



КЛАССИЧЕСКИЕ РАБОТЫ. ОБЗОРЫ

Рождение биогидродинамики

Дж. Койлер, К. М. Элерс

*К русскому переводу классической работы Дж. И. Тейлора
«Анализ плавания микроорганизмов» (1951)*

Работа Дж. И. Тейлора «Анализ плавания микроорганизмов» ([1], 1951) является основополагающим исследованием плавания микроскопических объектов. Наряду с фильмом «Течения при малых числах Рейнольдса» [2] она должна считаться необходимым элементом в образовании специалиста по прикладной математике. Внимание Тейлора к данному вопросу привлек кембриджский зоолог, лорд Виктор Ротшильд, который исследовал продуктивность бычьей спермы и проводил также эксперименты со сперматозоидами морского ежа [3]. Дж. И. (как ласково называли Тейлора студенты) опубликовал в 1952 году две другие важные работы [4, 5]; вторая из них относилась к противоположному пределу больших чисел Рейнольдса.

Тейлор передал эстафету изучения движения биологических объектов своему коллеге Джеймсу Лайтхиллу, который был вдвое моложе. Темой четвертой фундаментальной работы стала проскальзывающая сфера, исследованная Лайтхиллом [6] (небольшая поправка сделана много лет спустя его учеником Джоном Блейком [7]). В середине 1970-х годов Теодор Ву, который работал в постдокторской должности у Тейлора и Лайтхилла, организовал «Год биологических движителей» в Калифорнийском технологическом институте, и публикации исследований этого года суммировали знания, которые были накоплены к тому времени [8]. Термин *биогидродинамика* был введен Лайтхиллом и Ву.

Получено и принято к печати 13 июня 2011 г.

Перевод с английского А. В. Гетлинга

Джаир Койлер

jair.koiller@fgv.br

Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getulio Vargas

Praia de Botafogo 190, Rio de Janeiro, RJ, 22250-040, Brazil

Курт М. Элерс

kehlerts@tmcc.edu

Mathematics Department, Truckee Meadows Community College

7000 Dandini Blvd, Reno, NV 89512, USA

В последние 15 лет развитие новых биохимических и наблюдательных методов привели к лавинообразному росту интереса: поистине, «там, внизу, еще много места!».¹ Методы микроскопии, лазерные пинцеты, метод цифровой трассерной визуализации — все это в наше время переходит из микрообласти в нанообласть. Во всем мире в многочисленных исследовательских центрах биофизики кооперируются с математиками. Публикации по вопросам плавания микрообъектов исчисляются тысячами. Авторитетные научные журналы публикуют работы, посвященные перспективе *фантастических путешествий* микророботов будущего, перемещающихся внутри человеческого тела.

Отметим некоторые аспекты работы [1]. Вначале Тейлор объясняет ключевую роль числа Рейнольдса и разницу в стратегии самостоятельного движения между стоковым и эйлеровым пределами (даже в 1970-е годы некоторые биологи не имели правильного представления о ней [9], хотя она была ясна В. Людвигу еще в 1930 году [10]). Тейлор объясняет, почему движитель и тело в стоковом случае не могут рассматриваться по отдельности. При самостоятельном движении полные сила и крутящий момент должны быть равны нулю, при этом жидкость возмущается гораздо меньше. В частности, он упоминает пример колеблющегося цилиндра, приведенный в статье Стокса 1851 года, — случай, когда ролью инерции нельзя пренебречь даже при малых числах Рейнольдса. Это принципиально важно в случае акустического ветра в жидкостях — позднее Лайтхилл использовал это обстоятельство, исследуя процессы в улитке уха. Тейлор находит пример (ныне классический) плавающего тонкого слоя; этот пример лежит в основе метода, основанного на приближении касательной плоскости. Он пользуется двумерной геометрией, в которой уравнения Стокса могут исследоваться с помощью аппарата комплексных переменных. Центральным моментом в статье является объяснение роли гидродинамических взаимодействий, что очень остроумно делается путем рассмотрения двух близкорасположенных слоев. Два сперматозоида стремятся двигаться в унисон. В наше время большое внимание уделяется изучению спонтанного кооперативного плавания.

Анализ плавающего слоя, выполненный Тейлором, включает члены вплоть до четвертой степени по амплитуде. Формула (33) показывает, что скорость самостоятельного движения *квадратично* зависит от амплитуды. Это обстоятельство, которое подчеркивалось в последующих работах, включая исследование проскальзывающей сферы Лайтхиллом, было принципиальным для объяснения плавания микроскопических объектов с привлечением идей дифференциальной геометрии. Предсказанную в 1977 году Перселлом [11] «калибровочную теорию плавания микрообъектов» сформулировали в 1989 году Шапери и Вильчек [12]. Для замкнутого контура в базисном пространстве (пространстве всевозможных границ тел) голономия — это составляющая плавательного цикла («гребок»), элемент группы евклидовых движений. Подобный дифференциально-геометрический взгляд на задачу не является лишь абстрактно-концептуальным, а серьезно облегчает организацию необходимых длительных расчетов стоковых течений.

И еще о плавающем слое. Позволим себе привести один пример. Тейлор, воспользовавшись членом четвертого порядка в (33), показал, что приближение второго порядка по амплитуде приемлемо при условии, что длина волны превышает амплитуду по меньшей мере в 13.6 раза. Недавно один из нас (К.Э.) автоматизировал тейлорову процедуру расчета, применив систему компьютерной алгебры для получения членов высших порядков в слу-

¹“There’s plenty of room at the bottom” — название лекции Р. Фейнмана, прочитанной им 29 декабря 1959 г. перед Американским физическим обществом и послужившей отправной точкой для развития нанотехнологий. — *Прим. перев.*

чае, когда нужны меньшие длины волн [17]. Для исследования более общих форм волны использовалась не методика Тейлора, а геометрическая формулировка. Бегущая пилообразная волна более эффективна для генерации поступательного движения в неограниченной жидкой среде, чем бегущая синусоидальная. Если же слой жидкости очень тонок и ограничен твердой стенкой, то ситуация противоположна: в [18] оценивается скорость улитки, передвигающейся в слое ила благодаря волне, бегущей вдоль ее ноги. В этом случае наиболее эффективны прямоугольные волны, при которых максимальна площадь, прилегающая к твердой стенке.

Биографическая справка. В начале своей научной деятельности Тейлор работал в области метеорологии и океанографии, а также аэродинамики (во время Первой мировой войны). Его плавание на судне «Шотландия» (с целью выяснения причин гибели «Титаника») сравнивали с путешествием молодого Дарвина на «Бигле». Вторая мировая война пришла на середину его научной биографии, когда Тейлор (по случайному совпадению) изучал взрывные волны. О жизни и научных достижениях Тейлора см. [13–16]. Хотя к 1951 году Тейлору уже перевалило за шестьдесят, его научный размах и продуктивность продолжали расти! Он называл себя ученым-любителем, а его внимание перемещалось от механизма движения микроорганизмов к течениям между пористыми поверхностями, пальцеобразной деформации границ раздела, волновым движениям тонких слоев, электрогидродинамике и т. д. — причем во всех этих областях ему принадлежат фундаментальные труды.

Список литературы

- [1] Taylor G. I. Analysis of the swimming of microscopic organisms // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1951, vol. 209, pp. 447–461.
- [2] Film Review: Low Reynolds Number Flow, by Sir Geoffrey Taylor // J. Fluid Mech., 1967, vol. 29, no. 1, pp. 204–207 (<http://web.mit.edu/hml/ncfmf.html>).
- [3] Rothschild V. Sea urchin spermatozoa // Biol. Rev., 1951, vol. 26, pp. 1–27.
- [4] Taylor G. I. The action of waving cylindrical tails in propelling microscopic organisms // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1952, vol. 211, pp. 225–239.
- [5] Taylor G. I. Analysis of the swimming of long and narrow animals // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1952, vol. 214, pp. 158–183.
- [6] Lighthill J. On the squirming motion of nearly spherical deformable bodies through liquids at very small Reynolds numbers // Comm. Pure Appl. Math., 1952, vol. 5, pp. 109–118.
- [7] Blake J. R. A spherical envelope approach to ciliary propulsion // J. Fluid Mech., 1971, vol. 46, pp. 199–208.
- [8] Swimming and flying in nature: In 2 vols. / Th. Y.-t. Wu et al. (Eds.). New York: Plenum, 1975. 1005 pp. См. также: http://oralhistories.library.caltech.edu/16101Wu_OHO.pdf.
- [9] Jahn T. L., Votta J. J. Locomotion of Protozoa // Annu. Rev. Fluid Mech., 1972, vol. 4, pp. 93–116.
- [10] Ludwig W. Zur Theorie der Flimmerbewegung (Dynamik, Nutzeffekt, Energiebilanz) // J. Comp. Physiol. A, 1930, vol. 13, pp. 397–504.
- [11] Purcell E. M. Life at low Reynolds number // Amer. J. Phys., 1977, vol. 45, pp. 3–11.
- [12] Shapere A., Wilczek F. Geometry of self-propulsion at low Reynolds number // J. Fluid Mech., 1989, vol. 198, pp. 557–585.
- [13] Batchelor G. K. Geoffrey Ingram Taylor (7 March 1886 – 27 June 1975) // J. Fluid Mech., 1986, vol. 173, pp. 1–14.
- [14] Batchelor G. K. The life and legacy of G. I. Taylor. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996. 301 pp.

- [15] Batchelor G. K. An unfinished dialogue with G. I. Taylor // *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 70, no. 4, pp. 625–638.
- [16] Turner J. S. G. I. Taylor in his later years // *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1997, vol. 29, pp. 1–25.
- [17] Ehlers, K., Oster, G., The Mysterious swimming of *synechococcus*, 2011 (submitted).
- [18] Chan B., Balmforth N., Hosoi A. Building a better snail: Lubrication and adhesive locomotion // *Phys. Fluids*, 2005, vol. 17, 113101, 14 pp.

The birth of biofluid dynamics

Jair Koiller¹, Kurt M. Ehlers²

¹Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getúlio Vargas
Praia de Botafogo 190, Rio de Janeiro, RJ, 22250-040, Brazil

²Mathematics Department, Truckee Meadows Community College
7000 Dandini Blvd, Reno, NV 89512, USA

¹jair.koiller@fgv.br, ²kehlrs@tmcc.edu

An introductory note to the Russian translation of G. Taylor's 1951 paper.

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2011, vol. 7, no. 2, pp. 367–370 (Russian)

