МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«Дифференциальные уравнения и смежные вопросы»

посвященная выдающемуся математику

И. Г. ПЕТРОВСКОМУ

(1901 — 1973)

23 совместное заседание Московского математического общества
и семинара им. И. Г. Петровского

Москва, 29 мая – 4 июня 2011

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

Москва, 2011

Международная конференция, посвященная выдающемуся математику И. Г. Петровскому (23 совместное заседание ММО и семинара им. И. Г. Петровского): Тезисы докладов. — М.: Изд-во МГУ, 2011. — 384 с.

Программный комитет

В. А. Садовничий, В. В. Козлов, Б. А. Дубровин, А. М. Ильин, С. П. Новиков, Я. Г. Синай, Д. В. Трещев, Л. Д. Фаддеев и руководители секций:

И. В. Асташова, Н. Х. Розов (*Обыкновенные дифференциальные уравнения*)

С. И. Похожаев, Е. В. Радкевич (*Уравнения с частными производными и математическая физика*)

Д. В. Аносов, В. М. Бухштабер, В. М. Закалюкин, Ю. С. Ильяшенко (*Динамические системы, солитоны и геометрия*)

В. Д. Степанов, А. А. Шкаликов (*Спектральная теория и функциональные пространства*)

В. В. Жиков, А. Л. Пятницкий, А. С. Шамаев (*Асимптотические методы и усреднение*)

Организационный комитет

В. А. Садовничий (Председатель, Ректор МГУ)

В. В. Козлов (Сопредседатель, Директор Математического института В. А. Стеклова)

В. Н. Чубариков (Заместитель председателя)

А. С. Шамаев (Заместитель председателя)

А. А. Шкаликов (Заместитель председателя)

Секретариат конференции: И. В. Асташова, А. В. Боровских, В. В. Быков, А. А. Владимиров, А. Ю. Горицкий, И. А. Дынников, Т. О. Капустина, Е. С. Карулина, В. В. Палин, О. С. Розанова, М. С. Романов, А. М. Савчук, И. В. Филимонова, Г. А. Чечкин (ответственный секретарь), И. А. Шейпак

Конференция поддержана:
Российским фондом фундаментальных исследований
Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова
Механико-математическим факультетом МГУ им. М. В. Ломоносова

ISBN

INTERNATIONAL CONFERENCE

«Differential Equations and Related Topics»

dedicated to outstanding mathematician

I. G. PETROVSKII

(1901 — 1973)

23 joint session of Moscow Mathematical Society
and I. G. Petrovskii Seminar

Moscow, May 29 – Jun 4, 2011

BOOK of ABSTRACTS

Moscow, 2011

International Conference dedicated to outstanding mathematician I. G. Petrovskii (23 joint session of Moscow Mathematical Society and I. G. Petrovskii Seminar): Book of Abstracts. — Moscow: Moscow University Press, 2011. — 384 P.

Program Committee

V. A. Sadovnichii, V. V. Kozlov, B. A. Dubrovin, L. D. Faddeev, A. M. Ilyin, S. P. Novikov, Ya. G. Sinai, D. V. Treschev and the organizers of the sections:

I. V. Astashova and N. Kh. Rozov (*Ordinary Differential Equations*)

S. I. Pokhozhaev and E. V. Radkevich (*Partial Differential Equations and Mathematical Physics*)

D. V. Anosov, V. M. Bukhshtaber, Yu. S. Ilyashenko, V. M. Zakalyukin (*Dynamical Systems, Solitons, and Geometry*)

A. A. Shkalikov and V. D. Stepanov (*Spectral Theory and Function Spaces*)

A. L. Piatnitski, A. S. Shamaev, V. V. Zhikov (*Asymptotic Methods and Homogenization*)

Organizing Committee

V. A. Sadovnichii (Chairman, Rector of Moscow Lomonosov State University)

V. V. Kozlov (Co-Chairman, Director of Steklov Mathematical Institute)

V. N. Chubarikov (Vice-Chairman)

A. S. Shamaev (Vice-Chairman)

A. A. Shkalikov (Vice-Chairman)

Conference Secretariate: I. V. Astashova, A. V. Borovskikh, V. V. Bykov, G. A. Chechkin (executive secretary), I. A. Dynnikov, I. V. Filimonova, A. Yu. Goritskii, T. O. Kapustina, E. S. Karulina, V. V. Palin, O. S. Rozanova, M. S. Romanov, A. M. Savchuk, I. A. Sheipak, A. A. Vladimirov

Conference is supported by:
Russian Fund of Fundamental Research
Moscow Lomonosov State University
Department of Mechanics and Mathematics of MSU

ISBN

систем. Важным для приложений является вопрос о том, насколько близки аттракторы дискретных аппроксимаций математических моделей к их истинным аттракторам. Для автономных уравнений этот вопрос был изучен в [2], где была доказана теорема о полунепрерывной зависимости от параметра аттракторов семейств полудинамических систем. В работе [3] аналогичный результат был получен для равномерных аттракторов семейств полупроцессов, соответствующих неавтономным эволюционным уравнениям. В [2, 3] предполагалось, что рассматриваемые семейства имеют общую полугруппу времени, поэтому при исследовании сходимости аттракторов конечно-разностных схем приходилось считать, что шаг сетки представляется в виде $\tau = \tau_n = T_0/n$, где T_0 – некоторое положительное число, $n \in \mathbb{N}$.

В настоящей работе доказана более общая теорема о полунепрерывной сверху зависимости от параметра равномерных аттракторов семейств полупроцессов для случая, когда рассматриваемые семейства могут не иметь общей полугруппы времени.

Эта работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России"на 2009 - 2013 годы и АВЦП "Развитие научного потенциала высшей школы грант 2.1.1/11133.

Список литературы

[1] *Chepyshov V.V., Vishik M.I.* Attractors of non-autonomous dynamical systems and their dimension // J. Math. Pures Appl. 1994. V. 73. P. 279–333.

[2] *Капитанский Л.В., Костин И.Н.* Аттракторы нелинейных эволюционных уравнений и их аппроксимаций // Алгебра и анализ. 1990. Т. 2. Вып. 1. С. 114–140.

[3] *Ипатова В.М.* Об аттракторах аппроксимаций неавтономных эволюционных уравнений // Математический сборник. 1997. Т. 188. № 6. С. 47–56.

Неравенство Виртингера для оператора внутренней суперпозиции

Исламов Г. Г. (ggislamov@gmail.com, Удмуртский госуниверситет, Россия)

На гладких $2\pi-$ периодических функциях $x(t)$ рассмотрим при $t \in [0, 2\pi]$ оператор внутренней суперпозиции $(Sx)(t) = \sum_{j=1}^{m} p_j(t)x(q_j(t))$, где $p_j(t)$ и $q_j(t)$ соответственно квадратично суммируемые и измеримые по Лебегу функции. Определим при $t \in [0, 2\pi]$ отклонения $h_j(t) = q_j(t) - 2\pi k$, если $q_j(t) \in [2\pi k, 2\pi(k+1)), k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Очевидно, что $(Sx)(t) = \sum_{j=1}^{m} p_j(t)x(h_j(t))$, причем $h_j(t) \in [0, 2\pi)$ при $t \in [0, 2\pi]$.

Известное неравенство Виртингера [1] дает следующее утверждение

Теорема 1. *Пусть функции* $mes\ h_j^{-1}(0, t]$ *абсолютно непрерывны на отрезке* $[0, 2\pi]$, $\alpha = vrai \sup_{t \in [0,2\pi]} \sum_{j=1}^{m} \frac{d}{dt} \int_{h_j^{-1}(0,t]} |p_j(s)|^2\, ds < \infty$. *Пусть, далее,* $z(t) = (Sy)(t)$, *где* $y(t)$ *есть* $2\pi-$ *периодическая функция с нулевым средним на периоде* $\left(\int_0^{2\pi} y(s)\, ds = 0\right)$ *и квадратично суммируемой на* $[0, 2\pi]$ *производной* $y'(t)$.

Тогда $\|z\|_{L^2[0,2\pi]} \le \alpha \|y'\|_{L^2[0,2\pi]}$.

Уточнение константы α в последнем нервенстве было получено на основе следующего интегрального представления $y(t) = (Ky')(t) \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} k(t-s)y'(s)\,ds$ гладких 2π– периодических функций $y(t)$ с нулевым средним на периоде и последующего применения „теста Шура“ [2] к интегральному оператору $|SK|$ с ядром $|G(t,s)|$, где $G(t,s) = \frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{m} p_j(t)k(h_j(t)-s)$. Здесь $k(t)$ есть 2π– периодическая функция, определенная на $[-\pi,\pi]$ равенством

$$k(t) = \begin{cases} -t+\pi, & \textit{если } t \in (0,\pi] \\ 0, & \textit{если } t = 0 \\ -t-\pi, & \textit{если } t \in [-\pi, 0). \end{cases}$$

Точное значение константы α равно $\min\limits_c$ наибольшего значения параметра $\omega = \omega(c)$ в спектральной задаче с фиксированной константой c

$$\omega^2 u(t) = \int_0^{2\pi} (G(t,s)-c)v(s)\,ds, \quad v(s) = \int_0^{2\pi} (G(t,s)-c)u(t)\,dt.$$

Список литературы

[1] *Беккенбах Э., Беллман Р.* Неравенства. М.: Мир, 1965.

[2] *Халмош П., Сандер В.* Ограниченные интегральные операторы в пространствах L^2. М.: Наука, 1985.

О критерии локализации спектра модельной задачи, связанной с оператором Орра – Зоммерфельда

Ишкин Х. К. (Ishkin62@mail.ru, Башкирский государственный университет, Россия)

С известным в гидродинамике оператором Орра – Зоммерфельда [1] ассоциируется модельная задача вида

$$i\varepsilon^2 y'' + q(x)y = \lambda y, \tag{1}$$

$$y(-1) = y(1) = 0. \tag{2}$$

Здесь $\varepsilon > 0$ — малый параметр, функция q возрастает на $[-1,1]$. Если q суммируема на интервале $(0,1)$, то спектр задачи (1) — (2) дискретен и лежит в полуполосе $\Pi = \{a < \mathrm{Re}\ z < b, \quad \mathrm{Im}\ z < 0\}$, где $a = q(-1),\ b = q(1)$. В работе [2] показано, что если q принадлежит классу AM функций, допускающих аналитическое продолжение с отрезка $[-1,1]$ в некоторую область $G \subset \mathbb{C}$ так, что отображение $q:\ \overline{G} \to \overline{\Pi}$ — непрерывно и биективно, то предельный спектральный граф Γ задачи (1) — (2) имеет форму „спектрального галстука“:

$$\Gamma = \gamma_- \cup \gamma_+ \cup \gamma_\infty, \tag{3}$$

где кривые $\gamma_\pm, \gamma_\infty$ имеют единственную общую точку λ_0 и соединяют ее с ± 1 и $-i\infty$ соответственно.

В предлагаемом докладе обсуждается вопрос: насколько условие $q \in AM$ необходимо для реализации Γ в виде (3)?

Мы доказываем, что при любом $l < \mathrm{Im}\ \lambda_0$ предположение о том, что для $\sigma_l(\varepsilon)$ — части спектра задачи (1) — (2) в полуполосе $\Pi_l = \Pi \cap \{\mathrm{Im}\ \lambda < l\}$ — предельным