



УДК: 517.9

MSC 2010: 34C15, 34C28, 34D08

Поведение нелинейных систем на границе синхронизации, индуцированной шумом

О. И. Москаленко, А. А. Короновский, С. А. Шурыгина

Исследовано перемежающееся поведение на границе индуцированной шумом синхронизации. Показано, что в этом случае имеет место перемежаемость типа «on-off». Обнаруженное явление проиллюстрировано путем рассмотрения как модельных систем с дискретным временем, так и потоковых динамических систем, находящихся под воздействием общего источника шума.

Ключевые слова: нелинейные системы, перемежаемость, индуцированная шумом синхронизация, шум, динамический хаос

Введение

Перемежающееся поведение характерно для систем различной природы и является универсальным явлением. В частности, перемежаемость является одним из классических сценариев при переходе от периодических колебаний к хаотическим [1]. При этом сигнал представляет собой чередующуюся последовательность регулярных (ламинарных) фаз и хаотических всплесков (турбулентных фаз). При увеличении управляющего параметра турбулентные всплески становятся все более частыми до тех пор, пока движение полностью не хаотизируется. В зависимости от характера потери устойчивости периодическим режимом

Получено 3 апреля 2011 года
После доработки 26 мая 2011 года

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, а также ФНП «Династия» и МЦФФ (г. Москва).

Москаленко Ольга Игоревна
moskalenko@nonlin.sgu.ru
Короновский Алексей Александрович
alkor@nonlin.sgu.ru
Шурыгина Светлана Андреевна
shrs@nonlin.sgu.ru

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
факультет нелинейных процессов
410012, Россия, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

(определяемого мультипликаторами предельного цикла) выделяют перемежаемость типов I–III [2, 3].

Перемежающееся поведение наблюдается также вблизи границ различных типов хаотической синхронизации, в связи с чем выделяют перемежающуюся фазовую [4, 5], перемежающуюся обобщенную [6] синхронизацию и перемежающуюся синхронизацию с запаздыванием [7]. Для перемежающегося поведения существует определенная классификация. Переход к обобщенной синхронизации и синхронизации с запаздыванием характеризуется как перемежаемость типа «on–off» [6, 7], при переходе к фазовой синхронизации в зависимости от величины расстройки управляющих параметров имеет место либо перемежаемость типа I и перемежаемость «игольного ушка» [4, 8], либо перемежаемость «кольца» [5].

Наряду с различными типами хаотической синхронизации известно явление синхронизации, индуцированной шумом [9, 10]. В настоящее время установлено, что этот режим имеет ряд сходств с режимом обобщенной хаотической синхронизации [11–13] как по методам диагностики, так и по механизмам возникновения, что позволяет рассматривать эти два типа хаотической синхронизации как единый тип синхронного поведения связанных динамических систем [14, 15].

Однако перемежающееся поведение на границе индуцированной шумом синхронизации до сих пор исследовано не было. Единство режимов обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, ставит вопрос о взаимосвязи явлений, имеющих место на границах их возникновения. На границе обобщенной синхронизации, как упоминалось выше, имеет место перемежающееся поведение типа «on–off». Можно предположить, что аналогичный тип перемежаемости должен иметь место и при переходе к режиму синхронизации, индуцированной шумом. Настоящая работа направлена на установление типа перемежающегося поведения, возникающего вблизи границы индуцированной шумом синхронизации: путем рассмотрения модельных систем с непрерывным и дискретным временем показано, что во всех рассмотренных случаях имеет место перемежаемость типа «on–off». По аналогии с работой [6], этот режим назван перемежающейся индуцированной шумом синхронизацией.

1. Режим индуцированной шумом синхронизации

Под режимом синхронизации, индуцированной шумом, традиционно понимается следующее: случайный сигнал $\xi(t)$, действующий на две независимые, но идентичные хаотические системы $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ (с разными начальными условиями $\mathbf{u}(t_0)$ и $\mathbf{v}(t_0)$, лежащими в бассейне притяжения одного и того же хаотического аттрактора), может приводить к тому, что эти системы «синхронизируются» друг с другом, т. е. после завершения переходного процесса они начинают демонстрировать идентичное поведение $\mathbf{u}(t) \equiv \mathbf{v}(t)$ [9, 16, 17].

Для диагностики режима индуцированной шумом синхронизации традиционно производят непосредственное сравнение векторов состояния систем $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$, на которые воздействует шум, или рассчитывают старшую ляпуновскую экспоненту Λ одной из систем, находящихся под воздействием шума. При этом установление режима индуцированной шумом синхронизации возможно лишь в том случае, когда все ляпуновские экспоненты оказываются отрицательными [18–20].

Ниже порога возникновения синхронного режима имеет место перемежающееся поведение — перемежающаяся индуцированная шумом синхронизация. В этом случае режим индуцированной шумом синхронизации наблюдается в системах большую часть времени, и, соответственно, в эти моменты времени векторы состояния систем, на которые воздейству-

ет шум, совпадают друг с другом $\mathbf{u}(t) \approx \mathbf{v}(t)$. При этом существуют интервалы времени, в течение которых системы ведут себя асинхронным образом. В такие моменты времени векторы состояния систем, находящихся под воздействием шума, становятся различными, т. е. $\mathbf{u}(t) \neq \mathbf{v}(t)$. Если построить зависимость модуля разности векторов состояния систем $|\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}(t)|$ от времени t , то режиму индуцированной шумом синхронизации будут соответствовать участки $|\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}(t)| = 0$ (фазы синхронного поведения), а нерегулярные «всплески» на данной зависимости будут соответствовать тем моментам времени, когда синхронизм между системами нарушается (фазы асинхронного поведения). Иными словами, в случае перемежающейся индуцированной шумом синхронизации системы, на которые воздействует шум, входят в синхронизм лишь в определенные моменты времени, тогда как в другие временные интервалы они продолжают демонстрировать асинхронное поведение. В терминах классической теории перемежаемости фазы синхронного поведения соответствуют ламинарным фазам, а фазы асинхронного поведения — турбулентным.

При определении типа перемежаемости, имеющего место на границе возникновения синхронного режима, играет роль статистика длительностей фаз синхронного поведения. Каждый тип перемежаемости обладает своими собственными характеристиками, при этом считается, что две традиционно используемые характеристики — зависимость средней длительности фаз синхронного поведения от параметра надкритичности и распределение длительностей фаз синхронного поведения — позволяют однозначно определить тип перемежаемости, реализующейся в системе. В частности, при перемежаемости типа «on-off» распределение длительностей фаз синхронного поведения $N(\tau)$ подчиняется степенному закону

$$N(\tau) \sim \tau^{-3/2}, \quad (1.1)$$

а зависимость средней длительности фаз синхронного поведения от параметра надкритичности $(P_c - P)$ удовлетворяет степенной зависимости

$$\langle \tau \rangle \sim (P_c - P)^{-1}, \quad (1.2)$$

где P — текущее значение управляющего параметра, P_c — его критическое значение, соответствующее моменту перехода к синхронному режиму [21].

Рассмотрим, каким образом происходит установление режима индуцированной шумом синхронизации в модельных системах с непрерывным и дискретным временем.

2. Явления на границе синхронизации, индуцированной шумом, в модельных системах с дискретным временем

Начнем рассмотрение с более простых объектов — одномерных отображений, демонстрирующих хаотическую динамику, находящихся под воздействием общего источника шума. Для общности рассмотрения проведем исследование двух различных отображений (логистического и экспоненциального) с различными типами воздействия шума на системы.

2.1. Логистические отображения

В качестве первого примера рассмотрим логистические отображения, исследованные в [14]:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= f(y_n) + \varepsilon(f(\xi_n) - f(y_n)), \\ z_{n+1} &= f(z_n) + \varepsilon(f(\xi_n) - f(z_n)). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь y_n, z_n — состояния систем, на которые воздействует шум, $f(x) = \lambda x(1-x)$ — нелинейная функция, λ — управляющий параметр, ξ_n — случайная величина, подчиняющаяся нормальному распределению плотности вероятности

$$p(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2.2)$$

где $\xi_0 = 0.5$, $\sigma = 0.12$ — среднее и дисперсия соответственно. Слагаемое $\varepsilon(f(\xi_n) - f(y_n))$ определяет диссипативный характер воздействия стохастического сигнала на рассматриваемую систему, ε — параметр, определяющий интенсивность такого воздействия. Начальные условия для систем y_n и z_n выбираются различными.

Следует обратить внимание на способ введения шума в исследуемую систему. Как видно из уравнений (2.1), шум является мультипликативным, что обеспечивает изменение случайной величины в диапазоне $[0; 1]$. Такой способ введения шума является достаточно типичным для логистических отображений (см., например, [14, 22, 23]), поскольку в связи с особенностями поведения системы аддитивное введение стохастического сигнала с нулевым средним приводит к «уходу» фазовой траектории на бесконечность [9].

Известно, что в отсутствие внешнего воздействия логистическое отображение в зависимости от выбора управляющего параметра λ может демонстрировать различные режимы колебаний, в том числе и хаотические [24]. Выберем значение управляющего параметра $\lambda = 3.75$, что соответствует реализации хаотического режима в системе (2.1).

При выбранных значениях управляющих параметров и увеличении значения параметра ε система (2.1) демонстрирует переход от асинхронного состояния к режиму индуцированной шумом синхронизации [14]. Синхронный режим реализуется при $\varepsilon > \varepsilon_c = 0.1625$. Критическое значение параметра ε определялось по моменту перехода ляпуновской экспоненты Λ в область отрицательных значений (см. рис. 1а, а также [14]), а также путем непосредственного сравнения состояний систем на плоскости (y, z) . Во избежание «ловушки численного счета» [18] в каждую из исследуемых систем дополнительно вводился шум (ψ_n^y и ψ_n^z соответственно) малой амплитуды $D = 5 \times 10^{-20}$, подчиняющийся равномерному распределению плотности вероятности амплитуд.

Рассмотрим поведение системы (2.1) вблизи границы возникновения индуцированной шумом синхронизации. Как упоминалось в разделе 1, ниже порога возникновения синхронного режима в системе реализуется перемежающееся поведение — перемежающаяся индуцированная шумом синхронизация. Для определения типа перемежаемости проведем анализ статистических характеристик длительностей фаз синхронного поведения: распределения длительностей фаз синхронного поведения при заданном значении управляющего параметра (в данном случае, параметра ε) и зависимости средней длительности фаз синхронного поведения от параметра надкритичности $(\varepsilon_c - \varepsilon)$.

На рисунке 1 приведены распределение длительностей фаз синхронного поведения $N(\tau)$ при $\varepsilon = 0.1525$ (b) и зависимость средней длительности фаз синхронного поведения от параметра надкритичности $\varepsilon_c - \varepsilon$ (c), а также соответствующие аппроксимации. Из рисунков видно, что полученные характеристики с хорошей степенью точности подчиняются степенным законам в четком соответствии с известными закономерностями (1.1) и (1.2) для перемежаемости типа «on-off». Хотя на рисунке 1b заметно отклонение численно полученных значений от степенной зависимости (1.1) в области больших длительностей фаз синхронного поведения, подобное отклонение не противоречит сделанному выводу, поскольку является хорошо известным фактом для дискретных отображений, демонстрирую-

щих перемежаемость типа «on-off». В частности, в работе [25] обращалось внимание на существование так называемого «экспоненциального хвоста» в распределении длительности ламинарных фаз на границе обобщенной синхронизации в системе двух однонаправлено связанных дискретных отображений.

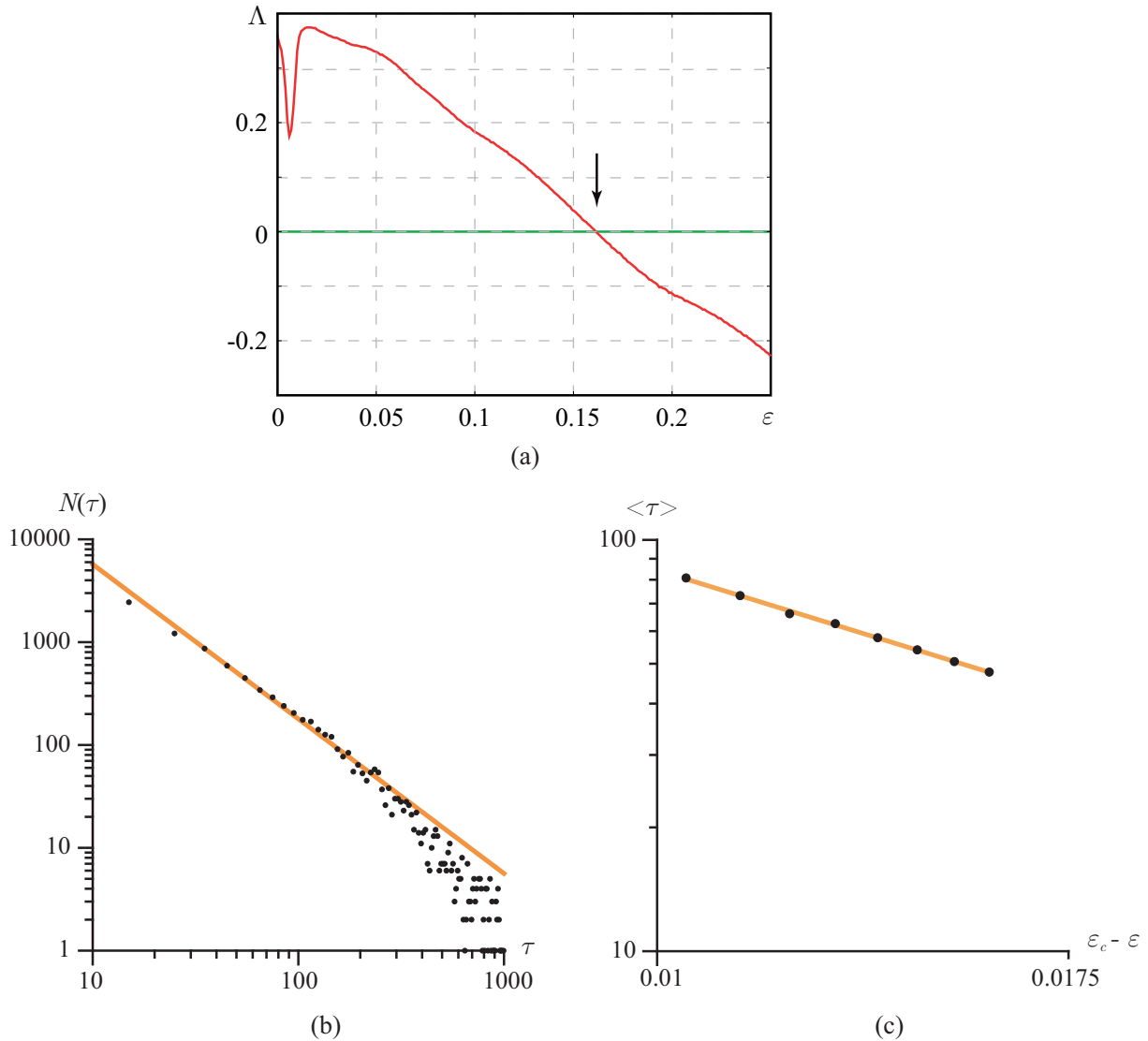


Рис. 1. (а) Зависимость показателя Ляпунова от управляющего параметра ϵ , (б) распределение длительностей фаз синхронного поведения при $\epsilon = 0.1525$ и зависимость средней длительности фаз синхронного поведения $\langle \tau \rangle$ от параметра надкритичности $(\epsilon_c - \epsilon)$ (б), $\epsilon_c = 0.1625$ логистических отображений (2.1), находящихся вблизи границы индуцированной шумом синхронизации, и соответствующие аппроксимации степенными законами (1.1) (б) и (1.2) (с). Данные, полученные путем численного моделирования, показаны на рисунках (б) и (с) точками, теоретические зависимости — сплошными линиями. Отклонение численно полученных значений от степенной зависимости в области больших длительностей фаз синхронного поведения на рисунке (б) является хорошо известным фактом для «on-off» перемежаемости (см., например, [25]).

Таким образом, статистические характеристики длительностей фаз синхронного поведения свидетельствуют о том, что на границе индуцированной шумом синхронизации

в логистических отображениях, находящихся под общим источником шума, имеет место перемежаемость типа «on-off».

2.2. Экспоненциальные отображения

В качестве второго примера модельных систем с дискретным временем рассмотрим системы, исследованные в [9]:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= f(y_n) + \varepsilon \xi_n, \\ z_{n+1} &= f(z_n) + \varepsilon \xi_n. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь y_n, z_n — состояния систем, на которые воздействует шум, $f(x) = \exp[-((x - 0.5)/\omega)^2]$ — экспоненциальная функция, $\omega = 0.3$ — управляющий параметр, ξ_n — случайная величина, подчиняющаяся нормальному распределению плотности вероятности (2.2), где $\xi_0 = 0$, $\sigma = 1$, ε — параметр, управляющий интенсивностью внешнего случайного воздействия. Начальные условия для систем y_n и z_n выбираются различными. Ввиду экспоненциального характера нелинейной функции, фигурирующей в отображениях (2.3), будем называть исследуемую систему экспоненциальными отображениями.

Порог возникновения режима индуцированной шумом синхронизации так же, как и в случае логистических отображений (2.3), определялся с помощью расчета зависимости ляпуновской экспоненты Λ от параметра связи ε (см. рис. 2а), а также путем непосредственного сравнения состояний систем, на которые воздействует шум. По аналогии со случаем, рассмотренным в предыдущем разделе, во избежание «ловушки численного счета» в каждую из систем дополнительно вводился разный шум малой амплитуды $D = 9 \times 10^{-20}$. Как показывают проведенные расчеты, в данном случае режим синхронизации, индуцированной шумом, наступает при $\varepsilon_c = 0.17$.

Ниже порога возникновения синхронного режима имеет место перемежающееся поведение. Аналогично случаю, рассмотренному в разделе 2.1, для определения типа перемежаемости проведем анализ статистических характеристик длительностей фаз синхронного поведения. На рисунке 2b приведено распределение длительностей фаз синхронного поведения $N(\tau)$ при $\varepsilon = 0.165$ и его аппроксимация степенным законом (1.1), а на рисунке 2c — зависимость средней длительности фаз синхронного поведения от параметра надкритичности $(\varepsilon_c - \varepsilon)$ и соответствующая аппроксимация (1.2). Видно, что в обоих случаях статистические характеристики с достаточной степенью точности соответствуют известным закономерностям, описанным выше. При этом, как и в логистических отображениях, на рисунке 2b имеет место отклонение численно полученных данных от теоретической зависимости (1.1) при больших значениях τ , что обусловлено теми же причинами (см. раздел 2.1).

Таким образом, как в логистических, так и в экспоненциальных отображениях, находящихся под общим источником шума с нулевым или ненулевым средним, на границе индуцированной шумом синхронизации имеет место перемежающееся поведение, статистические характеристики которого соответствуют перемежаемости типа «on-off».

3. Перемежающееся поведение на границе индуцированной шумом синхронизации в потоковых динамических системах, демонстрирующих хаотическое поведение

Перейдем к исследованию установления режима индуцированной шумом синхронизации в объектах более высокого уровня сложности — в потоковых динамических систе-

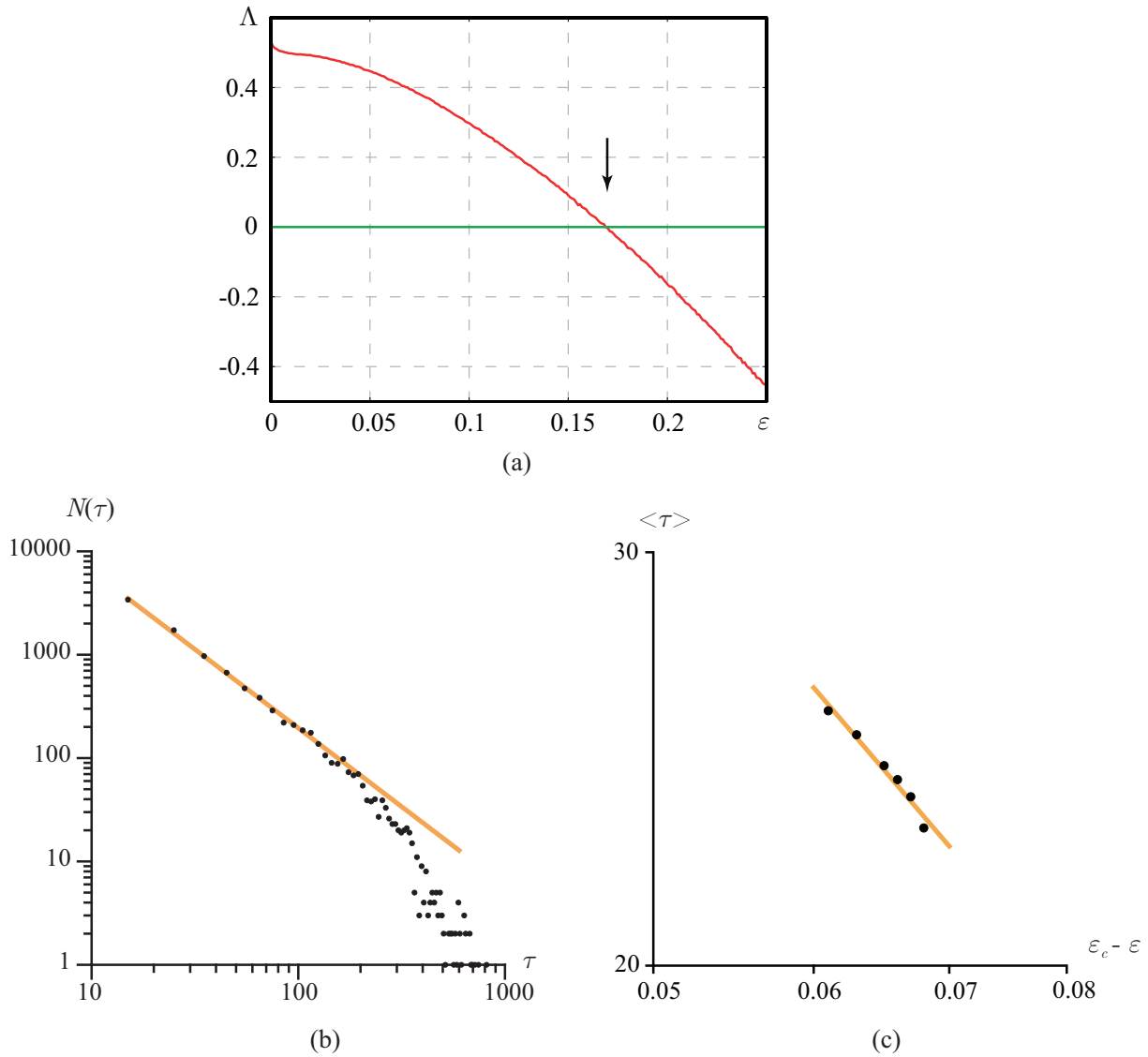


Рис. 2. (а) Зависимость показателя Ляпунова от управляющего параметра ε , (б) распределение длительностей фаз синхронного поведения при $\varepsilon = 0.165$ и (с) зависимость средней длительности фаз синхронного поведения $\langle \tau \rangle$ от параметра надкритичности $(\varepsilon_c - \varepsilon)$ (с), $\varepsilon_c = 0.17$ экспоненциальных отображений (2.3), находящихся вблизи границы индуцированной шумом синхронизации, и соответствующие аппроксимации степенными законами (1.1) (б) и (1.2) (с). Данные, полученные путем численного моделирования, показаны на рисунках (б) и (с) точками, теоретические зависимости — сплошными линиями. Отклонение численно полученных значений от степенной зависимости в области больших длительностей фаз синхронного поведения на рисунке (б) является хорошо известным фактом для «on-off» перемежаемости (см., например, [25]).

мах, демонстрирующих хаотическую динамику. В качестве примера таких систем рассмотрим модель несвязанных идентичных по управляющим параметрам¹ осцилляторов Лоренца [9, 26] в случае воздействия на них общего источника шума с нулевым средним.

¹Во избежание «ловушки численного счета» введем в одну из систем небольшую расстройку по параметру r , т. е. положим $r = r + \Delta$, где $\Delta = 0.1$.

Исследуемая система имеет вид

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= p(y_1 - x_1), \\
 \dot{y}_1 &= -x_1 z_1 + r x_1 - y_1 + \varepsilon \xi, \\
 \dot{z}_1 &= x_1 y_1 - b z_1, \\
 \dot{x}_2 &= p(y_2 - x_2), \\
 \dot{y}_2 &= -x_2 z_2 + r x_2 - y_2 + \varepsilon \xi, \\
 \dot{z}_2 &= x_2 y_2 - b z_2.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Здесь $\mathbf{x}_{1,2} = (x_{1,2}, y_{1,2}, z_{1,2})$ — векторы состояния систем, на которые воздействует общий источник шума $\xi(t)$, $p = 10$, $b = 8/3$, $r = 28$ — управляющие параметры, ε — параметр, характеризующий интенсивность внешнего воздействия, ξ — случайная величина, подчиняющаяся нормальному распределению плотности вероятности (2.2), где $\xi_0 = 0$, $\sigma = 25$.²

Порог возникновения режима синхронизации, индуцированной шумом, определялся с помощью расчета спектра ляпуновских экспонент. При переходе через нуль старшей ляпуновской экспоненты (см. рис. 3а) диагностировалось наступление синхронного режима. Как видно из рисунка, для исследуемой системы индуцированная шумом синхронизация наступает при значении параметра $\varepsilon_c = 30.4$, что находится в хорошем соответствии с результатами работы [9].³

На рисунке 4 приведены фазовые портреты осциллятора Лоренца в отсутствие ($\varepsilon = 0$) и при наличии шума достаточно большой амплитуды ($\varepsilon = 30.4$). Видно, что хотя шум и меняет характеристики исследуемой системы, структура аттрактора по-прежнему остается неизменной.

Так же, как и в случае отображений (2.1) и (2.3), на границе синхронного режима наблюдается чередование фаз синхронного и асинхронного поведения. Для определения типа перемежаемости был проведен анализ статистических характеристик длительностей фаз синхронного поведения.

На рисунке 3б показано распределение длительностей фаз синхронного поведения для параметра связи $\varepsilon = 29.3$. Видно, что данное распределение хорошо аппроксимируется степенным законом (1.1), однако заметно отклонение численно полученных данных от теоретической зависимости (1.1) при больших значениях τ , что обусловлено бедностью статистики.

Зависимость средней длительности фаз синхронного поведения от параметра надкритичности ($\varepsilon_c - \varepsilon$) показана на рисунке 3с. И в этом случае можно отметить, что полученная зависимость удовлетворяет с достаточной степенью точности известной закономерности (1.2).

Таким образом, и в случае потоковых динамических систем, демонстрирующих хаотическую динамику, на границе синхронизации, индуцированной шумом с нулевым средним, имеет место перемежаемость типа «on-off». Можно сделать вывод, что эта закономерность является универсальной при переходе к режиму индуцированной шумом синхронизации: она наблюдается и в потоковых системах, и в отображениях, находящихся под воздействием общего источника шума.

²Такое значение дисперсии обеспечивает примерное совпадение амплитуд собственных колебаний системы Лоренца и шумового сигнала.

³Следует отметить, что, в силу недиссипативного характера воздействия шума на исследуемую систему, значение ε должно быть достаточно высоким для того, чтобы синхронизовать системы.

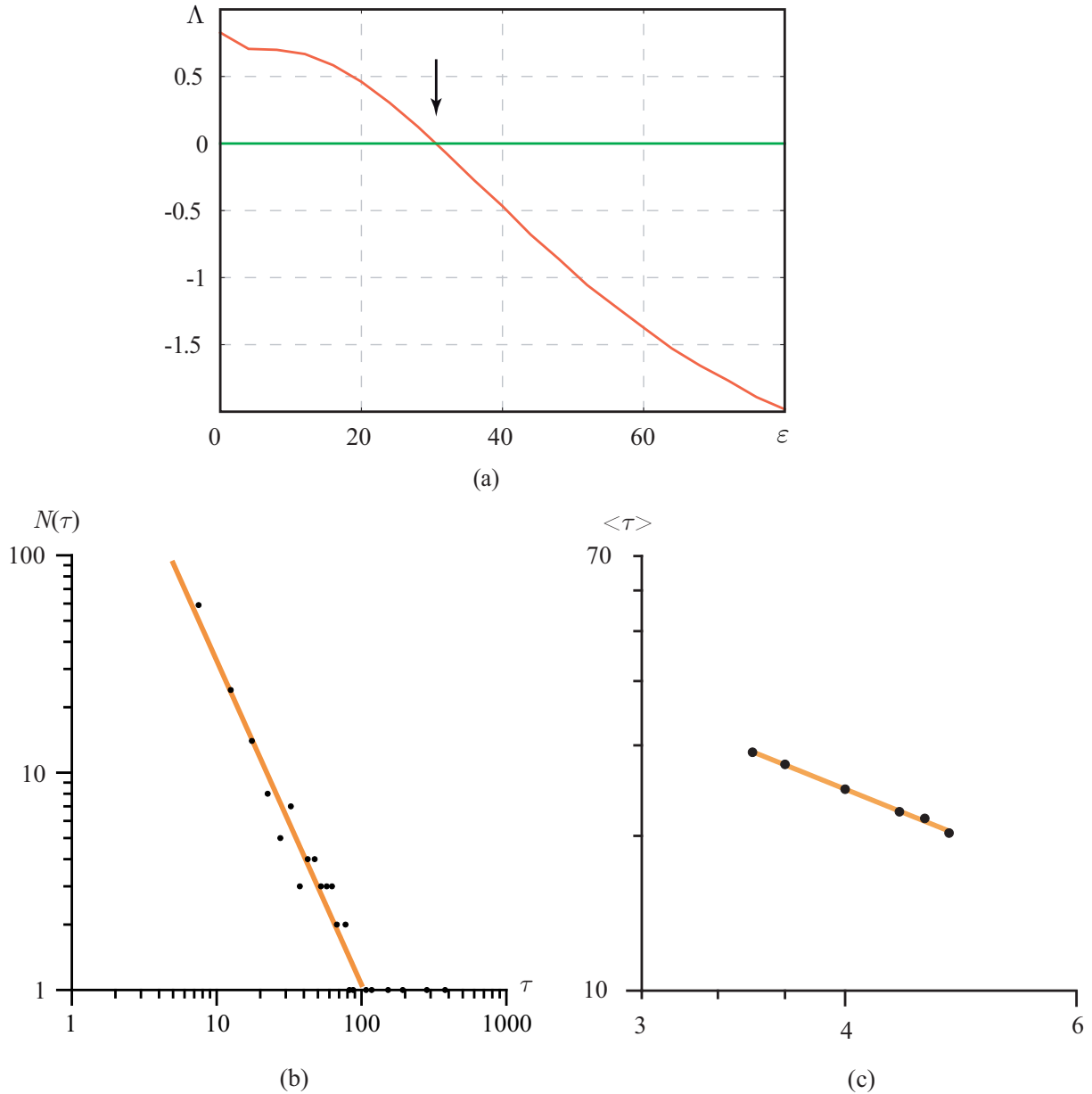


Рис. 3. (а) Зависимость старшего условного показателя Ляпунова от управляющего параметра ε , (b) распределение длительностей ламинарных фаз при $\varepsilon = 27$ и (с) зависимость средней длительности ламинарных фаз $\langle \tau \rangle$ от параметра надкритичности $(\varepsilon_c - \varepsilon)$, $\varepsilon_c = 30.4$ систем Лоренца (3.1), находящихся вблизи границы индуцированной шумом синхронизации, и соответствующие аппроксимации степенными законами (1.1) (b) и (1.2) (с). Данные, полученные путем численного моделирования, показаны на рисунках (b) и (с) точками, теоретические зависимости — сплошными линиями. Отклонение численно полученных значений от степенной зависимости в области больших длительностей ламинарных фаз на рисунке (b) обусловлено бедностью статистики.

4. Заключение

В настоящей работе проведено исследование эффектов, имеющих место на границе индуцированной шумом синхронизации, в системах с непрерывным и дискретным временем.

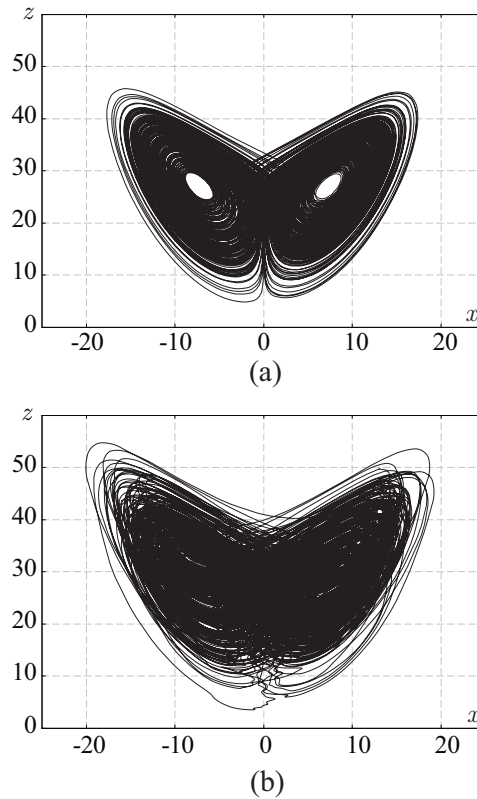


Рис. 4. Фазовый портрет одного из осцилляторов Лоренца системы (3.1) в отсутствие ($\varepsilon = 0$) (a) и при наличии шума ($\varepsilon = 30.4$) (b).

Установлено, что независимо от типа системы и среднего значения шума переход к индуцированной шумом синхронизации происходит через перемежаемость.

Установлен тип перемежаемости, имеющей место на границе синхронизации, индуцированной шумом: проанализированы статистические характеристики длительностей ламинарных фаз, показано, что данный тип перемежаемости может быть классифицирован как перемежаемость типа «on-off».

Список литературы

- [1] Manneville P., Pomeau Y. Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems // Phys. D, 1980, vol. 1, no. 2, pp. 167–241.
- [2] Bergé P., Pomeau Y., Vidal C. L'ordre dans le chaos. Paris: Hermann, 1988. 353 pp.
- [3] Dubois M., Rubio M., Bergé P. Experimental evidence of intermiasttencies associated with a subharmonic bifurcation // Phys. Rev. Lett., 1983, vol. 51, pp. 1446–1449.
- [4] Pikovsky A. S., Osipov G. V., Rosenblum M. G., Zaks M., Kurths J. Attractor–repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett., 1997, vol. 79, no. 1, pp. 47–50.
- [5] Hramov A. E., Koronovskii A. A., Kurovskaya M. K., Boccaletti S. Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization // Phys. Rev. Lett., 2006, vol. 97, 114101, 4 pp.

- [6] Hramov A. E., Koronovskii A. A. Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators // *Europhys. Lett.*, 2005, vol. 70, no. 2, pp. 169–175.
- [7] Boccaletti S., Valladares D. L. Characterization of intermittent lag synchronization // *Phys. Rev. E*, 2000, vol. 62, no. 5, pp. 7497–7500.
- [8] Lee K. J., Kwak Y., Lim T. K. Phase jumps near a phase synchronization transition in systems of two coupled chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 81, no. 2, pp. 321–324.
- [9] Toral R., Mirasso C. R., Hernández-García E., Piro O. Analytical and numerical studies of noise-induced synchronization of chaotic systems // *Chaos*, 2001, vol. 11, no. 3, pp. 665–673.
- [10] Zhou C. S., Kurths J. Noise-induced synchronization and coherence resonance of a Hodgkin–Huxley model of thermally sensitive neurons // *Chaos*, 2003, vol. 13, no. 1, pp. 401–409.
- [11] Rulkov N. F., Sushchik M. M., Tsimring L. S., Abarbanel H. D. I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // *Phys. Rev. E*, 1995, vol. 51, no. 2, pp. 980–994.
- [12] Hramov A. E., Koronovskii A. A. Generalized synchronization: A modified system approach // *Phys. Rev. E*, 2005, vol. 71, no. 6, 067201, 4 pp.
- [13] Hramov A. E., Koronovskii A. A., Popov P. V. Generalized synchronization in coupled Ginzburg–Landau equations and mechanisms of its arising // *Phys. Rev. E*, 2005, vol. 72, no. 3, 037201, 4 pp.
- [14] Hramov A. E., Koronovskii A. A., Moskalenko O. I. Are generalized synchronization and noise-induced synchronization identical types of synchronous behavior of chaotic oscillators? // *Phys. Lett. A*, 2006, vol. 354, no. 5–6, pp. 423–427.
- [15] Короновский А. А., Москаленко О. И., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Обобщенная синхронизация и синхронизация, индуцированная шумом, — единый тип поведения связанных хаотических систем // *Докл. РАН*, 2006, т. 407, вып. 6, с. 761–765.
- [16] Fahy S., Hamann D. R. Transition from chaotic to nonchaotic behavior in randomly driven systems // *Phys. Rev. Lett.*, 1992, vol. 69, no. 5, pp. 761–764.
- [17] Maritan A., Vanavar J. R. Chaos, noise and synchronization // *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 72, no. 10, pp. 1451–1454.
- [18] Pikovsky A. S. Comment on «Chaos, noise, and synchronization» // *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 73, no. 21, pp. 2931–2931.
- [19] Longa L., Curado E. M. F., Oliveira F. A. Roundoff-induced coalescence of chaotic trajectories // *Phys. Rev. E*, 1996, vol. 54, no. 3, R2201–R2204.
- [20] Zhou C. S., Lai C. H. Synchronization with positive conditional Lyapunov exponents // *Phys. Rev. E*, 1998, vol. 58, no. 4, pp. 5188–5191.
- [21] Kim C. M. Mechanism of chaos synchronization and on-off intermittency // *Phys. Rev. E*, 1997, vol. 56, no. 3, pp. 3697–3700.
- [22] Pyragas K. Weak and strong synchronization of chaos // *Phys. Rev. E*, 1996, vol. 54, no. 5, R4508–R4511.
- [23] Москаленко О. И., Овчинников А. А. Исследование влияния шума на обобщенную хаотическую синхронизацию в диссипативно связанных динамических системах: устойчивость синхронного режима по отношению к внешним шумам и возможные практические приложения // *Радиотехника и электроника*, 2010, т. 55, № 4, с. 436–449.
- [24] Кузнецов С. П. Динамический хаос: Курс лекций. М.: Физматлит, 2001. 296 с.
- [25] Pyragas K. Properties of generalized synchronization of chaos (review) // *Nonlinear Analysis: Modelling and Control (Vilnius, IMI)*, 1998, no. 3, pp. 101–129.
- [26] Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е. О механизмах, приводящих к установлению режима обобщенной синхронизации // *ЖТФ*, 2006, т. 76, № 2, с. 1–9.



The behavior of nonlinear systems near the boundary of noise-induced synchronization

Olga I. Moskalenko¹, Alexei A. Koronovskii², Svetlana A. Shurygina³

^{1,2,3}Saratov State University, Faculty of Nonlinear Processes

Astrahanskaya, 83, Saratov, 410012, Russia

¹moskalenko@nonlin.sgu.ru, ²alkor@nonlin.sgu.ru, ³shrs@nonlin.sgu.ru

The intermittent behavior near the boundary of the noise-induced synchronization regime is studied. «On-off» intermittency is shown to take place in this case. The observed phenomenon is illustrated by considering both model systems with discrete time and flow dynamical systems being under influence of the common source of noise.

MSC 2010: 34C15, 34C28, 34D08

Keywords: nonlinear systems, intermittency, noise-induced synchronization, noise, dynamical chaos

Received April 3, 2011, accepted May 26, 2011

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2011, vol. 7, no. 2, pp. 197–208 (Russian)