

Улучшение качества хаотической синхронизации в трех системах с симметричными параметрами

О. А. Абдурахманов

Дагестанский государственный педагогический университет,
филиал в г. Дербенте,
368604, Россия, г. Дербент, ул. Советская, 15 А
sckat@rambler.ru

Получено 03 января 2009 г.

Рассмотрена возможность улучшения качества хаотического синхронного отклика путем синхронизации трех систем с симметричными параметрами — двух ведомых систем и одной ведущей системы по сравнению с синхронизацией только ведущей–ведомой систем. Показано также улучшение качества передачи гармонического сигнала при использовании трех систем с симметричными параметрами.

Ключевые слова: синхронизация, хаос

O. A. Abdurakhmanov

Improvement of the quality of the chaotic synchronization in three systems with symmetric parameters

The paper considers the possibility of improvement of the quality of the chaotic synchronous response by the synchronization of three systems with symmetric parameters, two driven systems and one driving system, in comparison with synchronization only by the driving–driven systems. Besides, improvement of the quality of the transfer of a harmonic signal is shown using three systems with symmetric parameters.

Keywords: synchronization, chaos

Mathematical Subject Classifications: 39Axx, 93D05

Введение

Начиная с 1992 г. был предложен ряд способов передачи информации [1, 3–6], использующих хаотическую динамику: хаотическая маскировка (chaotic masking), переключение хаотических режимов (chaos shift keying), нелинейное подмешивание (nonlinear mixing), схемы на основе систем фазовой автоподстройки частоты (ФАП) и другие. С их помощью была продемонстрирована возможность применения хаоса при передаче информации.

Но использование хаотических колебаний при передаче информации требует достаточно «качественной» хаотической синхронизации приемо-передающей системы [7]. А возможность получения хаотической синхронизации определяется устойчивостью отклонения между сигналами приемо-передающей системы. При этом сами хаотические колебания [8–10], в отличие от регулярных, представляют собой неустойчивые траектории, т. е. обладают тем свойством, что сколь угодно малые возмущения с течением времени существенно возрастают. Поэтому в случае неидентичности параметров приемо-передающих систем даже устойчивость отклонения не гарантирует отсутствия хаотических искажений. А в случае неустойчивости может наблюдаться явление on/off-перемежаемости — кратковременные «срывы» синхронизации [11].

Вопрос улучшения качества синхронизации в условиях большой расстройки параметров приемо-передающей системы с помощью введения обратной связи рассмотрен в [12].

В данной статье рассматривается возможность улучшения качества хаотической синхронизации путем построения специального вида приемника. Рассмотрим краткое описание предлагаемой приемо-передающей системы. Передатчик с параметром μ генерирует сигнал v_1 . Приемник представляет собой две управляемые системы с симметричными относительно передатчика параметрами $\mu(1 - k)$ и $\mu(1 + k)$, которые под воздействием сигнала v_1 генерируют свои синхронные сигналы v_2 и v_3 соответственно. Для этой системы в первом пункте формулируется утверждение о том, что величина $\frac{v_2 + v_3}{2}$ оказывается ближе к выходному сигналу ведущей системы v_1 , чем выходные сигналы ведомых систем v_2, v_3 . Там же делается попытка обоснования этого утверждения для конкретных хаотических систем. При этом вопрос строгого обоснования сформулированного эффекта для систем в общем виде остается открытым.

Во втором пункте приводятся результаты численного моделирования для хаотических систем на основе цепи Чуа и кольцевой системы, демонстрирующие гашение искажений, возникающих вследствие неидентичности параметров приемо-передающей системы.

В третьем пункте продемонстрирована применимость предложенной схемы для улучшения качества передачи гармонического сигнала.

Далее рассмотрим вопросы построения приемо-передающей системы и определения синхронизации ее подсистем.

В данной статье в качестве приемо-передающей системы используется система, состоящая из ведомой и ведущей подсистем, полученных по схеме Пекоры–Кэрролла [13]. Для этого исходная автоколебательная система с хаотическим поведением

$$\dot{x} = F(x, \mu)$$

декомпозируется на две подсистемы с обратными связями (рис. 1):

$$\begin{cases} \dot{v} = f(v, w, \mu), \\ \dot{w} = h(v, w, \mu), \end{cases}$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)$ — вектор состояния системы, $v = (x_1, \dots, x_r)$ — вектор состояния подсистемы I, $w = (x_{r+1}, \dots, x_{r+s})$ — вектор состояния подсистемы II, $r + s = n$.

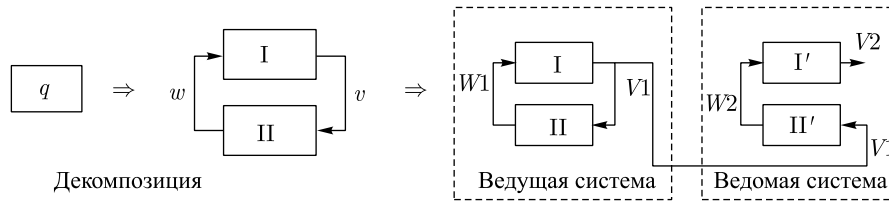


Рис. 1. Ведущая и ведомая системы

После чего берутся две такие системы, одна в исходном виде без изменений, а вторая в модифицированном виде:

ведущая система

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = f(v_1, w_1, \mu_1), \\ \dot{w}_1 = h(v_1, w_1, \mu_1), \end{cases} \quad (\text{I})$$

ведомая система

$$\begin{cases} \dot{v}_2 = f(v_2, w_2, \mu_2), \\ \dot{w}_2 = h(v_1, w_2, \mu_2), \end{cases} \quad (\text{II})$$

где

- ведущая система есть исходная автоколебательная система (v_1, w_1) ,
- ведомая пассивная система (v_2, w_2) , полученная из исходной разрывом обратной связи v_2 во втором уравнении путем замены его на v_1 ,
- μ_1, μ_2 — параметры управляющие хаотическим поведением систем.

По аналогии с периодическими системами, для отдельных видов хаотических систем может быть введено понятие фазовой синхронизации [14–16]. Для широкого класса дискретных и непрерывных систем в работах [14–16] вводится понятие полной синхронизации.

Общее определение синхронизации, охватывающее понятия приближенной и асимптотической синхронизации, дано в [17]. Из него как частные случаи следуют понятия частотной синхронизации, фазовой синхронизации, координатной синхронизации, частичной координатной синхронизации и др.

В статье рассматривается частичная координатная синхронизация выходных сигналов ведущей (v_1) и ведомой (v_2) систем. При этом различаются следующие случаи [18].

При идентичных параметрах $\mu_1 = \mu_2$ под синхронизацией ведущей и ведомой систем понимается асимптотическое совпадение входного v_1 и выходного v_2 сигналов ведомой системы (асимптотическая синхронизация):

$$\|v_1 - v_2\| \rightarrow 0, \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

При неидентичных параметрах $\mu_1 \neq \mu_2$ — приближенное совпадение v_1 и v_2 (ε -синхронизация):

$$\|v_1 - v_2\| \leq \varepsilon, \text{ при } t \geq 0,$$

где $\varepsilon = \varepsilon(\Delta\mu)$ — фиксированная константа, зависящая от величины отличия параметров $\Delta\mu = |\mu_1 - \mu_2|$.

Если параметры ведущей и ведомой систем удастся подобрать только с некоторой точностью k , $\mu_2 = \mu_1 \pm k$, то отсюда следует возможность получения приближенной синхронизации с ε_k , определяемой величиной $\Delta\mu = k$.

Для оценки качества хаотической синхронизации в [7] рассматривается отношение

$$\eta = \frac{\langle (\Delta v)^2 \rangle}{\langle v_1^2 \rangle},$$

где $\Delta v = ||v_1 - v_2||$; $\langle \rangle$ — среднее значение; $\langle (\Delta v)^2 \rangle$ — мощность шума рассинхронизации; $\langle v_1^2 \rangle$ — мощность хаотического сигнала на входе ведомой системы.

Таким образом, при заданных значениях амплитуд хаотических сигналов v_1 , v_2 имеет место оценка

$$||\Delta v|| \leq \varepsilon$$

и качество хаотической синхронизации также зависит от величины ε .

В следующих пунктах исследуется возможность построения приемо-передающей системы, в которой при заданном отличии параметров k возможно получить хаотическую синхронизацию с качеством ε^* : $\varepsilon^* < \varepsilon$, а также улучшение качества передачи гармонического сигнала с использованием такой приемо-передающей системы.

1. Синхронизация трех систем с симметричными параметрами

В работе под синхронизацией трех систем с симметричными параметрами понимается следующее: ведомая система, зависящая от параметра μ , синхронизирует по отдельности первую ведомую систему, зависящую от параметра $\mu - \delta$, и вторую ведомую систему, зависящую от параметра $\mu + \delta$. Для удобства далее используем δ в виде $\delta = k\mu$.

В качестве новой приемо-передающей системы берется ведущая систем, с параметром μ и две ведомые системы с параметрами $\mu(1 - k)$ и $\mu(1 + k)$:

ведущая система, μ

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = f(v_1, w_1, \mu), \\ \dot{w}_1 = h(v_1, w_1, \mu), \end{cases} \quad (\text{I})$$

Ведомая система, $\mu(1 - k)$

$$\begin{cases} \dot{v}_2 = f(v_2, w_2, \mu(1 - k)), \\ \dot{w}_2 = h(v_2, w_2, \mu(1 - k)), \end{cases} \quad (\text{II}) \quad (2)$$

Ведомая система, $\mu(1 + k)$

$$\begin{cases} \dot{v}_3 = f(v_3, w_3, \mu(1 + k)), \\ \dot{w}_3 = h(v_3, w_3, \mu(1 + k)). \end{cases} \quad (\text{III})$$

Здесь ведущая система I генерирует сигнал v_1 , который подается на входы ведомых систем II и III. В свою очередь, ведомые системы под воздействием входа v_1 генерируют свои выходы v_2 и v_3 .

Для системы (2) сформулируем следующие утверждение.



Утверждение 1. Если имеет место ε -синхронизация двух пар систем «ведущая I — ведомая II» и «ведущая I — ведомая III», то существует такое фиксированное число k^* , что при отличии параметров $k \leq k^*$ величина $\frac{v_2 + v_3}{2}$ оказывается ближе к выходному сигналу ведущей системы v_1 , чем выходные сигналы ведомых систем v_2, v_3 :

$$\begin{aligned} \|v_1 - v_2\| &< \varepsilon_2, \\ \|v_1 - v_3\| &< \varepsilon_3, \\ \|v_1 - \frac{v_2 + v_3}{2}\| &< \varepsilon^*, \\ \varepsilon^* &< \min(\varepsilon_2, \varepsilon_3). \end{aligned} \quad (3)$$

Строгое аналитическое обоснование утверждения 1, для систем представленных в общем виде (2), является очень сложным и требует, в зависимости от конкретных физических соображений и постановок задач, наложения дополнительных условий на правые части уравнений. Ниже делается попытка обоснования утверждения 1 и приводятся некоторые аналитические выкладки и численные расчеты для конкретных хаотических систем, которые часто применяются в задачах передачи информации с помощью хаотических колебаний.

В качестве примера рассмотрим синхронизацию трех систем с симметричными параметрами на основе цепи Чуа (рис. 2) [19]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{C_1 R}(x_2 - x_1) - \frac{1}{C_1}g(x_1), \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_2 R}(x_1 - x_2) + \frac{1}{C_2}x_3, \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{L}x_2, \end{cases}$$

где $g(x) = m_0x + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)(|x + B| - |x - B|)$ — кусочно-линейная характеристика, $\mu = \frac{1}{R}$ — управляющий параметр.

Рассмотрим три системы с симметричными параметрами:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mu B \cdot x + G(x), & \text{(I)} \\ \dot{y} &= \mu(1 - k)B \cdot y + G(y), & \text{(II)} \\ \dot{z} &= \mu(1 + k)B \cdot z + G(z), & \text{(III)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 \\ \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad G(x) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{C_1}g(x_1) \\ \frac{1}{C_2}x_3 \\ -\frac{1}{L}x_2 \end{pmatrix}.$$

Перепишем уравнения (4) в интегральной форме:

$$\begin{aligned} x &= x^0 + \int_{t_0}^t (\mu B \cdot x + G(x)) dt, & \text{(I)} \\ y &= y^0 + \int_{t_0}^t (\mu B \cdot y + G(y)) dt - \int_{t_0}^t (\mu k B \cdot y) dt, & \text{(II)} \\ z &= z^0 + \int_{t_0}^t (\mu B \cdot z + G(z)) dt + \int_{t_0}^t (\mu k B \cdot z) dt. & \text{(III)} \end{aligned} \quad (5)$$

На рис. 2 представлены результаты численного моделирования трех систем на основе цепи Чуа (а) трех автоколебательных систем, (б) одной ведущей и двух ведомых систем. Из рис. 2 видно, что аттракторы систем с параметрами $\mu(1 - k)$ и $\mu(1 + k)$ получаются из аттрактора системы с параметром μ в результате «противоположных искажений». Аттрактор системы II (зеленый цвет) «сжимается», а аттрактор системы III (синий цвет) «растягивается».

Если взять $x^0 = y^0 = z^0$, то из (5) получаем:

$$\begin{aligned} y &= x - \int_{t_0}^t (\mu k B \cdot y) dt, & \text{(II)} \\ z &= x + \int_{t_0}^t (\mu k B \cdot z) dt. & \text{(III)} \end{aligned} \quad (6)$$

Отсюда можно сделать предположение, что для трех систем с симметричными параметрами, аттракторы которых получаются «противоположными искажениями», в качестве хаотического синхронного отклика рассмотрение среднего арифметического выходных сигналов ведомых систем $\frac{y+z}{2}$ позволит компенсировать эти «противоположные искажения».

Ниже с помощью численного моделирования будет показана справедливость утверждения 1 при синхронизации хаотических систем и применимость предложенной схемы при передаче гармонического сигнала.

2. Улучшение качества хаотической синхронизации в системах на основе цепи Чуа и кольцевой системы

Ведущая система и ведомые системы на основе цепи Чуа [7] описываются следующими уравнениями:

ведущая система, μ

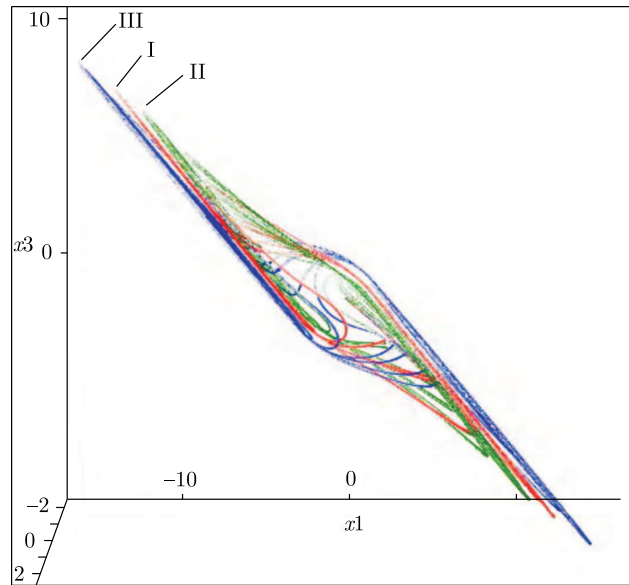
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{C_1 R} (x_2 - x_1) - \frac{1}{C_1} g(x_1), \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_2 R} (x_1 - x_2) + \frac{1}{C_2} x_3, \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{L} x_2, \end{cases} \quad \text{(I)}$$

ведомая система, $\mu(1 - k)$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \frac{1}{C_1 R(1 - k)} (x_2 - y_1) - \frac{1}{C_1} g(y_1), \\ \dot{y}_2 = \frac{1}{C_2 R(1 - k)} (y_1 - y_2) + \frac{1}{C_2} y_3, \\ \dot{y}_3 = -\frac{1}{L} y_2, \end{cases} \quad \text{(II)} \quad (7)$$

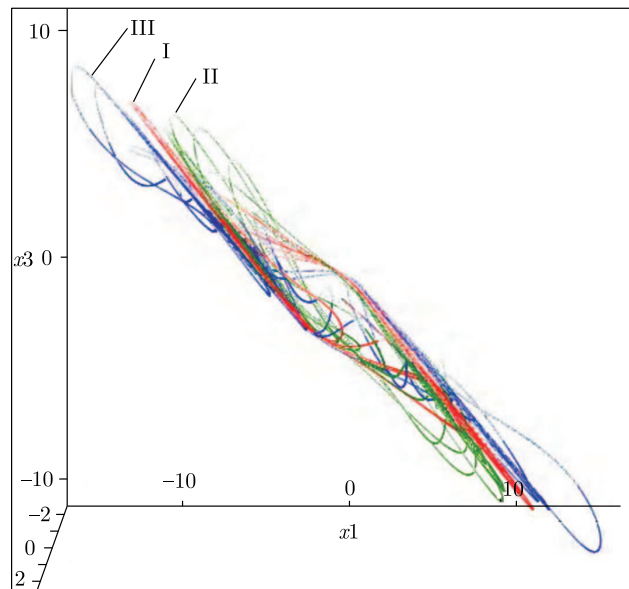
ведомая система, $\mu(1 + k)$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{1}{C_1 R(1 + k)} (x_2 - z_1) - \frac{1}{C_1} g(z_1), \\ \dot{z}_2 = \frac{1}{C_2 R(1 + k)} (z_1 - z_2) + \frac{1}{C_2} z_3, \\ \dot{z}_3 = -\frac{1}{L} z_2, \end{cases} \quad \text{(III)}$$



$(x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3), (z_1, z_2, z_3)$

a



$(x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3), (z_1, z_2, z_3)$

б

Рис. 2. Три системы с симметричными параметрами. Поперечный вид хаотических аттракторов трех систем на основе цепи Чуа с отличием параметров в 3%; (а) автоколебательные системы с параметрами $R = 1.9$ — красный цвет (I), $1/R(1 - 0.03)$ — зеленый цвет (II), $1/R(1 + 0.03)$ — синий цвет(III); (б) ведущая $R = 1.9$ — красный цвет (I), ведомая $1/R(1 - 0.03)$ — зеленый цвет (II), ведомая $1/R(1 + 0.03)$ — синий цвет (III) (См. рис. 2–6 в полноцветном варианте в электронной версии статьи на сайте журнала: <http://nd.ics.org.ru>.)

где $g(x) = m_0x + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)(|x + B| - |x - B|)$ — кусочно-линейная характеристика, R — управляющий параметр.

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования для значений параметров цепи Чуа: $C_1 = 15$, $C_2 = 100$, $R = 1.9$, $m_0 = -0.459$, $m_1 = -0.757$, $B = 1.56$, отличие управляющих параметров 4% $k = 0.04$, отличие остальных параметров 0.5% (для компактности записи коэффициенты отличия остальных параметров не введены в (4)). Согласно (3) из рис. 3 $\varepsilon_2 = 1.28$, $\varepsilon_3 = 1.5$, $\varepsilon^* = 0.48$, т.е. условие $\varepsilon^* < \min(\varepsilon_2, \varepsilon_3)$ выполняется, и качество хаотического синхронного отклика улучшается в 1.52 раза. Следует отметить, что при данном наборе параметров для цепи Чуа наблюдается режим on/off-перемежаемости, заключающийся в кратковременных срывах качества хаотического синхронного отклика, так как величины ε_2 , ε_3 сопоставимы с амплитудами самих хаотических сигналов y_1 , y_2 , y_3 .

Но между срывами качество хаотического синхронного отклика улучшается в 5 раз, что можно наблюдать на рис. 3б третий график более сглаженный между срывами по сравнению с первым и вторым графиками. Как будет показано далее, это позволит существенно улучшить качество передаваемого гармонического сигнала.

Для кольцевой системы [7] ведущая система и ведомые системы $\mu(1 - k)$, $\mu(1 + k)$ описываются уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{m}{b} \cdot f(x_3) - \frac{1}{b}x_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_3, \\ \dot{x}_3 = x_2 - a \cdot x_3; \end{cases} \quad (\text{I})$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \frac{m}{b(1-k)} \cdot f(x_3) - \frac{1}{b(1-k)}y_1, \\ \dot{y}_2 = y_1 - y_3, \\ \dot{y}_3 = y_2 - a \cdot y_3; \end{cases} \quad (\text{II}) \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{m}{b(1+k)} \cdot f(x_3) - \frac{1}{b(1+k)}z_1, \\ \dot{z}_2 = z_1 - z_3, \\ \dot{z}_3 = z_2 - a \cdot z_3; \end{cases} \quad (\text{III})$$

здесь $f(z) = \left|z + \frac{1}{2}\right| - \left|z - \frac{1}{2}\right| + \frac{1}{2}|z - 1| - \frac{1}{2}|z + 1|$ — кусочно-линейная характеристика, (I) — ведущая система, (II), (III) — ведомые системы, $\mu = b$ — управляющий параметр.

На рис. 4 приведены результаты численного моделирования для значений параметров кольцевой системы: $m = 4.8$, $a = 0.1$, $b = 2$, отличие управляющих параметров 9% $k = 0.09$, отличие остальных параметров 0.5%. Здесь $\varepsilon_2 = 0.11$, $\varepsilon_3 = 0.096$, $\varepsilon^* = 0.007$, т.е. условие $\varepsilon^* < \min(\varepsilon_2, \varepsilon_3)$ выполняется и качество хаотического синхронного отклика улучшается в 13.7 раза.

Таким образом, для трех систем с симметричными параметрами на основе кольцевой системы получаем существенное улучшение качества хаотического синхронного отклика.

3. Улучшение качества передачи гармонического сигнала в трех системах с симметричными параметрами на основе цепи Чуа и кольцевой системы

После улучшения качества хаотического синхронного отклика, рассмотрим эффективность такой приемо-передающей системы (2) при передаче гармонического сигнала $s(t) =$

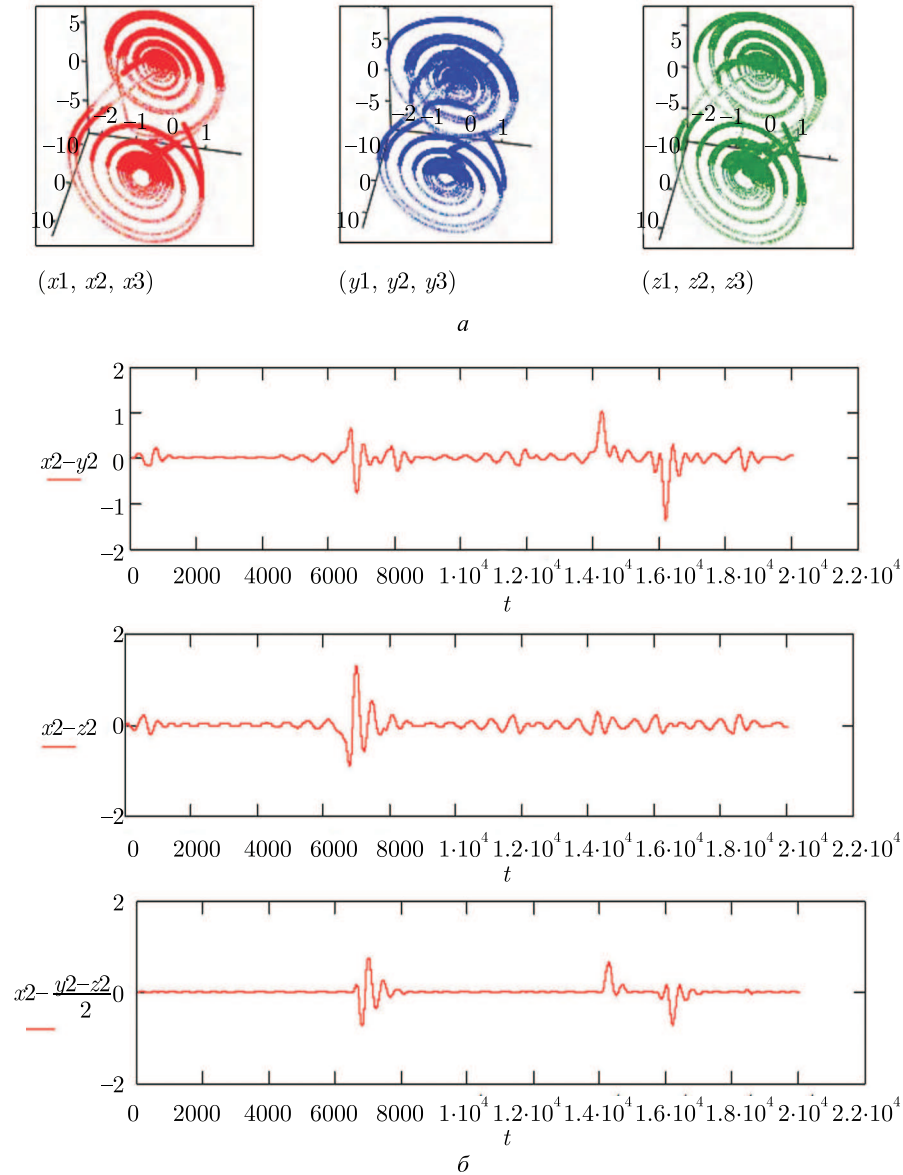


Рис. 3. Хаотическая синхронизация в трех системах с симметричными параметрами на основе цепи Чуа ($R, R(1 - k), R(1 + k)$): (а) аттракторы ведущей системы — красный цвет, ведомых систем — синий и зеленый цвет; (б) разность между входными и выходными сигналами: первый график — для ведомой системы II ($\varepsilon_2 = 1.28$), второй график — для ведомой системы III ($\varepsilon_3 = 1.5$), третий график — для среднего арифметического ведомых систем ($\varepsilon^* = 0.84$) (См. рис. 2–6 в полноцветном варианте в электронной версии статьи на сайте журнала: <http://nd.ics.org.ru>)

$= A \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$. Для этого в исходные уравнения добавим $s(t)$:

ведущая система, μ

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = f(v_1, w_1, \mu), \\ \dot{w}_1 = h(s(t) + v_1, w_1, \mu), \end{cases} \quad (\text{I})$$

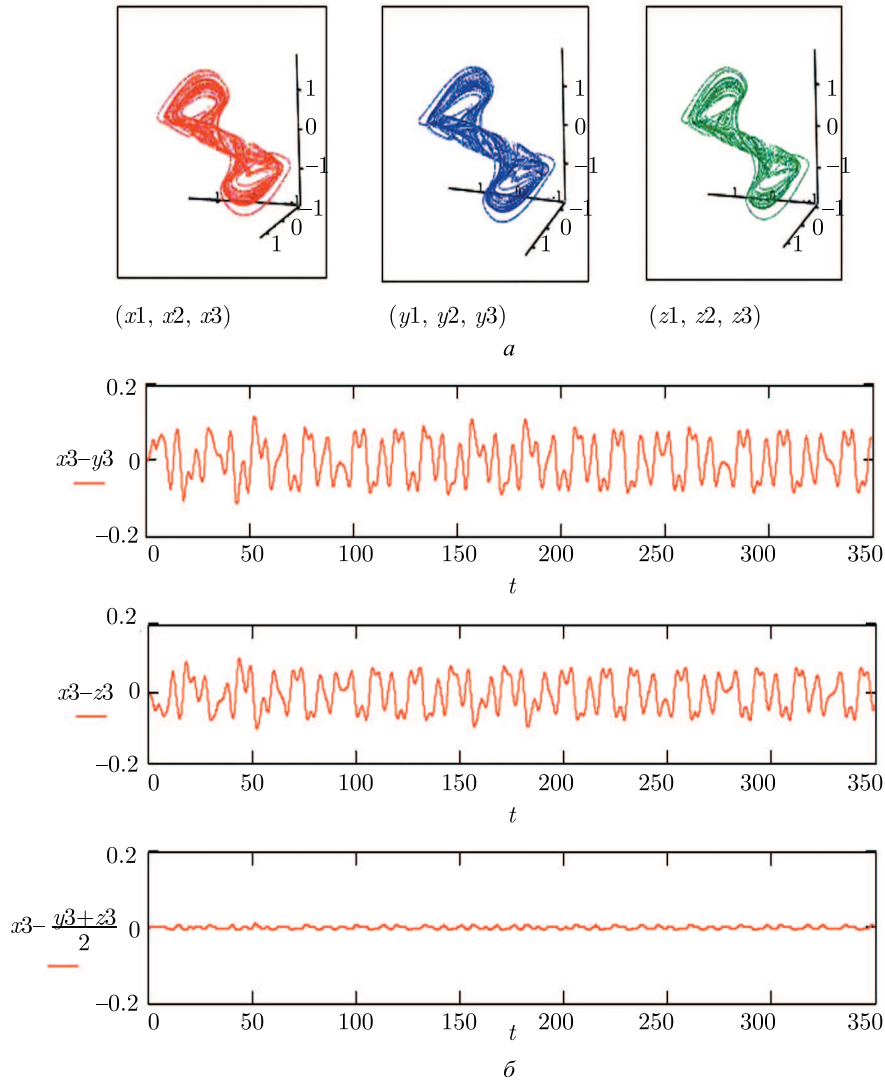


Рис. 4. Хаотическая синхронизация в трех системах с симметричными параметрами на основе кольцевой системы $(b, b(1 - k), b(1 + k))$: (а) Аттракторы ведущей системы — красный цвет, ведомых систем — синий и зеленый цвет; (б) разность между входными и выходными сигналами: первый график — для ведомой системы II ($\varepsilon_2 = 0.11$), второй график — для ведомой системы III ($\varepsilon_3 = 0.096$), третий график — для среднего арифметического ведомых систем ($\varepsilon^* = 0.007$) (См. рис. 2–6 в полноцветном варианте в электронной версии статьи на сайте журнала: <http://nd.ics.org.ru>.)

ведомая система, $\mu(1 - k)$

$$\begin{cases} \dot{v}_2 = f(v_2, w_2, \mu(1 - k)), \\ \dot{w}_2 = h(s(t) + v_1, w_2, \mu(1 - k)), \end{cases} \quad (\text{II}) \quad (9)$$

ведомая система, $\mu(1 + k)$

$$\begin{cases} \dot{v}_3 = f(v_3, w_3, \mu(1 + k)), \\ \dot{w}_3 = h(s(t) + v_1, w_3, \mu(1 + k)). \end{cases} \quad (\text{III})$$

Такая схема передачи гармонического сигнала для двух ведущей-ведомой систем рассмотрена в [7] и называется передачей информации с нелинейным подмешиванием информационного сигнала к хаотическому.

Уравнения (9) для трех систем с симметричными параметрами на основе цепи Чуа имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{C_1 R} (s(t) + x_2 - x_1) - \frac{1}{C_1} g(x_1), \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_2 R} (x_1 - x_2) + \frac{1}{C_2} x_3, \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{L} x_2; \end{cases} \quad (\text{I})$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \frac{1}{C_1 R(1-k)} (s(t) + x_2 - y_1) - \frac{1}{C_1} g(y_1), \\ \dot{y}_2 = \frac{1}{C_2 R(1-k)} (y_1 - y_2) + \frac{1}{C_2} y_3, \\ \dot{y}_3 = -\frac{1}{L} y_2; \end{cases} \quad (\text{II}) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{1}{C_1 R(1+k)} (s(t) + x_2 - z_1) - \frac{1}{C_1} g(z_1), \\ \dot{z}_2 = \frac{1}{C_2 R(1+k)} (z_1 - z_2) + \frac{1}{C_2} z_3, \\ \dot{z}_3 = -\frac{1}{L} z_2; \end{cases} \quad (\text{III})$$

а для трех систем с симметричными параметрами на основе кольцевой системы —

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{m}{b} \cdot f(s(t) + x_3) - \frac{1}{b} x_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_3, \\ \dot{x}_3 = x_2 - a \cdot x_3; \end{cases} \quad (\text{I})$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \frac{m}{b(1-k)} \cdot f(s(t) + x_3) - \frac{1}{b(1-k)} y_1, \\ \dot{y}_2 = y_1 - y_3, \\ \dot{y}_3 = y_2 - a \cdot y_3; \end{cases} \quad (\text{II}) \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{m}{b(1+k)} \cdot f(s(t) + x_3) - \frac{1}{b(1+k)} z_1, \\ \dot{z}_2 = z_1 - z_3, \\ \dot{z}_3 = z_2 - a \cdot z_3. \end{cases} \quad (\text{III})$$

На рис. 5 и рис. 6 приведены результаты численного моделирования передачи гармонического сигнала в трех системах с симметричными параметрами на основе цепи Чуа и кольцевой системы. Для цепи Чуа (рис. 5) отличие управляющего параметра составляет 4%, отличие остальных параметров 0.5%, амплитуда гармонического сигнала $A = 0.5$, а частота $f = 0.001$. Для кольцевой системы (рис. 6) отличие управляющего параметра составляет 9%, отличие остальных параметров 0.5%, амплитуда гармонического сигнала $A = 0.1$, а частота $f = 0.03$.

Из рисунков видно, что гармонические сигналы, получаемые на ведомых системах (рис. 6б первый и второй графики), сильно искажены, а гармонический сигнал получаемый из среднего арифметического выходных сигналов ведомых систем, имеет достаточно высокое качество. Особенно ярко это выражено в случае кольцевой системы. При этом качество синхронизации каждой из ведомых систем для кольцевой системы (рис. 3б первый

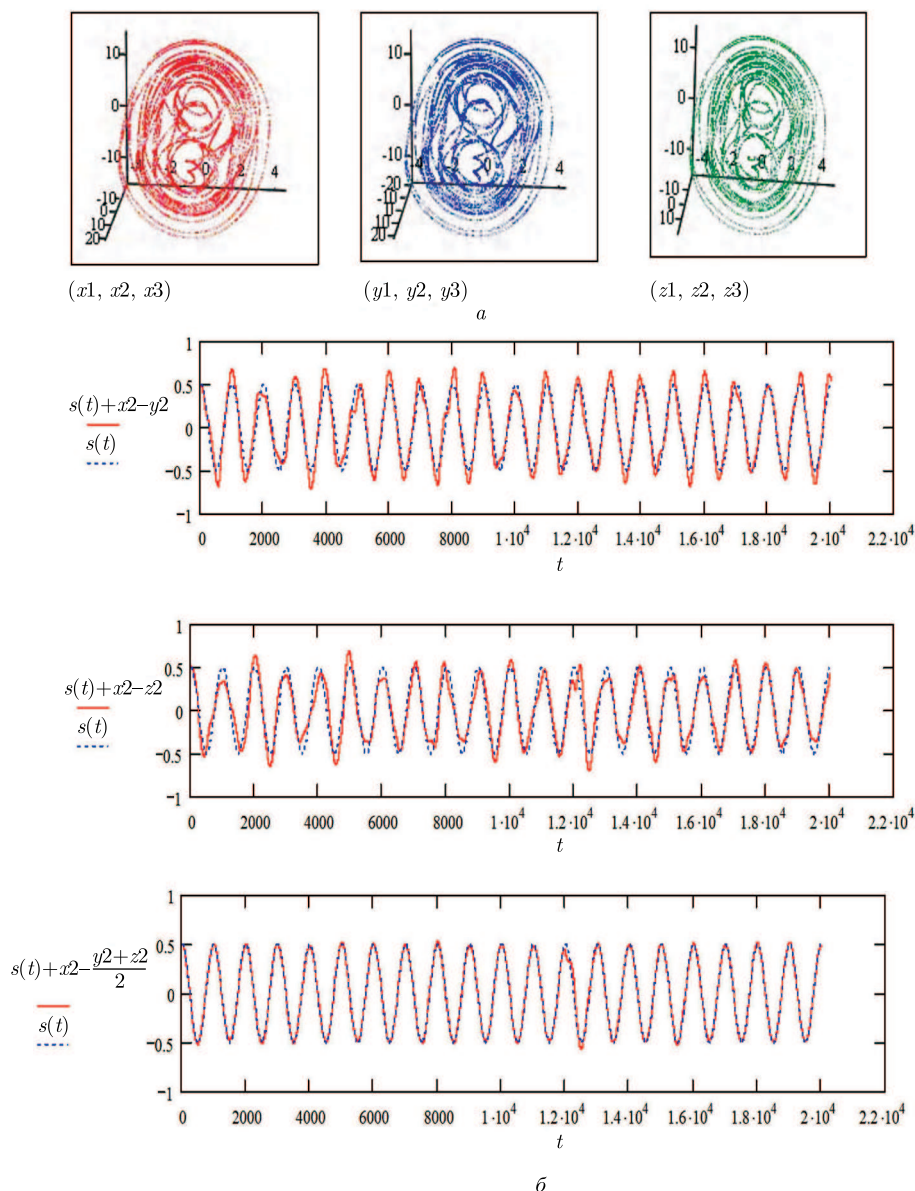


Рис. 5. Передача гармонического сигнала в трех системах на основе цепи Чуа. Амплитуда гармонического сигнала $A = 0.5$, частота $f = 0.001$. Отличие управляющих параметров составляет 4% (См. рис. 2–6 в полноцветном варианте в электронной версии статьи на сайте журнала: <http://nd.ics.org.ru>.)

и второй график) намного превышало качество синхронизации ведомых систем для цепи Чуа (рис. 2б первый и второй график). Однако гармонические сигналы, получаемые на ведомых системах, для кольцевой системы (рис. 6б первый и второй график) имеют относительно больше искажений, чем в случае цепи Чуа (рис. 5б первый и второй график). Следовательно, высокое качество синхронизации ведомых систем для кольцевой системы по сравнению с качеством синхронизации ведомых систем для цепи Чуа не гарантировало качества передачи гармонического сигнала в соответствующих случаях. Но, несмотря на это, применение трех систем с симметричными параметрами позволило компенсировать

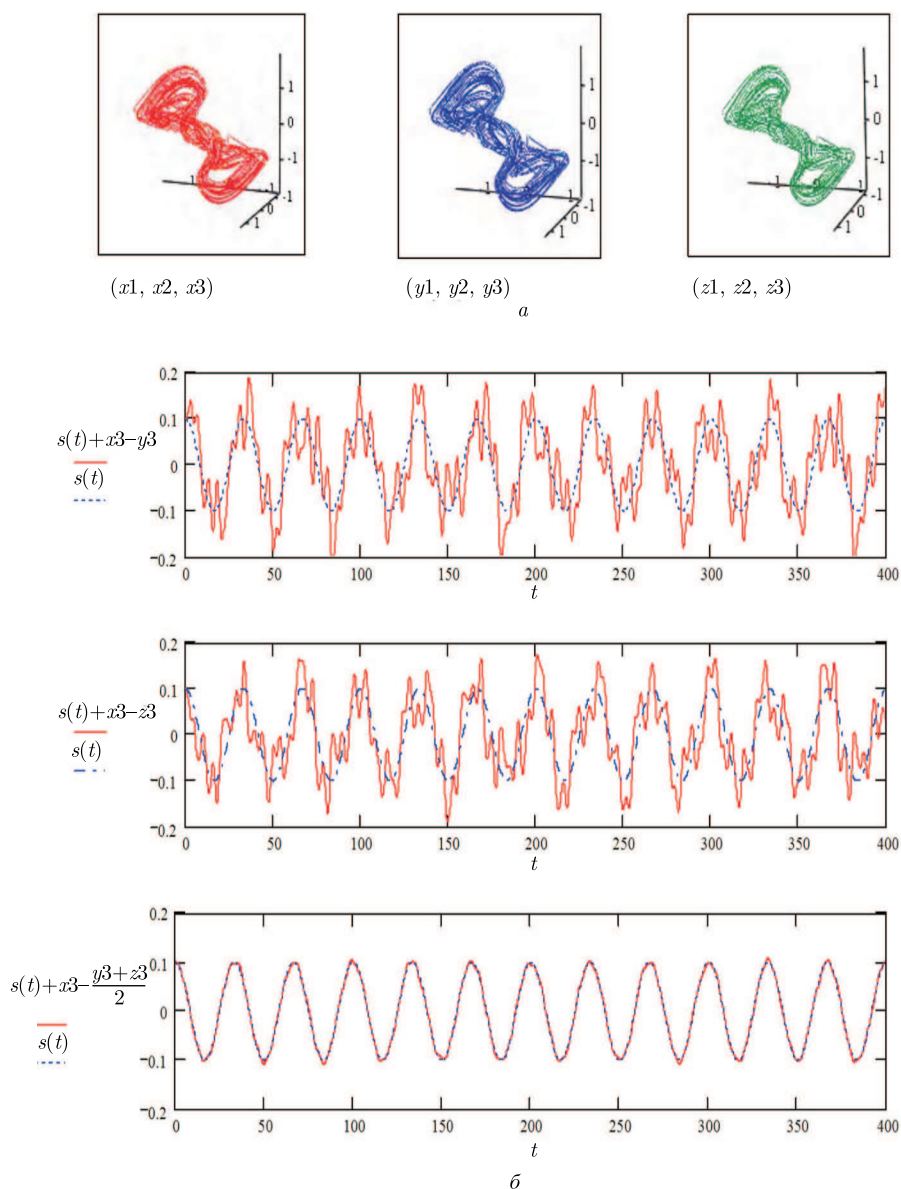


Рис. 6. Передача гармонического сигнала в трех системах на основе кольцевой системы. Амплитуда гармонического сигнала $A = 0.1$, частота $f = 0.001$. Отличие управляющих параметров 9% (См. рис. 2–6 в полноцветном варианте в электронной версии статьи на сайте журнала: <http://nd.ics.org.ru>.) наблюдаемые искажения гармонического сигнала.

Заключение

Таким образом, продемонстрирована возможность построения приемо-передающей системы, в которой при заданном отличии параметров ведущей и ведомой систем можно улучшить качество хаотической синхронизации и передачи гармонического сигнала. Синтез подобных систем может оказаться полезным при построении физических приемо-передающих систем на базе элементов, хаотических систем, диапазонов параметров, амплитуд и частот передаваемого гармонического сигнала, которые при использовании только двух систем (ведущей и ведомой) давали неприемлемые показатели качества.

Литература

- [1] Kosarev L., Halle K.S, Eckert K., Chua L., Parlitz U. Experimental Demonstration of Secure Communication Via Chaotic Synchronization // *Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg.*, 1992, vol. 2, no. 3, pp. 709–713.
- [2] Downes Ph. Secure Communication Using Chaotic Synchronization // *Proc. SPIE*, 1993, vol. 2038, pp. 227–234.
- [3] Бельский Ю. Л., Дмитриев А. С. Передача информации с помощью детерминированного хаоса // *Радиотехника и электроника*, 1993, т. 38, № 7, с. 1310–1315.
- [4] Волковский А. Р., Рульков Н. В. Синхронный хаотический отклик нелинейной системы передачи информации с хаотической несущей // *Письма в ЖТФ*, 1993, т. 19, вып. 3, с. 71–75.
- [5] Дмитриев А. С., Кузьмин Л. В., Панас А. И. Схема передачи информации на основе синхронного хаотического отклика при наличии фильтрации в канале связи // *Радиотехника*, 1999, № 4, с. 75–80.
- [6] Шалфеев В. Д., Осипов Г. В., Козлов А. К., Волковский А. В. Хаотические колебания — генерация, синхронизация, управление // *Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники*, 1997, № 10, с. 27–49.
- [7] Дмитриев А. С., Панас А. Г. Динамический хаос: Новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 252 с.
- [8] Неймарк Ю. И., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.
- [9] Анищенко В. С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990. 312 с.
- [10] Магницкий Н. А., Сидоров С. В. Новые методы хаотической динамики. М.: Едиториал УРСС, 2004. 320 с.
- [11] Chenys A. et al. On-Off Intermittency in Chaotic Synchronization Experiment // *Phys. Lett. A*, 1996, vol. 213, pp. 259–264.
- [12] Бельский Ю. Л., Дмитриев А. С. Влияние возмущающих факторов на работоспособность системы передачи информации с хаотической несущей // *Радиотехника и электроника*, 1995, т. 40, № 2, с. 265–281.
- [13] Pecora L. M., Carrol T. L. Synchronization in Chaotic Systems // *Phys. Rev. Lett.*, 1990, vol. 64, no. 8, pp. 821–824.
- [14] Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация: Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 508 с.
- [15] Анищенко В. С., Астахов В. В., Вадивасова Т. Е. и др. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.-Ижевск: РХД, 2003. 544 с.
- [16] Анищенко В. С., Астахов В. В., Вадивасова Т. Е., Стрелкова Г. И. Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний. М.-Ижевск: РХД, 2008. 144 с.
- [17] Фрадков А. Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003. 208 с.
- [18] Абдурахманов О. А. Устойчивость хаотического синхронного отклика в паре систем ведущая–ведомая на основе семейства цепей Чуа // *Функ.-диф. уравн. и их прилож.: II Междунар. науч. конф., Махачкала*, 2005, с. 20–26.
- [19] Chua L. O., Komuro M., and Matsumoto T. The Double Scroll Family: II. Rigorous Analysis of Bifurcation Phenomena // *IEEE Trans. Circuits and Syst.*, 1986, vol. 33, pp. 1073–1118.