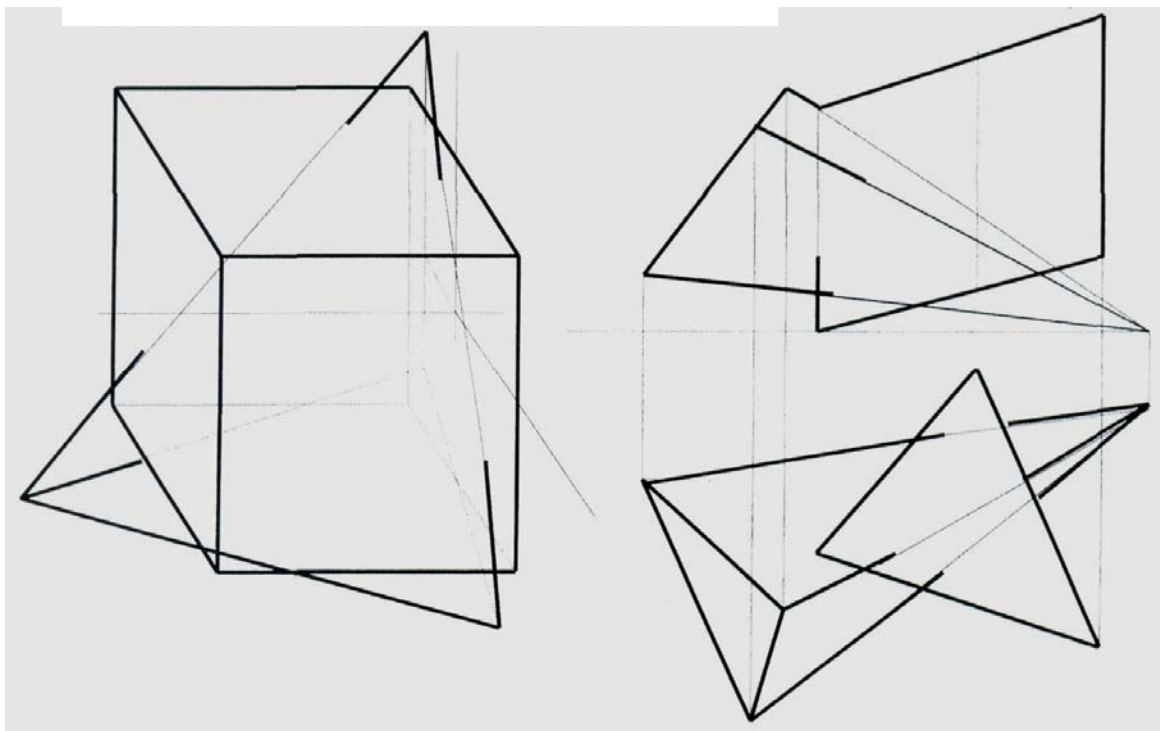


ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ МНОГОГРАННИКОВ

Упражнения

1. Определить линию пересечения гексаэдра с пирамидой.

2. Определить линию пересечения призмы с пирамидой.



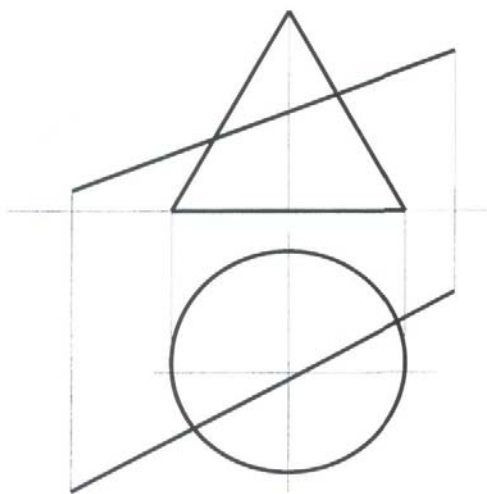
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

Вопросы для самоконтроля

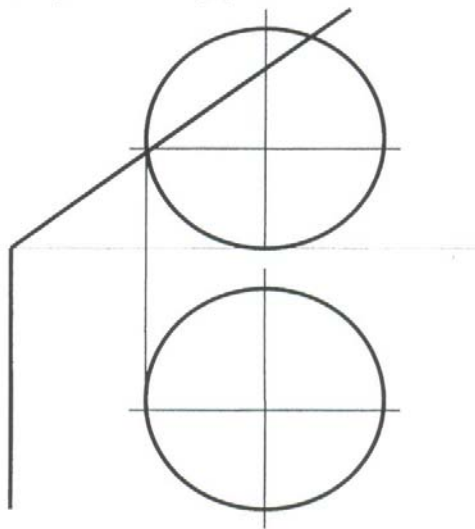
1. Что называется кривой поверхностью?
2. Что называется поверхностью вращения?
3. Какие тела вращения образуются вращением прямой линии?
4. Какие тела вращения образуются вращением окружности, эллипса, параболы, гиперболы?

Упражнения

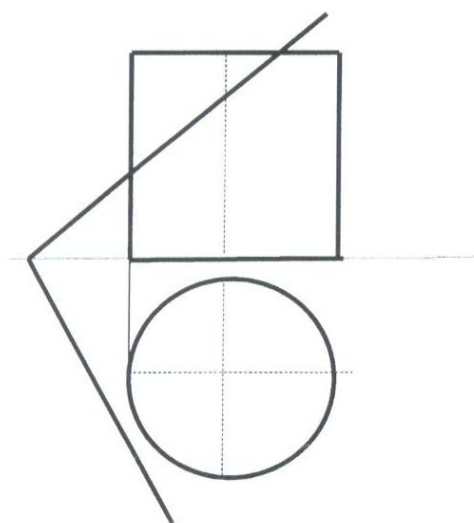
1. Определить точки пересечения прямой линии с поверхностью конуса.



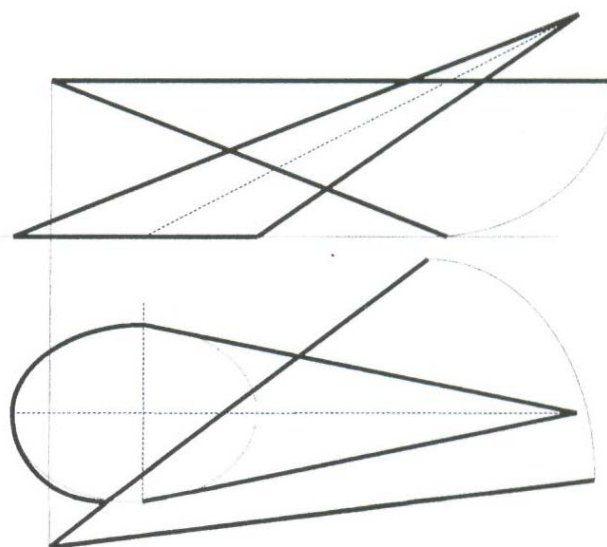
2. Определить линию пересечения плоскости с поверхностью сферы.



3. Определить линию пересечения поверхности цилиндра плоскостью общего положения.



4. Определить линию пересечения поверхности конуса плоскостью общего положения.



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКА И ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

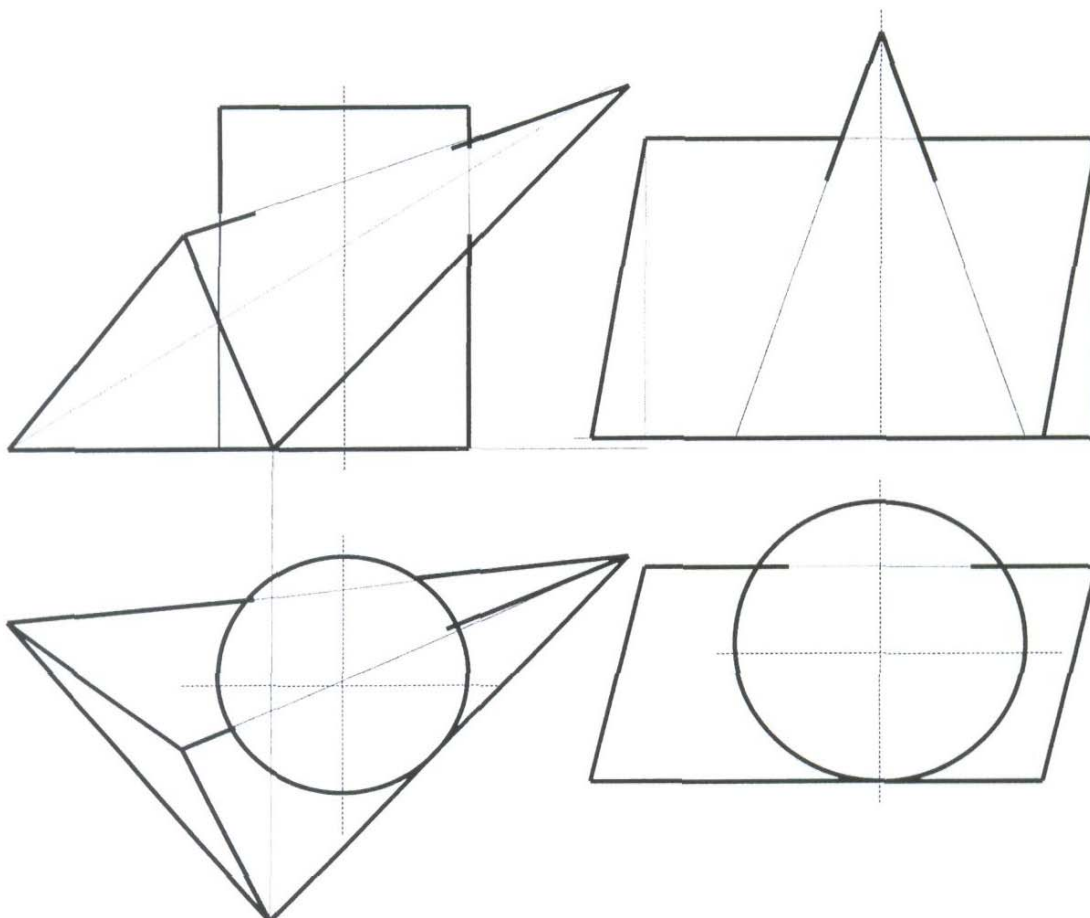
Вопросы для самоконтроля

1. Изложите принципы построения линий пересечения кривой поверхности с поверхностями многогранника.
2. Отметьте преимущества решения задач на построение линии пересечения поверхностей проецирующими цилиндрами и проецирующими призмами.
3. В какой последовательности соединяются точки искомой линии пересечения поверхностей и как определяется ее видимость в проекциях?
4. Какие точки линии пересечения поверхностей называют главными (опорными)?

Упражнения

1. Определить линию пересечения цилиндра и пирамиды.

2. Определить линию пересечения конуса и призмы.



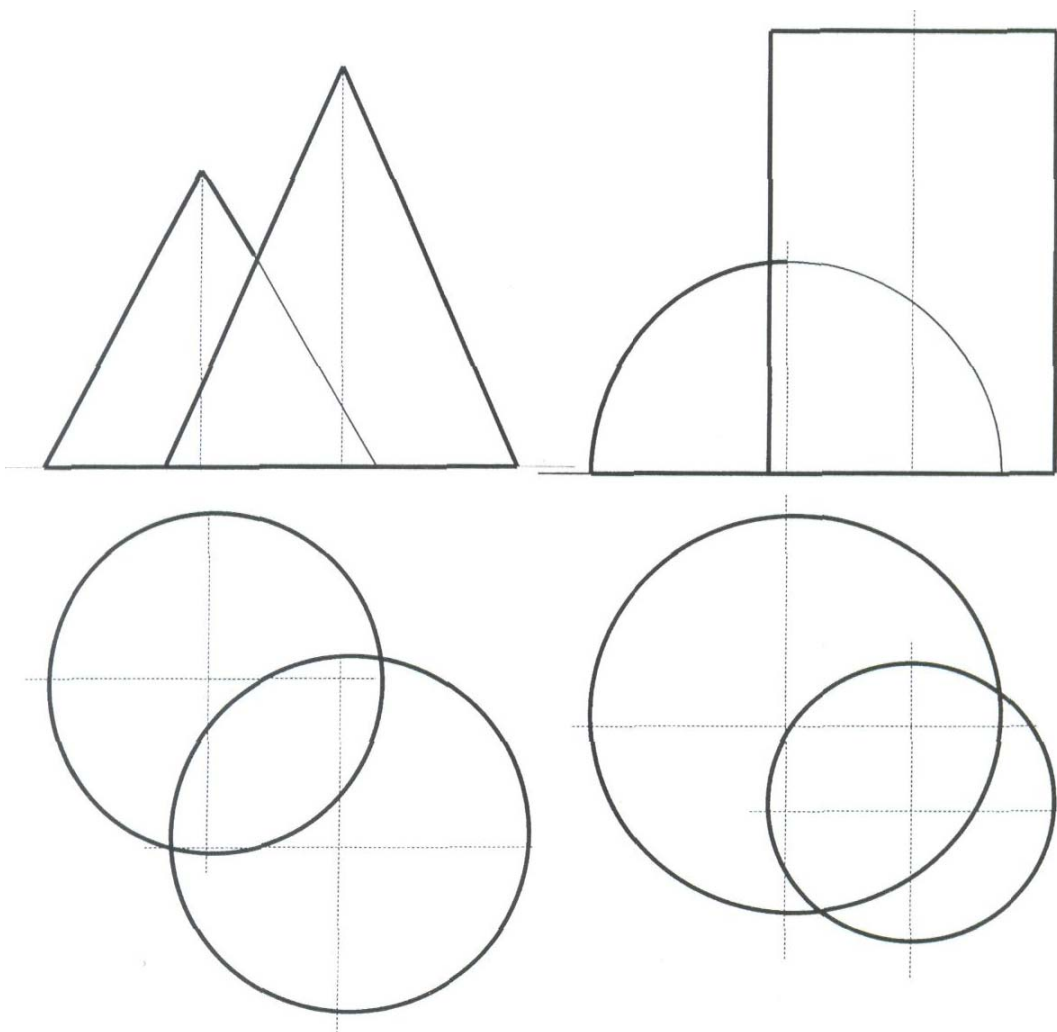
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Вопросы для самоконтроля

1. Изложите принципы построения линий пересечения поверхностей тел вращения между собой.
2. Назовите основные способы, применяемые при построении линии пересечения поверхности второго порядка.
3. Какие линии получаются при пересечении двух тел вращения в особых случаях?

Упражнения

1. Определить линии пересечения двух тел вращения способом вспомогательных плоскостей.



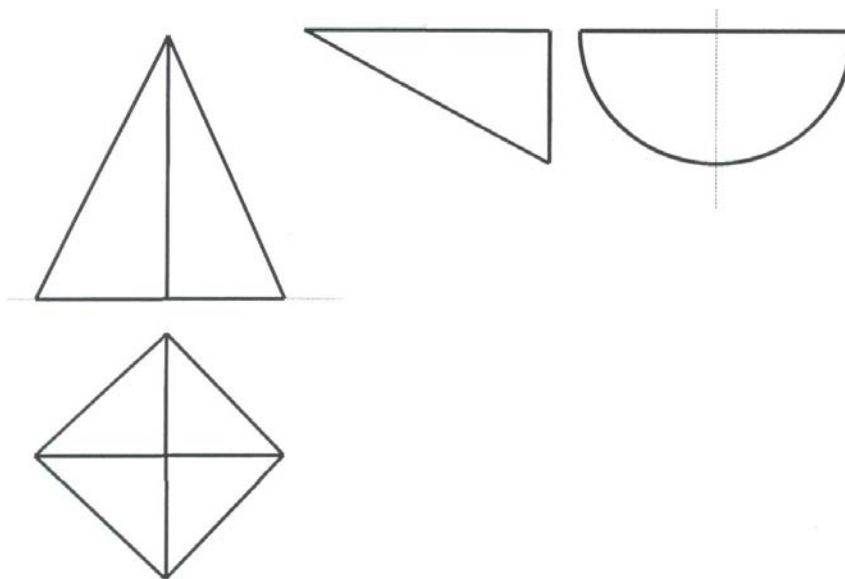
РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Вопросы для самоконтроля

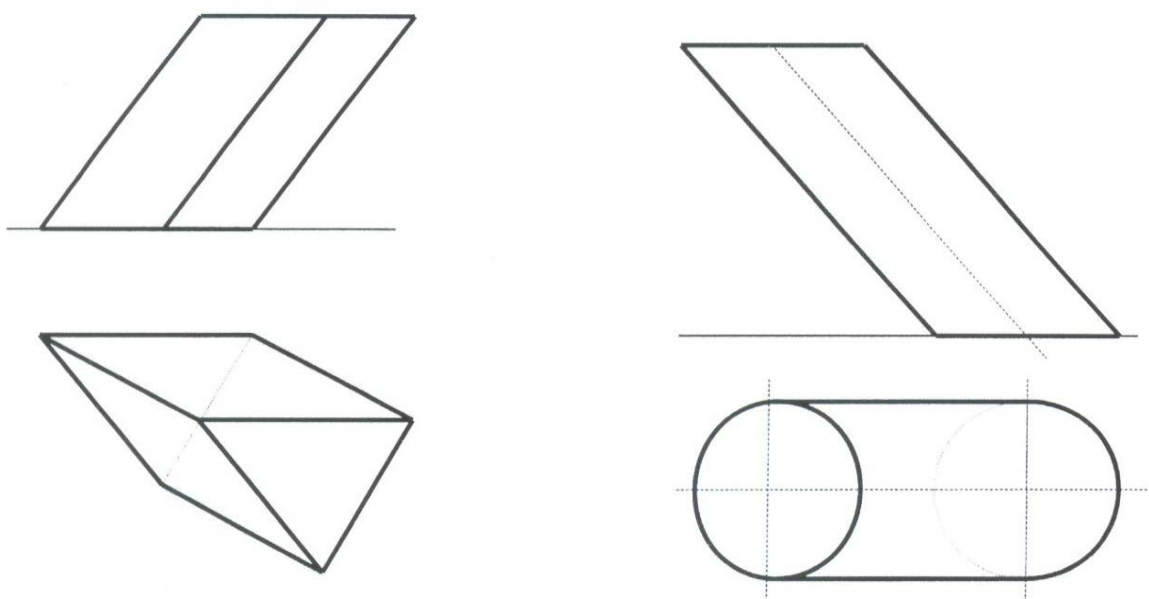
1. Что называют разверткой поверхности?
2. Какие поверхности называют развертывающимися и какие не развертывающимися?
3. Укажите основные свойства разверток.
4. Укажите последовательность графических построений разверток поверхностей конуса и цилиндра.
5. Укажите последовательность построения развертки способом раскатки.

Упражнения

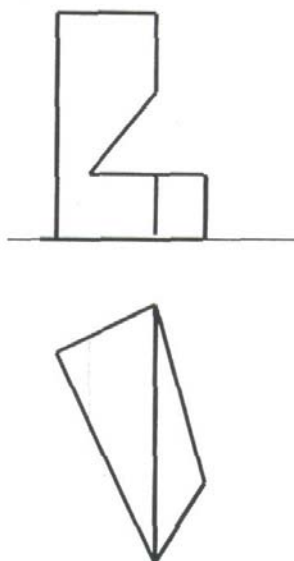
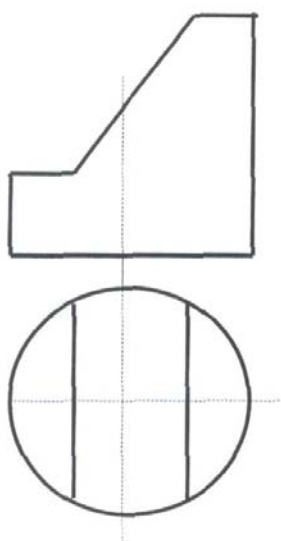
1. Выполнить развертки поверхности геометрических тел.



2. Выполнить развертку геометрических тел способом раскатки.



3. Построить развертку геометрических тел с вырезом.



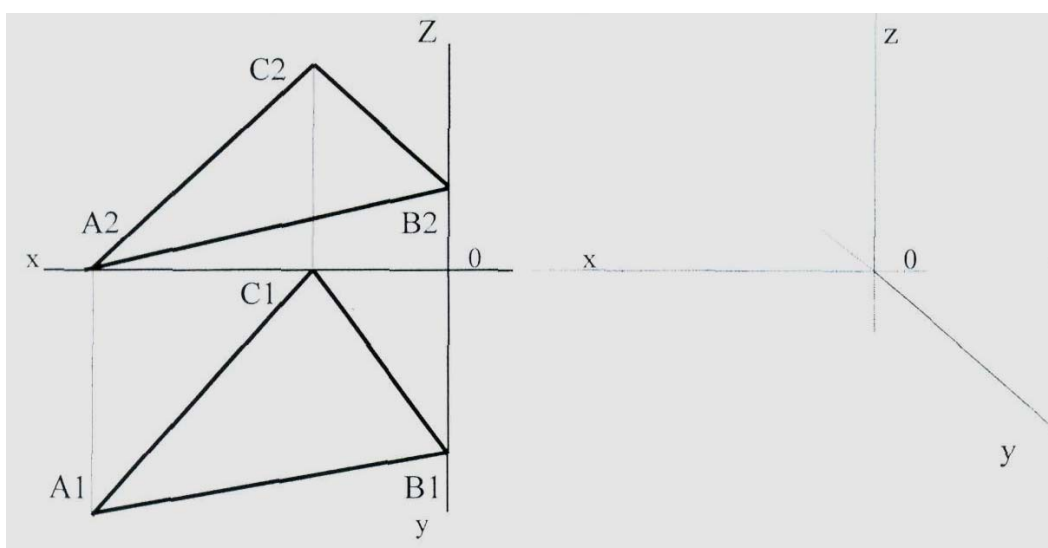
АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Вопросы для самоконтроля

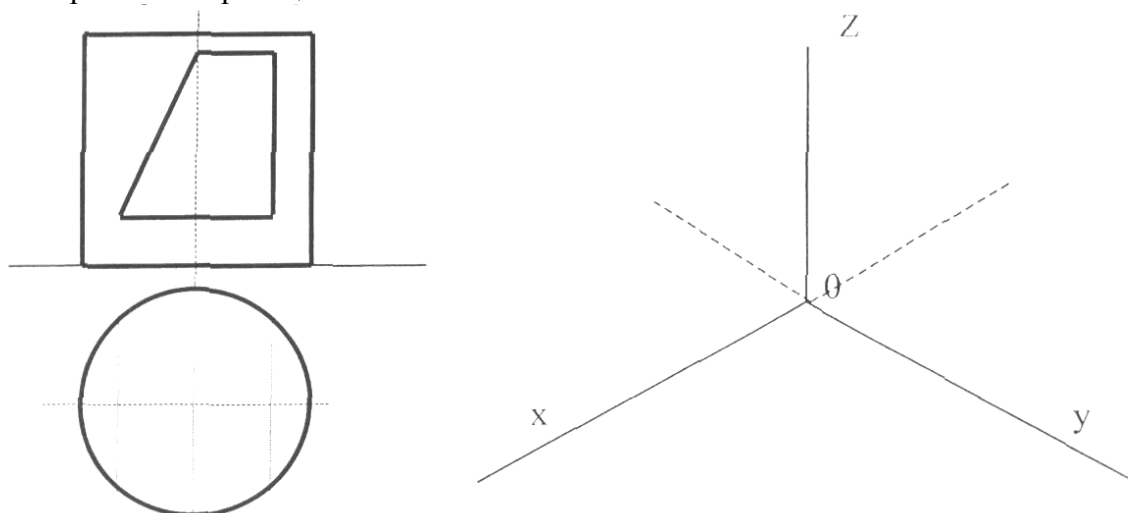
1. Какие проекции называют аксонометрическими? Назовите их виды.
2. Что называют коэффициентом (показателем) искажения?
3. Укажите коэффициенты искажений по направлениям осей в прямоугольной изометрии, в диметрии.
4. Укажите направления и величины осей эллипсов как изометрических и диметрических проекций окружностей, так и вписанных в квадраты граней куба, ребра которого параллельны координатным осям.

Упражнения

1. Выполнить наглядное изображение заданного треугольника в косоугольной фронтальной диметрии, используя метод координат.



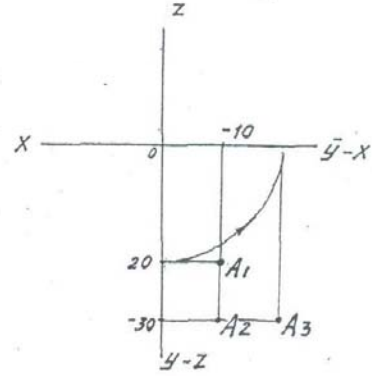
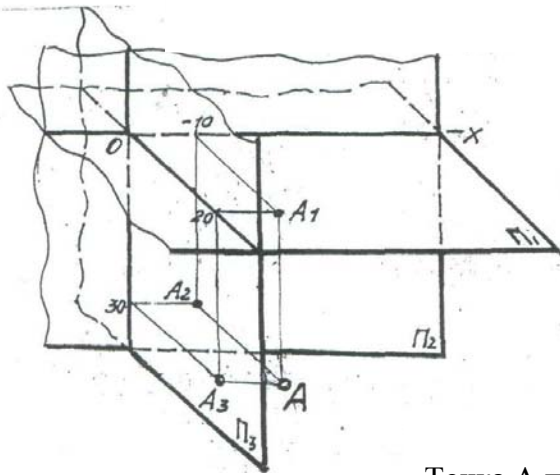
2. Выполнить наглядное изображение цилиндра с вырезом в прямоугольной изометрической проекции.



ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример выполнения графической работы №1 (по теме «Проецирование точки»)

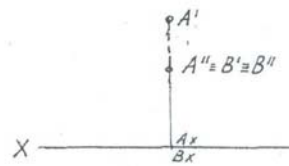
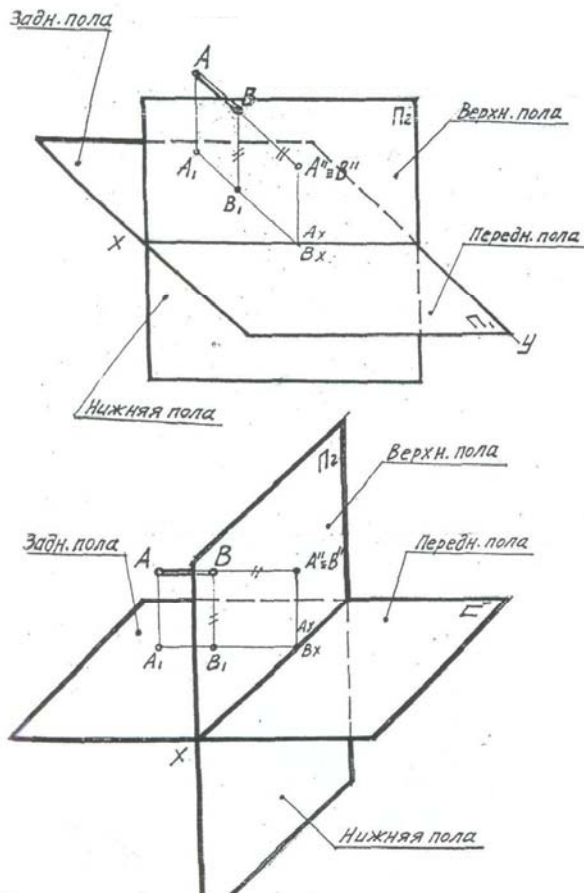
Изобразить наглядно и построить комплексный чертеж точки А, если она удалена: от Π_2 на +20 мм; Π_1 на -30 мм; Π_3 на -10 мм. Записать октант пространства, в котором расположена точка А.



Точка А принадлежит VIII октанту.

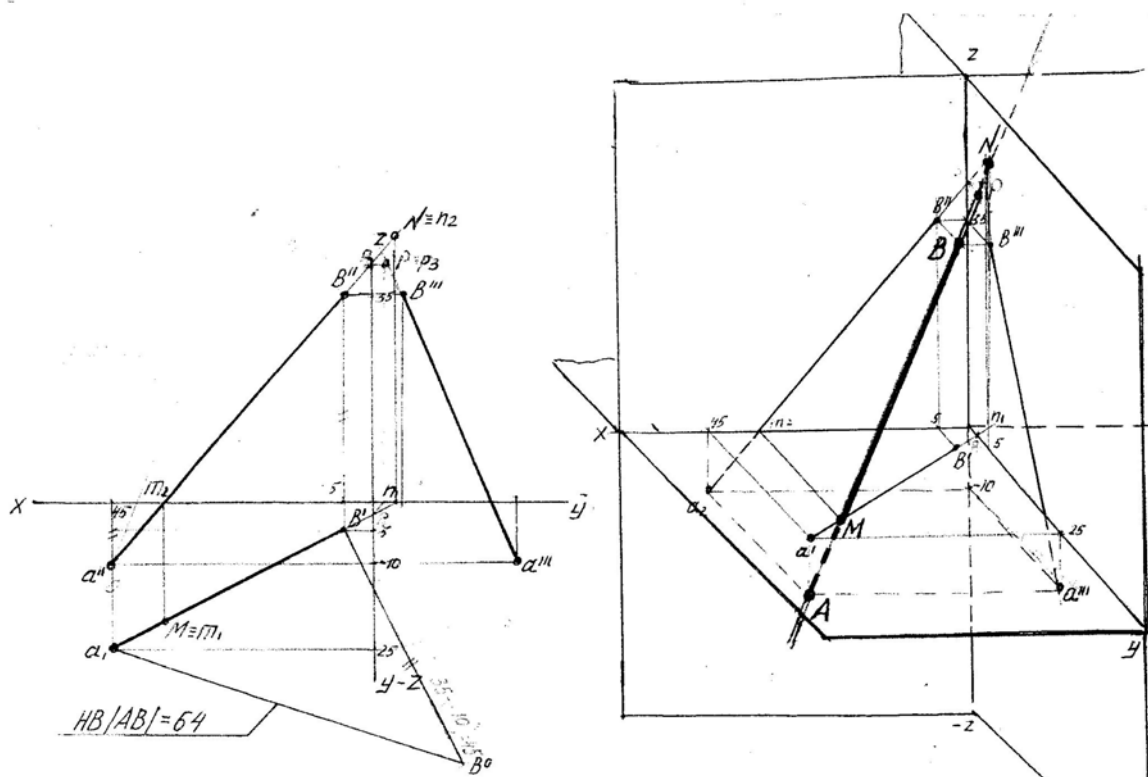
Пример выполнения графической работы №2 (по теме «Проецирование отрезков прямых»)

Изобразить наглядно и построить комплексный чертеж отрезка АВ, если он находится во второй четверти пространства, расположен перпендикулярно плоскости Π_2 . Конец В расположен ближе конца к плоскости Π_2 и равноудален от плоскостей проекций Π_2 и Π_1 .



**Пример выполнения графической работы №3
(по теме «Проецирование отрезков прямых»)**

По заданным координатам точек A (45; 25; -10) и B (5; 5; 35) построить прямую /AB/ в пространственной модели и проекции на эпюре. Определить следы /AB/ и записать принадлежность пространству.

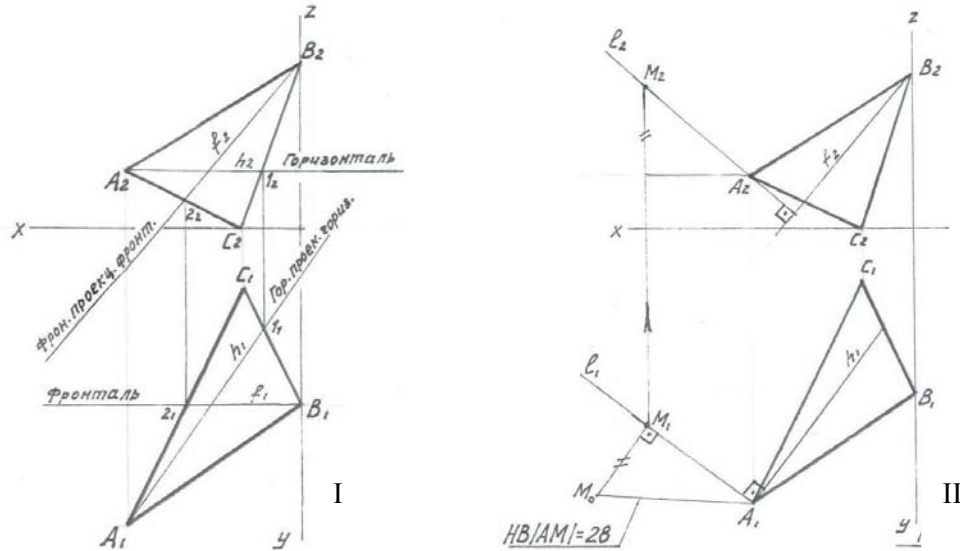


Прямая АВ проходит через октанты IV, I, V, VI.

Пример выполнения графической работы №4
(по теме «Проецирование плоскости. Взаимное положение точки, прямой и плоскости»)

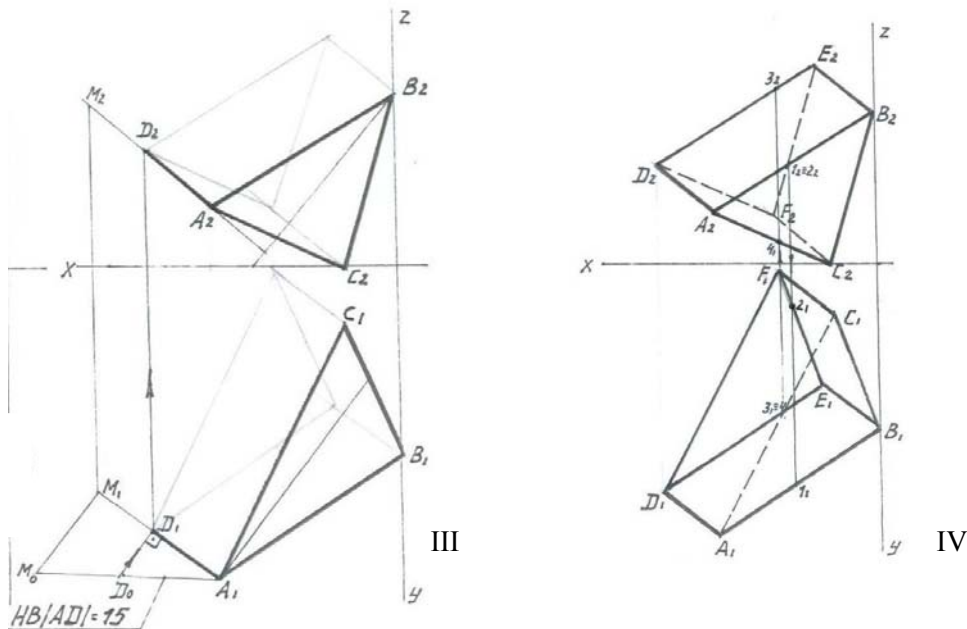
Дано: плоскость Т (ΔABC). Построить правильную треугольную призму, у которой основание ABC параллельно DEF и высота $h=AD=BE=CF=15$ мм.

Этапы выполнения задания №4:



I В плоскости Т задаем линии уровня h и f .

II Строим перпендикуляр l (l_1, l_2) на плоскость Т к любой его вершине, например, к точке А (A_1, A_2). l_1 перпендикулярно h_1 ; l_2 перпендикулярно f_2 . На перпендикуляре l (l_1, l_2) берем произвольную точку М (M_1, M_2) следовательно отрезок МА перпендикулярен плоскости Т. Способом прямоугольного треугольника определяем натуральную величину отрезка МА, то есть $M_0A_1=28$.



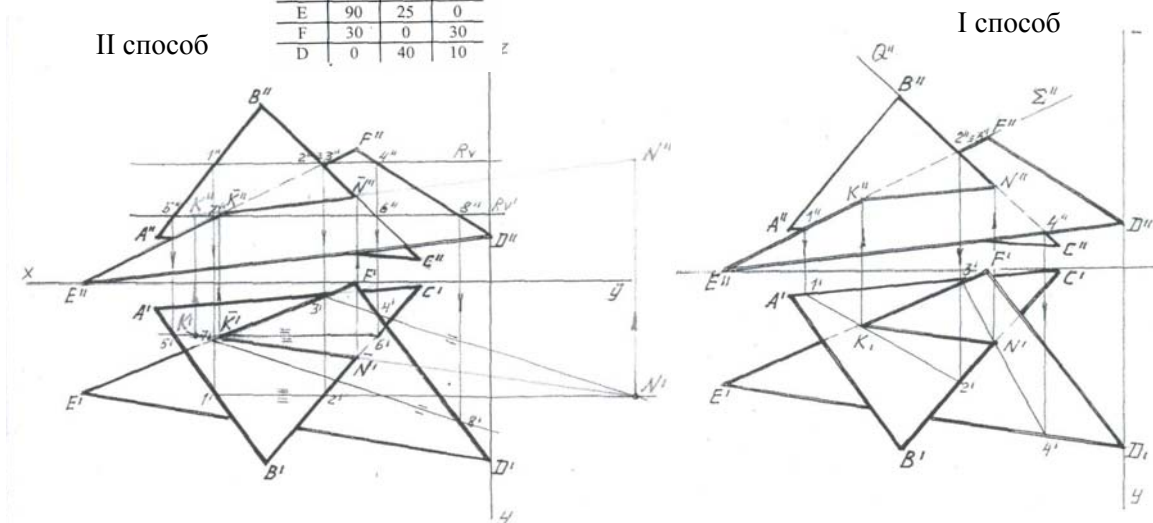
III По условию задачи высота h призмы равна 15 мм, следовательно, по натуральной величине отрезка МА, то есть M_0A_1 от точки А (A_1) откладываем натуральную величину отрезка AD, т. е. $A_1D_0=15$ мм. Методом параллельного переноса определяем проекцию искомой точки D_1 .

IV Из вершин В (B_1, B_2) и С (C_1, C_2) основания ABC проводим проекции боковых ребер BE (B_1E_1, B_2E_2) и CF (C_1F_1, C_2F_2) параллельных и равных построенному ребру AD (A_1D_1, A_2D_2). Соединив точки D, E, F (D_1, E_1, F_1) и (D_2, E_2, F_2) получаем проекции верхнего основания призмы DEF параллельного ABC . Способом конкурирующих точек ($1, 2$ и $3, 4$) определяем видимость.

Пример выполнения графической работы №5
(по теме «Проецирование плоскости. Взаимное положение двух плоскостей»)

Построить линию взаимного пересечения двух плоскостей, заданных $\triangle ABC$ и $\triangle EFD$, координаты которых:

A	75	5	10
B	50	40	40
C	15	0	5
E	90	25	0
F	30	0	30
D	0	40	10



Для построения линии пересечения двух плоскостей общего положения применяют вспомогательные секущие плоскости. Линия пересечения плоскостей Γ и Φ , как и всякая другая прямая должна быть определена двумя точками. Плоскости Γ и Φ – плоскости общего положения, поэтому для поиска двух точек K и N искомой прямой используем способ посредников. В качестве посредников выбираем фронтально-проецирующие плоскости: Q , проходящую через сторону BC плоскости Γ ; Σ – через сторону EF плоскости Φ .

Алгоритм решения задачи первым способом.

1. Сторону BC плоскости Γ заключаем во фронтально-проецирующую плоскость Q .
2. Плоскость Q пересекает Φ по линии пересечения $/3; 4/$.
3. Сторона BC пересекает $/3; 4/$ в точке N – точке пересечения стороны BC плоскости Γ с плоскостью Φ .
4. Аналогично находим точку K , заключая сторону EF плоскости Φ во фронтально-проецирующую плоскость Σ .
5. Плоскость Σ пересекает плоскость Γ по линии пересечения $/1; 2/$.
6. Сторона EF пересекает $/1; 2/$ в точке K – точке пересечения стороны EF плоскости Φ с плоскостью Γ .
7. Соединив полученные точки K и N получаем искомую линию пересечения плоскостей Γ и Φ .
8. Из чертежа видно, что вершина B плоскости Γ расположена над (выше) и перед любой точкой плоскости Φ , поэтому обе проекции участка плоскости Γ ($\triangle ABC$), включающего вершину B (до прямой KN), видимы на эюре.

Алгоритм решения задачи вторым способом.

Для простоты построения линии пересечения плоскостей Γ и Φ в качестве секущих плоскостей можно также использовать горизонтальные плоскости R и R' , заданные фронтальными следами.

1. Плоскость R пересечет плоскость Γ по линии пересечения $/1; 2/$, а плоскость Φ – по линии пересечения $/3; 4/$.

2. Горизонтальные проекций этих линий продлевают до пересечения друг с другом в точке N, которая будет принадлежать всем трем плоскостям, а следовательно и линии пересечения заданных плоскостей Г и Ф.
3. Вторую точку К находят аналогично с помощью второй вспомогательной плоскости R', которая пересечет плоскость Г по линии пересечения /5; 6/, а плоскость Ф – по линии пересечения /7; 8/.
4. Горизонтальные проекций этих линий продлевают до пересечения друг с другом в точке К, которая будет принадлежать всем трем плоскостям, а следовательно и линии пересечения заданных плоскостей Г и Ф.
5. Соединив полученные точки N и К получаем искомую линию пересечения NK плоскостей Г и Ф.

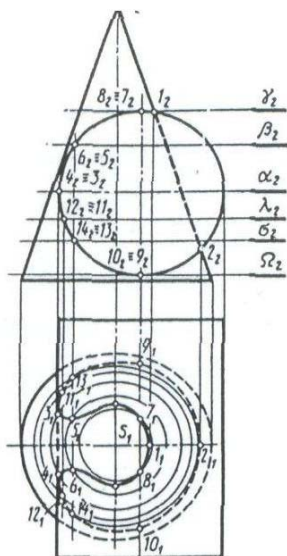
Теоретический материал

(по теме «Построение чертежей взаимно-пересекающихся поверхностей») для выполнения графических работ №6, 7

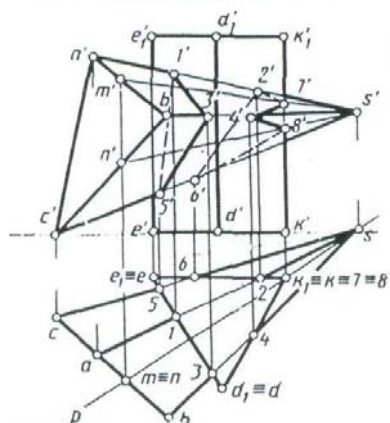
Задачи на пересечение двух поверхностей решают путем введения вспомогательных секущих поверхностей – посредников. В качестве поверхностей – посредников применяют плоскости или сферы, поэтому различают способ вспомогательных секущих плоскостей и способ вспомогательных секущих сфер (концентрических и эксцентрических). Применение того или иного способа зависит от типа данных поверхностей, их взаимного расположения и расположения относительно плоскостей проекций.

Для выполнения заданий необходимо изучить тему «Проекция линии взаимного пересечения поверхностей». Для построения линии пересечения двух поверхностей нужно

найти такие точки, которые одновременно принадлежали бы обеим заданным поверхностям. В зависимости от того, поверхности каких геометрических тел пересекаются (многогранники, тела вращения...), выбирается способ построения линии их взаимного пересечения:



1. Способ вспомогательных секущих плоскостей – посредников. Их выбирают так, чтобы они пересекали обе поверхности по простейшим линиям (окружности, прямые). В местах пересечения этих линий между собой получают точки, принадлежащие одновременно обеим поверхностям, то есть, принадлежащие линии их пересечения.



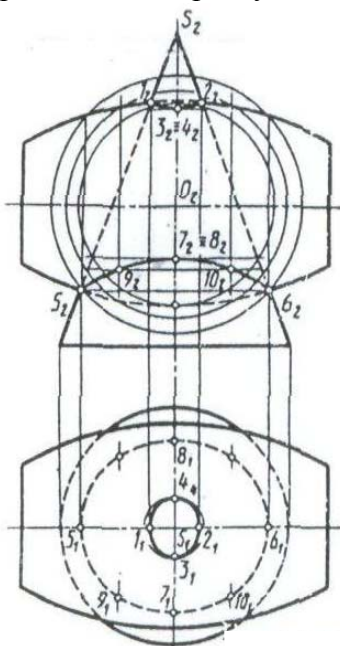
2. Второй способ (чаще всего встречается у многогранников) сводится к отысканию точек пересечения ребер одного многогранника с гранями другого, и наоборот, ребер второго многогранника с гранями первого.

3. Третий способ вспомогательных сфер, или секущих шаровых поверхностей – посредников. Способ вспомогательных сфер распадается на два:

а) способ концентрических шаров, когда все шары – посредники строят из одного общего центра;

б) способ эксцентрических шаров, когда шары – посредники строятся из разных центров.

Прежде чем приступить к решению задач методом шаровых посредников, следует



проверить наличие условий, определяющих возможность применения этого метода. Условия эти таковы:

а) обе поверхности должны быть поверхностями вращения;

б) оси поверхностей должны пересекаться между собой;

в) оси поверхностей должны быть параллельны одной из плоскостей проекций.

План решения задачи способом концентрических шаров можно сформулировать так:

а) принимая точку пересечения осей заданных поверхностей за центр, строят вспомогательные шары – посредники;

б) определяют окружности пересечения шаров – посредников с каждой из заданных поверхностей в отдельности;

в) находят общие точки пересечения полученных окружностей; эти точки и принадлежат искомой линии пересечения.

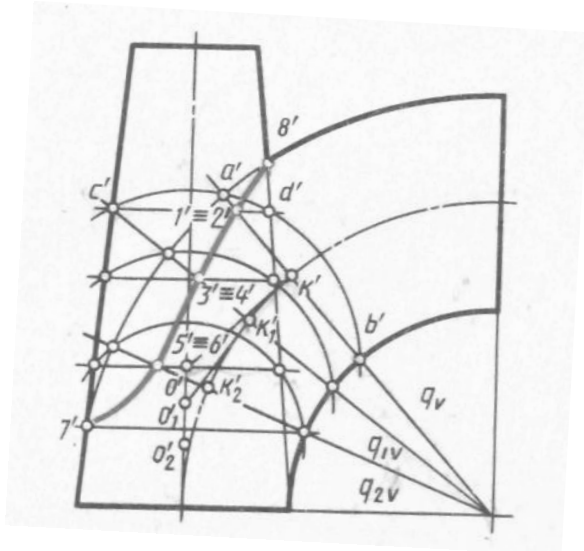
План решения задачи способом эксцентрических шаров на примере построения линии пересечения поверхности тора (кругового кольца) с конической поверхностью можно сформулировать так:

а) через ось поверхности вращения тора проводят фронтально – проецирующую плоскость. Она пересечет тор по окружности;

б) вписывают окружность в сферу, центр для проведения которой будет расположен на оси вращения конуса (этот центр находят путем проведения прямой, касательной к точке пересечения направляющей окружности тора с проецирующей плоскостью);

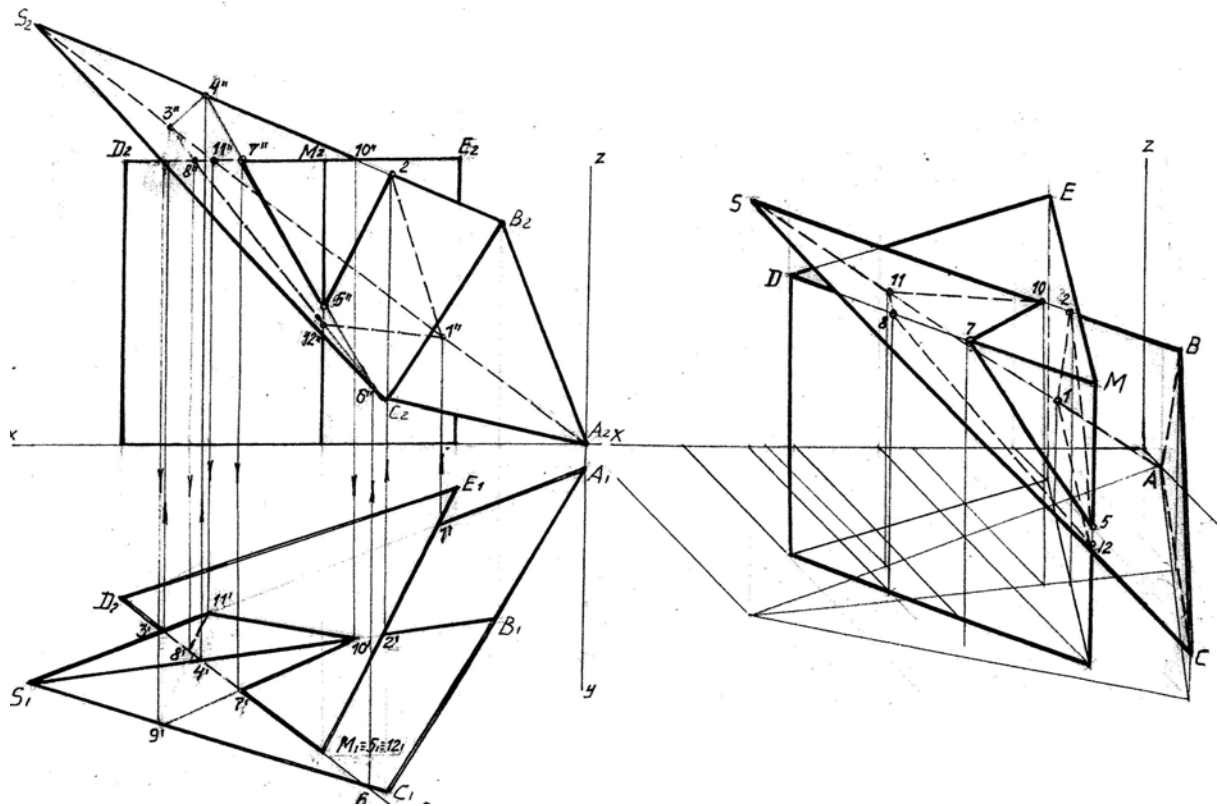
в) эта сфера пересечет поверхность конуса, также как и поверхность тора, по окружности;

г) в пересечении этих окружностей получают две точки (переднюю – видимую и заднюю – невидимую), принадлежащие линии пересечения конуса с тором.



Пример выполнения графической работы №6 на построение линии взаимного пересечения поверхностей многогранников

Построить линии взаимного пересечения геометрических тел. Выполнить аксонометрическую проекцию данных пересекающихся геометрических тел.



При решении данной задачи используется второй способ построения линии взаимного пересечения поверхностей. Порядок выполнения данной графической задачи.

Проанализировав заданные проекции данных геометрических тел, на горизонтальной плоскости проекций видно, что с гранями призмы пересекаются только два боковых ребра SA и SB пирамиды. Точки их пересечения (1, 2) с боковой правой гранью и точки (10, 11) с верхним основанием призмы, получают непосредственно без вспомогательных построений. По горизонтальным проекциям точек (1, 2) строят их фронтальные проекции, а по фронтальным проекциям точек (10, 11) их горизонтальные проекции при помощи линий связи.

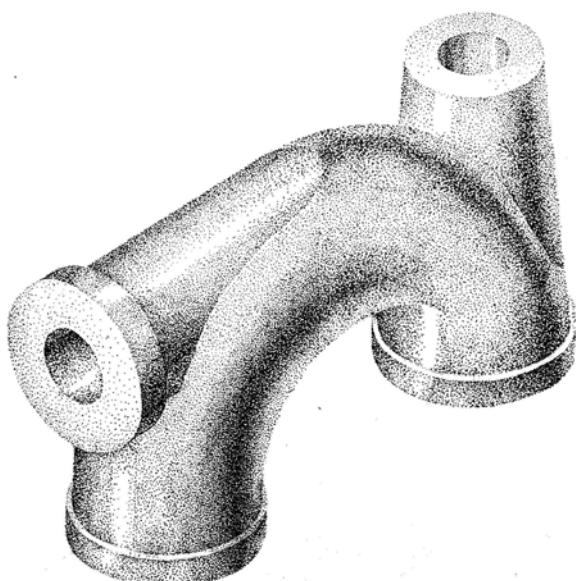
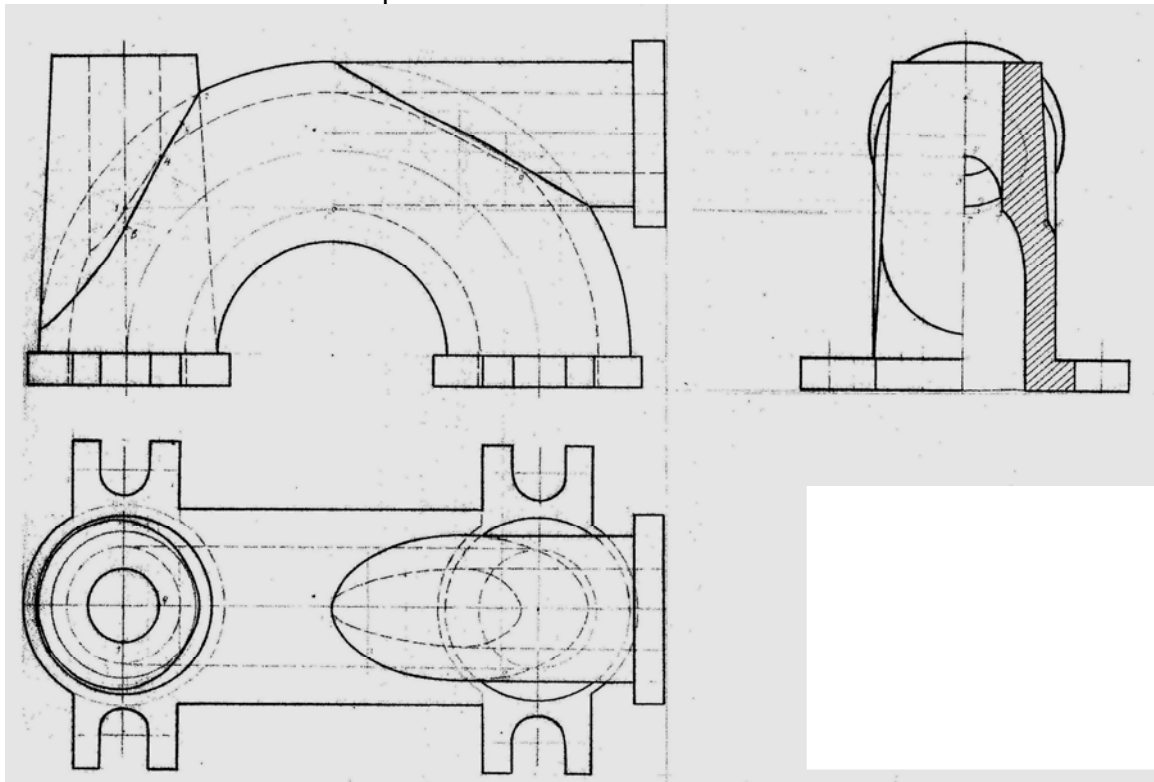
Далее находят точки пересечения боковых ребер (только ребро M) и ребер верхнего основания (только ребро MD) призмы с гранями пирамиды. С этой целью проводят через указанные ребра вспомогательную плоскость Φ (Φ_1). Эта плоскость пересечет грань ASC пирамиды по прямой /3; 6/, а грань BSC – по прямой /4; 6/. Ребро M в пересечении с линией /4; 6/, дает точку 5, которая будет являться точкой входа ребра M призмы в грань BSC пирамиды, а в пересечении с линией /3; 6/ - точку 12, которая будет являться точкой выхода из грани ASC.

Точку пересечения 7 ребра MD призмы с гранью BSC пирамиды определяют на пересечении ребра MD с линией /4; 6/, а точку пересечения 8 с гранью ASC – в пересечении ребра MD с линией /3; 6/.

Точки 1, 2, 5, 7, 10, 11, 8, 12, 1 на эпюре соединяют последовательно прямыми с учетом их видимости при проецировании на плоскость Π_2 . Соединив последнюю точку 12 с первой 1, получают замкнутую ломаную линию – линию пересечения поверхностей пирамиды и призмы.

Пример выполнения графической работы №7 на построение линии взаимного пересечения тел вращения

По двум видам выполнить комплексный чертеж детали, внешняя и внутренняя форма которой представляет собой пересечение различных поверхностей геометрических тел. Построить линии пересечения поверхностей и технический рисунок данной детали. Способ выявления объема выбрать самостоятельно.



Для выполнения данной работы необходимо воспользоваться теоретическим материалом, изложенным выше, и выбрать способы построения линий пересечения.

А для выполнения технического рисунка смотреть учебно-методическое пособие «Графическое представление твердотельных моделей в дизайне промышленных изделий. Технический рисунок и начала трехмерного компьютерного моделирования» (2009г.).

Пример выполнения графической работы №8
(по теме «Построение чертежей многогранников и кривых поверхностей, пересеченных плоскостью»)

По двум неполным видам построить комплексный чертеж и аксонометрическую проекцию (выбрать самостоятельно) модели, усеченной фронтально-проецирующей плоскостью, внешняя и внутренняя форма которой представляет собой пересечение соосных геометрических тел.



Многие технические детали имеют форму геометрических тел усеченных проецирующими плоскостями. При построении чертежей возникает необходимость нанести на изображение поверхности детали линию сечения.

1. Заданная модель мысленно расчленяется на простейшие геометрические поверхности.
2. Находятся фронтальные проекции линии пересечения этих геометрических поверхностей секущей плоскостью Р.
3. По найденным фронтальным проекциям строят горизонтальные проекции линии пересечений, которые

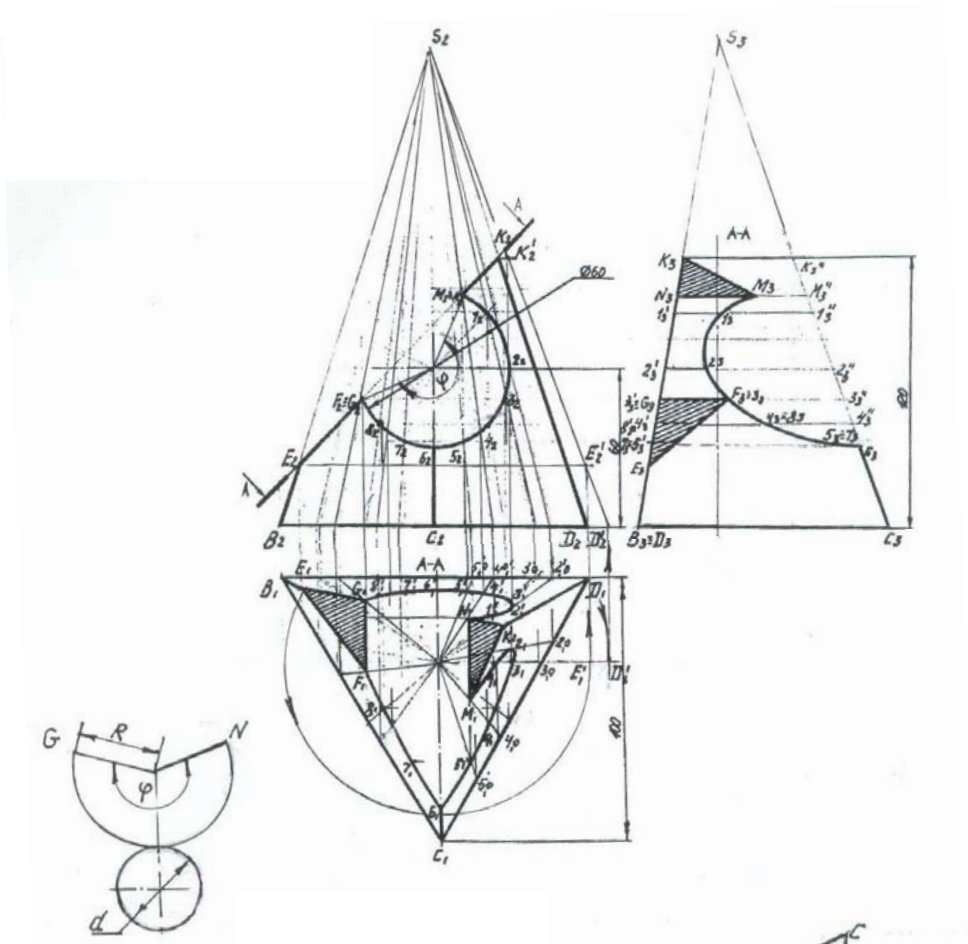
являются контуром наложенного сечения.

4. По двум проекциям выполняется построение третьей – профильной проекции с контуром наложенного сечения.

5. Горизонтальная и профильная проекции наложенного сечения заштриховываются под углом 45° к оси сечения или рамке чертежа

**Пример выполнения графической работы №9
(по теме «Развертки поверхностей»)**

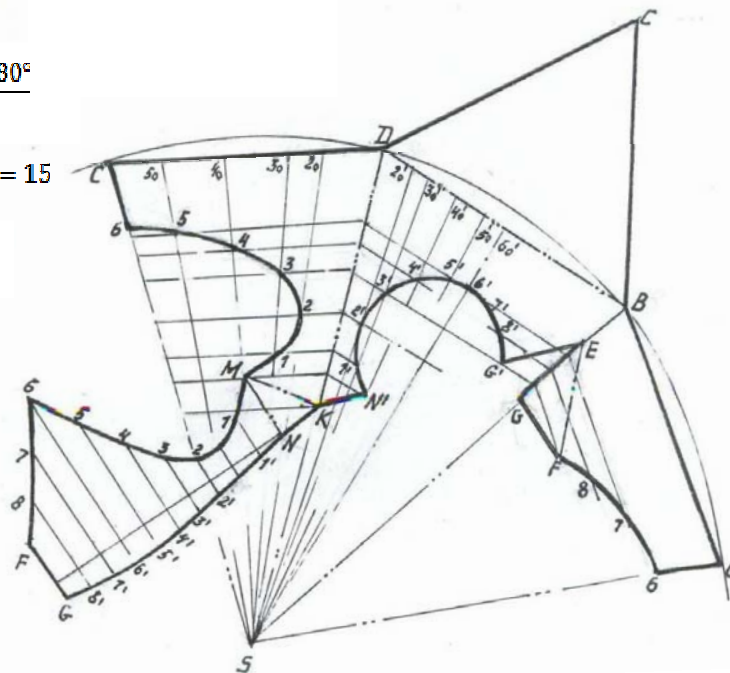
Выполнить чертеж треугольной пирамиды со сквозным цилиндрическим отверстием усеченной проецирующей плоскостью. Выполнить ее полную развертку и изготовить модель из плотной бумаги.



$$\varphi = \frac{\pi d \times 360^\circ}{2\pi R} = \frac{d \times 180^\circ}{R}$$

$$d = \frac{\varphi \times R}{180^\circ} = \frac{225^\circ \times 12}{180^\circ} = 15$$

$$/NG/ = \pi d = 3,14 \times 15 = 47$$



Внешняя (многогранная) и внутренняя (цилиндрическая) поверхности данной усеченной пирамиды относятся к развертываемым поверхностям.

Выполнение задания следует начинать с компоновки чертежа. Желательно, чтобы развертка была «цельнокройной». Следует помнить, что на развертке все элементы (длины дуг, углы, плоские грани) присутствуют в натуральную величину. Только это условие обеспечит при свертывании развертки получение макета заданной конструкции. Поэтому перечисленные элементы находят в натуральную величину по чертежу любым из известных в начертательной геометрии способом.

Для построения развертки поверхность пирамиды $SBCD$ мысленно разрезают по одному из боковых ребер SC , двум сторонам BC и CD основания, двум сторонам EG и GF фигуры сечения EGF и одной стороне KN фигуры сечения KNM . Вторая сторона MN фигуры сечения KNM будет общей со стороной развернутой поверхности цилиндрического отверстия.

Основания треугольников CD , DB , BC боковой поверхности пирамиды расположатся как хорды по дуге, радиус которой равен длине ребра пирамиды. Через произвольно выбранную вершину S развертки боковой поверхности пирамиды, радиусом $SB=SC=SD$, равным длине ребра, описывает дугу. На проведенной дуге от произвольно выбранной точки откладывают четыре отрезка, равные сторонам основания пирамиды, получают точки C , D , B . Затем эти точки соединяют отрезками между собой и с вершиной S тонкими прямыми линиями. Боковая поверхность данной пирамиды разрезана по ребру SC . От точек C , D , B , S к вершине S откладывают натуральные длины величины соответствующих усеченных ребер пирамиды: $S_6=S_3$, взятые с профильной проекции; $KD=K_2'D_2'$ и $BE=D_2'E_2'$, взятые с фронтальной плоскости проекций (НВ этих ребер определены способом вращения). Далее на боковых поверхностях пирамиды строят линии их пересечения с цилиндрическим отверстием. Для этого на любой боковой стороне (SC) от точки S откладывают натуральные отрезки S_6S_3 , $M''K''$, взятые с профильной проекции S_3C_3 и через полученные точки проводят прямые параллельные сторонам основания пирамиды. Аналогично от точки D по стороне основания CD откладывают натуральные отрезки D_2O_2 4_05_0 , а по стороне DB – D_2O_2' ,..... $5_0'6_0'$, взятые соответственно с горизонтальных проекций CD и DB . Через полученные точки проводим прямые в вершину S пирамиды.

В пересечении одноименных горизонтальных прямых и прямых, проведенных в вершину S , на боковой стороне SCD получают точки M , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , а на SDB - N' , $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$, $6'$, $7'$, $8'$, G' (точки $7'$, $8'$ и G' относительно прямой S_6O_6' достраивают симметрично точкам $5'$, $4'$, $3'$). На боковой стороне SBC получают точки 7 , 8 , F (построенные симметрично точкам 5 , 4 , 3 относительно ребра SC).

Соединив последовательно построенные точки, получают искомые линии пересечения боковых поверхностей пирамиды с цилиндрическим отверстием. Далее соединяют точки: M и K , принадлежащие боковой стороне SCD ; точки K и N' , G и E , принадлежащие стороне SDB ; точки E и F , принадлежащие SBC , получают натуральную величину замкнутого контура боковой поверхности развертки усеченной пирамиды. Отрезки MK , KN' , $G'E$, EF – натуральные величины линии среза. Поэтому натуральную величину фигуры среза MKN привязывают к стороне MK . Для этого из точки M радиусом $MN=M_1N_1$ (взятым с горизонтальной проекции), и из точки K радиусом KN' проводят дуги до пересечения в точке N . Получают натуральную величину среза MKN , к стороне MN которого привязывают развернутую внутреннюю поверхность цилиндрического отверстия.

Для этого из точки N проводят прямую перпендикулярную к MN и откладывают на ней длину развернутой поверхности отверстия, натуральной величиной которой будет дуга окружности N_2G_2 на плоскости Π_2 . Чтобы вычислить длину данной дуги прибегают к следующим действиям. Соединив точки N_2 и G_2 с центром данной дуги окружности,

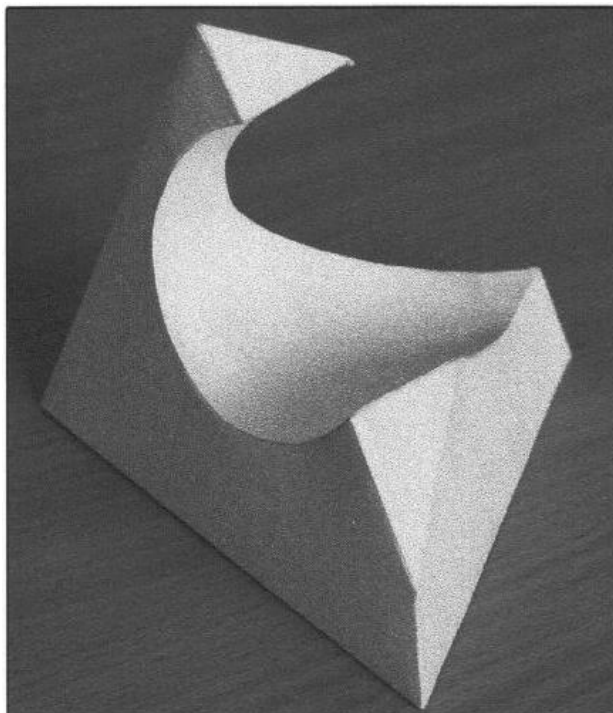
получают сектор с углом φ при вершине и образующей l равной радиусу (R) данной дуги. Центральный угол φ сектора определяют из пропорции:

$$\frac{2\pi R}{\pi d} = \frac{360^\circ}{\varphi} ; \quad \varphi = \frac{\pi d \times 360^\circ}{2\pi R} = \frac{d \times 180^\circ}{R} , \text{ следовательно}$$

$$d = \frac{\varphi \times R}{180^\circ} = \frac{225^\circ \times 12}{180^\circ} = 15$$

Таким образом, длина дуги $NG = \pi d = 3,14 \times 15 = 47,10$. Дуга N_2G_2 окружности на Π_2 разделена точками $1_2, \dots, 8_2$ на десять равных частей, следовательно прямую NG на развертке внутренней поверхности цилиндрического отверстия равную дуге N_2G_2 делим также на десять равных частей. Через полученные точки параллельно стороне MN проводим отрезки $11' = 1_1 1_1' \dots 88' = 8_1 8_1'$ и $FG = F_1 G_1$, взятые с горизонтальной плоскости проекций. Соединив все точки плавной кривой линией, получают натуральную величину развернутой поверхности отверстия. Последним действием построения развертки усеченной пирамиды будет являться привязка второй фигуры среза FEG к стороне FE . Для этого из точки F радиусом $FG = F_1 G_1$, взятым с плоскости Π_1 , и из точки E радиусом EG' проводят дуги до пересечения в точке G . Получается натуральная величина фигуры среза FEG . Работа по построению развертки усеченной пирамиды завершена.

Итогом всей работы служит данная модель, выполненная из плотной бумаги по полученной развертке.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Г.С. Начертательная геометрия. Учебник для вузов. М.: Машиностроение, 1995. – 224 с.
2. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия. М.: Просвещение, 1989. –239 с.: ил.
3. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2002. –472 с.: ил.
4. Пеклич В.А. Начертательная геометрия. М.: Изд-во АСВ, 1999.– 248 с.: ил.
5. Миронов Б.Г., Миронова Р.С. Черчение. М.: Машиностроение, 1991.– 288 с.: ил.
6. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия. М.: Высшая школа, 2000. – 224 с.: ил.
7. Тарасов Б.Ф., Дудкина Л.А, Немолотов С.О. Начертательная геометрия. СПб.: Изд-во Лань, 2002. – 256 с.

Учебное издание

*Зубкова Тамара Александровна
Зими́на Ольга Михайловна*

ПРАКТИКУМ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебно-методическое пособие

Напечатано в авторской редакции с оригинал-макета заказчика

Подписано в печать 23.12.10. Формат 60×84 1/16.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,15. Уч.-изд. л. 1,87.
Тираж 50 экз. Заказ №

Издательство «Удмуртский университет»
426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4