ТРУДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

ТОМ 34

ЛОБАЧЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2006

Материалы Пятой молодежной научной школы-конференции (Казань, 28 ноября – 2 декабря 2006 года)

Казань
Казанское математическое общество
2006

Казанское математическое общество
Российская Федерация,
Татарстан, 420008, Казань,
Ул. Профессора Нужина, 1/37
НИИ математики и механики
им. Н. Г. Чеботарева
Казанского государственного
университета

Kazan Mathematical Society
Chebotarev Institute of
Mathematics and Mechanics
Kazan State University
1/37, Professor Nujin Str.
Kazan, Tatarstan,
420008,
Russian Federation

e-mail: kmf@ksu.ru

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Академии наук Республики Татарстан (проект № 05-5.4-340/2006 Ф(05))

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1
Т78

Печатается по постановлению Редакционно-издательского
совета Казанского математического общества

Научные редакторы – А. М. Елизаров, С. Р. Насыров
Составитель – В. В. Шурыгин (мл.)

Т78 Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 34/ Казанское математическое общество. «Лобачевские чтения – 2006» // *Материалы Пятой молодежной научной школы-конференции.* – Казань: Издательство Казанского математического общества, 2006. – 234 с.

ISBN 5-900975-40-1

Сборник содержит материалы Пятой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2006», организованной на базе механико-математического факультета и НИИ математики и механики им. Н. Г. Чеботарева Казанского государственного университета, проведенной в Казани с 28 ноября по 2 декабря 2006 года при финансовой поддержке Академии наук Республики Татарстан.

Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, специализирующихся в различных областях математики, механики и их приложений.

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1

ISBN 5-900975-40-1

ЛИТЕРАТУРА

1. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Кочетков А.В. и др. *Пакет прикладных программ «Динамика-2»*// Прикл. пробл. прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб., 1987. – С. 4–13.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ

А. С. Банников

Удмуртский государственный университет, г. Ижевск

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $\nu+\mu$ лиц: ν преследователей $P_1, \ldots, P_\nu$ и μ убегающих $E_1, \ldots, E_\mu$. Законы движения каждого из преследователей P_i и каждого из убегающих E_j имеют вид

$$\dot{x}_i = A(t)x_i + u_i, \quad \dot{y}_j = A(t)y_j + v_j, \quad u_i, v_j \in V,$$

где $x_i, y_j, u_i, v_j \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \ldots, \nu$, $j = 1, \ldots, \mu$, $A(t)$ — непрерывная квадратная матрица порядка n, V — выпуклый компакт.

Определение. В дифференциальной игре Γ из начального состояния

$$z^0 = (x_1^0, \ldots, x_\nu^0, y_1^0, \ldots, y_\mu^0)$$

возможно уклонение от встречи, если существуют измеримые функции $v_1(t), \ldots, v_\mu(t)$, $v_j(t) \in V$ для всех j, $t \geqslant 0$, такие, что при любых измеримых функциях $u_1(t), \ldots, u_\nu(t)$, $u_i(t) \in V$ для всех i, $t \geqslant 0$ найдётся номер s, при котором выполнены неравенства $x_i(t) \neq y_s(t)$ для всех $i = 1, \ldots, \nu$, $t \geqslant 0$.

При этом мы считаем. что в момент $t \geqslant 0$ управления убегающих формируются на основе реализовавшейся позиции $z(t) = (x_i(t), y_j(t))$, а управления преследователей — на основе любой мыслимой информации.

Пусть $G \subset \mathbb{R}^n$, $G \neq \varnothing$. Обозначим через ∂G границу G, $x = (x_1, \ldots, x_\nu)$, $y = (y_1, \ldots, y_\mu)$, $x_i, y_j \in \mathbb{R}^n$,

$$I(x, G) = \{i \mid x_i \in G\}, \quad J(y, G) = \{j \mid y_j \in G\},$$

причём если существуют индексы

$$j_l \in J(y(t), \partial G), \quad l = 1, \ldots, s, \quad s > 1, \ j_1 < j_2 < \ldots < j_s,$$

такие, что $y_{j_1}(t) = y_{j_2}(t) = \ldots = y_{j_s}(t)$, то полагаем $j_l \notin J(y(t), \partial G)$ для $l = 2, \ldots, s$. Обозначим через $|I(x(0), \mathbb{R}^n \backslash G)|$, $|J(y(0), \partial G)|$ количество элементов множеств $I(x(0), \mathbb{R}^n \backslash G)$, $J(y(0), \partial G)$, а через $\psi_j(t)$ — решение сопряжённой системы

$$\dot{\psi} = -A^*(t)\psi,$$

соответствующее начальному условию $\psi_j(0) = p_j$, где p_j — единичный опорный вектор к множеству G в граничной точке y_j^0, $j \in J(y(0), \partial G)$.

Теорема 1. *Если существует такой выпуклый компакт G, что*

$$|J(y(0), \partial G)| \geqslant |I(x(0), \mathbb{R}^n \backslash G)|,$$

и для любого $j \in J(y(0), \partial G)$ опорная функция $C(V, \psi_j)$ дифференцируема по ψ_j вдоль траектории $\psi_j(t)$ сопряженной системы для почти всех $t \geqslant 0$, то в дифференциальной игре Γ с начальным состоянием z_0 происходит уклонение от встречи.

Теорема 2. *Если существуют выпуклые компакты G_1, G_2, такие, что $x_i^0 \in G_1 \cup G_2$ для любого i, V — строго выпуклый компакт с гладкой границей, и*

$$|I(x(0), G_1 \backslash G_2)| < |J(y(0), \mathbb{R}^n \backslash (G_1 \cup G_2))| + |J(y(0), \partial G_2)|,$$

то в дифференциальной игре Γ с начальным состоянием z_0 происходит уклонение от встречи.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чикрий А. А. Конфликтно-управляемые процессы. – Киев: Наук. думка, 1992. – 240 с.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Н. В. Бейлина

Самарский государственный университет,
for_natatsar@mail.ru

Рассмотрим для уравнения

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) + c(t)u(x,t) = 0 \tag{1}$$

в области $D = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$ задачу с начальными данными Коши

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x) \tag{2}$$

и нелокальными условиями вида

$$\int_0^l K_i(x)u(x,t)dx = 0, \quad i = 1,2, \tag{3}$$

где функции $K_i(x)$, $\varphi(x)$, $\phi(x)$ заданы. Исследования нелокальных задач с интегральными условиями показали, что даже в простейших случаях система собственных функций не полна в L_2, однако в некоторых случаях удается построить базис, состоящий из собственных и присоединенных функций.

В работе найдены условия на функции $K_i(x)$, при выполнении которых задача в $L_2(0,l)$ имеет базис Рисса, состоящий из собственных и присоединенных функций.