

Книга А. П. Иванова
«Основы теории систем с трением»

М.–Ижевск: НИЦ «РХД», ИКИ, 2011 г.

(анонс)

Публикуется текст авторского предисловия.

Трение — это сила, препятствующая движению одного тела по поверхности другого. Во многих технических системах данное явление препятствует эффективной работе, приводя к дополнительным затратам энергии и износу трущихся деталей. В таких случаях трение можно уменьшить, помещая между данными телами некоторое вещество (смазку). Машинное масло играет роль такой смазки в двигателе внутреннего сгорания. Нередки и противоположные примеры, когда функционирование системы возможно только при наличии трения. Ясно, что не будь трения между колесами и дорогой, автомобиль вообще не двинется с места, а если масло попадет в тормоза, то он не сможет вовремя остановиться.

Явление трения обусловлено множеством факторов механического, внутримолекулярного, термического, электрического и т. д. характера. Основной причиной трения является неровность поверхностей тел: столкновения микровыступов затрудняют относительное движение. Это так называемое геометрическое трение. Во-вторых, трущиеся тела очень близко соприкасаются друг с другом, и на их движение оказывает влияние взаимодействие молекул (молекулярное трение).

Наши далекие предки времен мезолита научились использовать трение, добывая огонь. К более поздним изобретениям относятся фрикционные зажимы (тиски), витые веревки и канаты, сверлильные приспособления с фрикционным приводом и др.. В наши дни на основе трения действуют фрикционные передачи, тормозные системы, эскалаторы, транспортеры и многие другие технические устройства.

Экспериментальные исследования закономерностей трения, проведенные Леонардо да Винчи (1508), были продолжены известными учеными Нового времени, включая Р. Гука (1684), И. Ньютона (1687), Амонтона (1699), де ла Гира (1699), Л. Эйлера (1748), О. Кулона (1781) и многих других.

В дальнейшем в связи с решениями различных научно-технических задач было проведено большое число экспериментов по определению закономерностей трения и разработаны математические модели для описания этих закономерностей.

Первое систематическое изложение теории механических систем с трением было проведено Джоном Хьюлитом Джеллеттом в его трактате «Теория трения», вышедшем в 1872 г.



В предисловии к своему трактату «Теории трения» Желлетт сказал: «Даже в наиболее полных и систематических монографиях теории трения уделяется мало места по сравнению с вопросами, в которых за основу исследований принимается гипотеза абсолютно гладкой поверхности. . . На самом деле, теория трения является такой же частью прикладной механики, как и теория тяготения».

Желлетт на многочисленных примерах исследовал проблемы определения сил, действующих в механической системе с трением. Он подробно изучил условия равновесия систем с трением и показал, что задача определения сил, действующих на покоящееся тело, имеет неоднозначное решение. В связи с этим возможны ситуации, когда наряду с состоянием покоя при тех же условиях возможно также начало скольжения. Эти случаи необходимо учитывать, в частности, при анализе устойчивости равновесия систем с трением. В то время Желлетт считал, что при движении тела неопределенности не возникают, что впоследствии не подтвердилось.

Гораздо большую известность получила книга крупного французского ученого и государственного деятеля Поля Пенлеве (1863–1933) «Лекции о трении», вышедшая в 1895 г. Во введении автор так сформулировал предмет своей работы: «Большая часть курсов теоретической механики посвящена исключительно системам без трения; последнее появляется только в некоторых частных приложениях. Можно ли создать для систем с трением общую теорию, аналогичную, например, той, которую дают уравнения Лагранжа в применении к системам без трения? Конечно, эмпирические законы трения имеют различные формы в зависимости от природы связей; тем не менее они имеют достаточно общих свойств. Путь, которым приходится идти в отдельных случаях, трудности, которые при этом встречаются, представляют достаточно аналогий для того, чтобы подобная теория была бы достаточно полезной как с точки зрения чистой теории, так и с точки зрения приложений». Далее Пенлеве обсуждает вопросы составления уравнений динамики систем с трением и их решения. Наиболее важный результат состоит в возможности парадоксальных ситуаций несуществования или неединственности решения уравнений движения с трением скольжения, которые впоследствии получили название «парадоксы Пенлеве». После выхода книги в свет состоялась оживленная научная дискуссия по затронутым в ней проблемам, в которой наряду с автором приняли участие такие известные ученые, как Ф. Клейн, Г. Гамель, Р. Мизес, Л. Лекорню, Л. Прандтль и другие.

Е. А. Болотов (1870–1922) в своей магистерской диссертации «О движении плоской фигуры, стесненной связями с трением» (1906) исследовал общий случай движения плоской фигуры, имеющей одну или две точки контакта с шероховатыми кривыми. Им были получены в геометрической форме условия отсутствия парадоксов. В статье «Об ударе двух тел при наличии трения» (1908) Болотов предложил геометрическую интерпретацию процесса соударения твердых тел с шероховатыми поверхностями и привел классификацию всех возможных случаев, включая «удары трением» без начальной скорости сближения.

Последующие исследования по теории трения происходят в нескольких направлениях: эксперименты, проводимые для различных условий контакта; отыскание математических закономерностей и построение математических моделей на основе экспериментов; решение задач динамики систем с трением. Первые два направления относятся к компетенции трибологии (или трибоники) — естественно-научной и общетехнической дисциплины, изучающей процессы трения и изнашивания в отсутствии и при наличии окружающей газовой или жидкостной среды.

Цель данной книги — систематическое изложение основ динамики систем с трением, включающих как классические, так и современные результаты, еще не получившие ши-

рокой известности среди специалистов. Здесь обсуждаются основные законы трения и методы их использования при исследовании систем твердых тел. Наряду с наиболее популярным и простым законом Кулона рассматриваются также более реалистичные модели трения, учитывающие зависимость коэффициента трения от условий контакта; ряд динамических эффектов можно объяснить лишь при учете такой зависимости. Проведен анализ возможности применения в системах с трением общих принципов механики, излагаемых в учебных курсах в применении к системам без трения. Рассмотрены методы составления уравнений движения, получены условия их однозначной разрешимости относительно ускорений, обсуждены парадоксальные ситуации. Излагаются методы исследования качественных свойств: устойчивости, бифуркаций положений равновесия и периодических движений. Изучен ряд вопросов динамики твердого тела на шероховатой плоскости: условия отрыва, зависимость кривизны траектории от характера трения и прочее.

В первой главе рассматриваются основные законы трения и методы расчета на их основе сил и моментов трения в системах твердых тел с фрикционными контактами (односторонними или двусторонними). В качестве базовой модели таких систем выбрано твердое тело, движущееся по шероховатой плоскости и контактирующее с ней в нескольких изолированных точках или в континуальной области. Обсуждаются методы расчета сил трения для различных контактных законов. Принципиально новой является идея динамического согласования контактных напряжений: при скольжении твердого тела по шероховатой плоскости распределение нормальных напряжений отличается от статического. Особенности динамики, обусловленные этим отличием, демонстрируются на примере тела с тремя точками опоры (тренога), движущегося по горизонтальной шероховатой плоскости.

Во второй главе основные принципы механики: принцип Даламбера, принцип детерминированности, принцип наименьшего принуждения Гаусса и принцип виртуальных перемещений — обсуждаются с позиций их использования в системах с произвольным законом трения. Эти классические принципы обычно излагаются в учебных курсах механики в применении к системам с идеальными связями и используются далее для решения задач динамики и статики. Возможность их использования в системах с трением ранее в полной мере не исследовалась. Здесь установлено, что данные принципы могут применяться при некоторых ограничениях. Предлагается классификация законов трения, связанная с возможностью исключения реакций связей из основного уравнения динамики. Системы с согласованным законом трения сохраняют ряд свойств систем с идеальными связями, что предопределяет эффективность их исследования при помощи известных аналитических и численных методов.

Третья глава посвящена решению основной задачи динамики об определении обобщенных ускорений и реакций связей в зависимости от значений обобщенных координат и скоростей. Обсуждены условия корректности этой задачи, а также методы ее решения в зависимости от типа закона трения. Рассмотрен также метод исследования особых случаев, когда решение не существует или неединственно (так называемые парадоксы Пенлеве), основанный на учете малых локальных деформаций и асимптотическом разделении движений. Значения реакции и обобщенных ускорений определяются из решения «быстрой» подсистемы. Последняя в регулярных случаях имеет единственное положение равновесия, к которому сходятся все траектории, что свидетельствует о единственности решения. Напротив, в парадоксальных случаях может иметься несколько аттракторов со своими областями притяжения, а также неограниченные траектории. Для отбора «истинного» решения необходимо знать начальные значения деформаций (или нормальных реакций), а неограниченным решениям соответствует «удар трением».

В четвертой главе рассмотрены методы определения положений равновесия в системах с трением, а также исследования их устойчивости и бифуркаций. Главная особенность таких систем состоит в неизолированности положений равновесия: они, как правило, образуют семейства. При изменении параметров семейства равновесий могут исчезать (появляться), раздваиваться (сливаться) или менять топологическую структуру («перфорация»). Получены условия реализации данных типов бифуркаций. Приведен пример бифуркации семейств положений равновесия осциллятора Дюффинга с сухим трением.

В пятой главе излагаются современные методы исследования устойчивости и бифуркаций периодических движений в системах с трением. В качестве базовой модели выбран ползун, помещенный на ленту транспортера, впервые рассмотренный Андроновым, Хайкиным и Виттом (1937). Специфика систем с трением состоит в возможности нестандартных разрывных бифуркаций, для которых мультипликаторы Флоке скачком пересекают единичную окружность на комплексной плоскости (так называемые разрывные бифуркации). Предлагается новый метод «сглаживания разрывных бифуркаций». Кроме того, возможны особенности, обусловленные парадоксами Пенлеве.

В шестой главе представлены результаты исследования ряда задач динамики тяжелого твердого тела, опирающегося на шероховатую плоскость: кельтского камня, диска Эйлера, симметричного волчка «тип-топ», камня для игры в кёрлинг. Основной акцент делается на выявлении связи между используемым в модели законом трения и качественными свойствами движения. В частности показано, что искривление траектории в кёрлинге не может быть объяснено лишь зависимостью коэффициента трения от скорости скольжения (Штрибек-эффект), реалистичная модель должна также включать зависимость этого коэффициента от нормального давления.