

Книга В. Драговича и М. Раднович
«Интегрируемые бильярды, квадрики
и многомерные поризмы Понселе»

В каждом номере «НД» приводится информация о новых книгах издательства «РХД» по математике, механике, физике и смежным наукам. В дополнение к этому, начиная с текущего номера будет отдельно даваться обзор некоторых новых значительных изданий. Выбор книг для обзора, как правило, будет обусловлен тематикой, на которой сфокусирован текущий номер журнала. В этом номере освещается проблематика, связанная с динамикой бильярдных шаров. С учетом этого мы приводим обзор только что опубликованной книги В. Драговича и М. Раднович «Интегрируемые бильярды, квадрики и многомерные поризмы Понселе» (НИЦ «РХД», ИКИ, 2010).

Данная книга посвящена классической теореме Понселе, ее обобщениям и применению в теории динамических систем, а именно — в теории математических бильярдных шаров.

Книга В. Драговича и М. Раднович замечательна тем, что, с одной стороны, она является введением в бильярды (интегрируемые бильярдные задачи), а с другой стороны — рассматривает эту проблематику на стыке различных вопросов проективной, алгебраической геометрий, теории эллиптических функций, гиперэллиптических кривых. Таким образом, ее можно рекомендовать и как введение в предмет, и как изложение результатов, представляющее интерес для специалистов.

Во взаимосвязи с динамикой бильярдных шаров, в книге приведены различные конструкции дифференциальной геометрии, восходящие к Кейли, Понселе, Дарбу. Представлены оригинальные результаты авторов, в частности, различные новые интегрируемые возмущения бильярдных шаров. В конце книги авторы останавливаются на более глубоких вопросах алгебраической геометрии и указывают интересные взаимосвязи с другими задачами, в частности с квантовым уравнением Янга–Бакстера, моделью Гейзенберга и др. Формулируются некоторые наводящие соображения и нерешенные вопросы. Такой подход делает книгу достаточно всеобъемлющей и интересной для специалистов не только по теории бильярдных шаров.

С другой стороны, книга В. Драговича и М. Раднович будет полезна для студентов и аспирантов, изучающих гиперэллиптические кривые, дифференциальную, алгебраическую и проективную геометрии. Этому способствует замкнутое изложение разделов. Кроме того, важным достоинством книги является то, что многие общие утверждения иллюстрируются авторами на вполне конкретных задачах из динамики. Приводятся многочисленные наглядные иллюстрации. Все это делает изложение достаточно прозрачным и интересным.



Аннотация и содержание

Теорема Понселе является одним из красивейших и важнейших результатов проективной геометрии. В данной книге впервые в мировой литературе систематическим образом изложены теоремы типа Понселе, а также их естественные более многомерные обобщения и приложения в области механики и геометрии. Основная цель этой книги заключается в создании и реализации программы синтетического подхода к теоремам сложения в более высоких родах. Реализация данной программы заключается в исследовании далеко идущих связей между динамикой интегрируемых бильярдов и геометрией пучков квадрик и гиперэллиптических якобианов. В частности, для произвольного числа измерений решена проблема аналитического описания траекторий периодических бильярдов в квадриках. Данная книга содержит как независимые введения в пучки квадрик, алгебраические кривые и бильярды, так и исторический обзор данной темы. Книга будет полезна специалистам по математике и механике, студентам и аспирантам.

Глава 1. Введение в поризмы Понселе • Глава 2. Бильярды: первые примеры (2.1. Введение в бильярды; 2.2. Треугольные бильярды; 2.3. Бильярды внутри эллипса; 2.4. Периодические орбиты бильярдов и теорема Биркгофа; 2.5. Бицентрические многоугольники; 2.6. Теорема Понселе) • Глава 3. Гиперэллиптические кривые и их якобианы (3.1. Римановы поверхности 3.2. Алгебраические кривые; 3.3. Теорема нормализации; 3.4. Еще о свойствах римановых поверхностей; 3.5. Комплексные торы и эллиптические функции; 3.6. Гиперэллиптические кривые; 3.7. Теорема Абеля; 3.8. Точки конечного порядка на якобиане гиперэллиптической кривой) • Глава 4. Проективная геометрия (4.1. Введение; 4.2. Коники и квадрики; 4.3. Проективная структура на коническом сечении; 4.4. Пучки коник; 4.5. Квадрики и полярность; 4.6. Полярность и пучки коник; 4.7. Инварианты пар коник; 4.8. Двойственность. Полные конические сечения; 4.9. Конфокальные коники; 4.10. Квадрики, их пучки и линейные подмножества; 4.11. Конфокальные квадрики; 4.12. Соответствия типа 2–2) • Глава 5. Теорема Понселе и условие Кэйли (5.1. Полная теорема Понселе; 5.2. Условие Кэйли; 5.3. Еще одно доказательство теоремы Понселе и условия Кэйли; 5.4. Одно обобщение теоремы Понселе; 5.5. Теорема Понселе на поверхностях Лиувилля; 5.6. Теорема Понселе в проективном пространстве; 5.7. Виртуальные траектории движения в бильярде; 5.8. К обобщению доказательства условия Кэйли) • Глава 6. Кривые Понселе–Дарбу и теорема Зибека–Мардена (6.1. Введение; 6.2. Изофокальные деформации; 6.3. n -вращения, столкновения и разложения кривых Понселе–Дарбу) • Глава 7. Эллипсоидальные бильярды и их периодические траектории (7.1. Периодические траектории внутри k конфокальных квадрик в евклидовом пространстве; 7.2. Эллипсоидальный бильярд как система с дискретным временем; 7.3. Теорема Понселе и условие Кэйли в пространстве Лобачевского; 7.4. Топологические свойства бильярда внутри эллипса; 7.5. Интегрируемые потенциальные возмущения бильярда внутри эллипса) • Глава 8. Закон бильярда и гиперэллиптические кривые (8.1. Обобщенная кривая Кэйли; 8.2. Закон бильярда и алгебраическая структура на многообразии A_1 ; 8.3. s -слабые траектории Понселе; 8.4. О многомерных обобщениях теоремы Вейра и теоремы Понселе типа Гриффитса–Харриса для пространства; 8.5. Решетка Понселе–Дарбу и многомерные обобщения) • Глава 9. Теорема Понселе и цепные дроби (9.1. Гиперэллиптические цепные дроби типа Альфана; 9.2. Геометрические реализации динамики $2 \leftrightarrow g + 1$) • Глава 10. Квантовое уравнение Янга–Бакстера и соответствия типа (2–2) 10.1. Доказательство теоремы Эйлера. R -матрица Бакстера; 10.2. Квантовая ферромагнитная модель Гейзенберга; 10.3. Вакуумные векторы и вакуумные кривые; 10.4. Алгебраический анзац Бете и вакуумные векторы; 10.5. Решения ранга 2 в случае (4×4) ; 10.6. Заключение) • Литература. Предметный указатель