

Камская государственная инженерно - экономическая академия

*На правах рукописи*

УДК 538.955-405 : 537.621.4 : 537.635

Исавнин Алексей Геннадьевич

**СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС  
В СИСТЕМЕ ОДНОДОМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ**

01.04.01 – приборы и методы экспериментальной физики

Диссертация  
на соискание ученой степени  
доктора физико - математических наук

Научный консультант –  
д.ф.-м.н., профессор Э.К.Садыков

Набережные Челны - 2006

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	4
<b>ГЛАВА I. Явление стохастического резонанса</b>	29
I-1. Основные понятия и методы исследования	29
I-2. Стохастический резонанс в магнитных системах	38
I-2.1. Тепловые надбарьерные скачки намагниченности	39
I-2.2. Динамика, определяемая туннельными переходами	43
<b>ГЛАВА II. Стохастический резонанс в системе суперпарамагнитных частиц</b>	50
II-1. Одноосная суперпарамагнитная частица как бистабильная система	51
II-2. Автокорреляционная функция и спектральная плотность	55
II-3. Отношение сигнала к шуму, динамическая магнитная восприимчивость	58
II-4. Возможность усиления переменного сверхтонкого поля	67
<b>ГЛАВА III. Учет непрерывного изменения вектора магнитного момента</b>	76
III-1. Недостатки модели дискретных ориентаций	76
III-2. Уравнение Фоккера-Планка с периодическим дрейфовым слагаемым	79
III-3. Сравнение с результатами квазиadiaбатического приближения	86
<b>ГЛАВА IV. Мёссбауэровские спектры модулированных суперпарамагнитных частиц</b>	98
IV-1. Амплитуда резонансного рассеяния	98
IV-2. Сечение поглощения и спектр гамма-излучения	105
IV-3. Супероператоры эволюции и рекуррентные соотношения между ними	107
IV-4. Произвольное периодическое поле на ядре	111
<b>ГЛАВА V. Эффекты квантовых флуктуаций</b>	

<b>намагниченности</b>	118
V-1. Скорость туннелирования вектора магнитного момента	118
V-1.1. Полное отсутствие термической активации	121
V-1.2. Случай конечных температур	133
V-2. Характеристики стохастического резонанса	137
<b>ГЛАВА VI. Влияние постоянного поля на динамику магнитного момента частицы в условиях стохастического резонанса</b>	147
VI-1. Постоянное магнитное поле, приложенное перпендикулярно легкой оси	149
VI-2. Динамическая магнитная восприимчивость модулированной одноосной суперпарамагнитной частицы по отношению к пробному полю	158
VI-3. Постоянное магнитное поле, приложенное параллельно легкой оси	164
VI-4. Произвольное постоянное магнитное поле	171
<b>ГЛАВА VII. Учет зависимости частоты попыток от параметров системы суперпарамагнитных частиц в модели двух состояний</b>	180
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	188
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	193
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ</b>	212

## **ВВЕДЕНИЕ.**

## **Актуальность темы исследования.**

Изучение свойств мелкодисперсных магнитных систем представляет собой важную и интересную область исследований физики конденсированного состояния. Физические и химические свойства мелких частиц могут значительно отличаться от соответствующих свойств массивных образцов. Малые магнитные частицы, обладающие специфическими, зачастую уникальными, особенностями, определяют характеристики таких материалов, как магнитные основы для записи и хранения информации [1], феррожидкости [2-4], кластерные структуры [5-9], пигменты красителей, высокоэффективные катализаторы [10] из тонкодисперсных порошков или керамики с зёрнами нанометрового размера, применяемые в авиации радиопоглощающие керамические материалы, в матрице которых беспорядочно распределены мелкодисперсные металлические частицы, широко применяемые аэрозоли и т.д. Направления работ в этой области охватывают методы получения нанокристаллических структур (компактирование порошков, осаждение на подложку, кристаллизация аморфных сплавов, интенсивная пластическая деформация и другие) [11-15], методы экспериментальных исследований их свойств [16-22], а также теоретические разработки, относящиеся к природе магнетизма малых и ультрамалых частиц [23-28]. Важность изучения свойств подобных частиц определяется в том числе и тем, что особенности того или иного вещества, явления, процесса создаваемых природой, закладываются на уровне атомов и молекул, размеры которых сопоставимы с размерами нанобъектов. Именно с подобными структурами оперируют нанотехнологии, применяемые в самых различных областях, например для изготовления легких, прочных и термостойких деталей, например, лопаток газовых турбин турбореактивных двигателей самолетов. Суспензии металлических наночастиц (обычно железа и его сплавов) размером от 30 нм до 1-2 мкм используются как присадки к моторным

маслам для восстановления изношенных деталей автомобильных и других двигателей непосредственно в процессе работы. Наночастицы широко применяются в производстве современных микроэлектронных устройств, в электронике и компьютерной технике нанотехнологии в тысячи раз увеличат эффективность работы компьютеров. Наноструктурные материалы помогут и уже помогают при переработке и обезвреживании отходов, окисляя органические загрязнители, связывая атомы тяжелых металлов. Керамические наноматериалы широко применяются для изготовления деталей, работающих в условиях повышенных температур, неоднородных термических нагрузок и агрессивных сред. Сверхпластичность керамических наноматериалов позволяет получать из них применяемые в аэрокосмической технике изделия сложной конфигурации с высокой точностью размеров. Нанокерамика на основе гидроксиапатита благодаря своей биосовместимости и высокой прочности используется в ортопедии для изготовления искусственных суставов и в стоматологии [29]. Наноразмерные устройства и наноструктурные поверхности улучшат диагностику в корне, а тем самым и лечение болезней, в том числе благодаря новым способам доставки и распределения лекарств в организме. Дело в том, что многие ценные лекарственные препараты нерастворимы в воде и часто с трудом проникают внутрь клеток при введении в кровь. Создается опасность закупорки капилляров и других мелких кровеносных сосудов. Но в связке с наночастицами они почти свободно движутся в кровотоке, намного повышая эффективность и скорость воздействия лекарственных препаратов на ткани человеческого организма. Живые организмы решают ряд своих «технических» задач с помощью молекулярных двигателей и других внутриклеточных функциональных «машин». Объединив такие биологические объекты с неорганическими устройствами, можно будет создать новые гибриды. Наномашины с молекулярными (химическими) двигателями смогут

самостоятельно реагировать на изменения в организме или в окружающей среде. Сверхминиатюрные машины с автономным питанием, микророботы, имплантированные в организм человека, смогут не только следить за состоянием его здоровья, но и выделять требуемые организму вещества и гормоны. Внедренные в организм сенсорные системы будут сигнализировать о возникновении болезней внутри него, что позволит врачам заниматься не столько лечением, сколько диагностикой и предупреждением заболеваний. Искусственные биологические ткани помогут компенсировать утраченные организмом функции, имплантанты с нанометровым защитным покрытием, препятствующим отторжению, практически будут интегрированы в организм. Так решится важная проблема современной медицины - соединение несоединимого, совмещение искусственных органов с человеческими, замена внутренних органов. Нанобиология превратит жизнь людей в более продолжительную и здоровую и даже сделает «направленным» процесс эволюции. Способность манипулировать отдельными клетками и присоединять их к сложным неорганическим устройствам позволит ученым провести эксперименты нового типа. Например, при изучении воздействия лекарственных препаратов или опасных веществ вместо подопытных животных можно будет использовать сенсоры с культивированными клетками. И даже, проанализировав взаимодействие биомолекул с инертными материалами, понять, как зародилась и развивалась жизнь на Земле. И наша общественная жизнь преобразится благодаря нанотехнологии. Окружающие предметы станут «интеллектуальными». Электронные чипы войдут в состав бумаги, одежда научится «говорить», автомобили будут сами производить энергию для движения, появятся специальные устройства, объединяющие функции телефона, телевизора и компьютера. Возникнет глобальная система связи, объединяющая всех, везде и всегда. В принципе, нанотехнология способна изменить все наше бытие,

поскольку она дает возможность создавать вещества на атомном и молекулярном уровне, дешево и быстро изготавливать предметы и товары «по заказу». Еще важнее и интереснее, что, используя природные законы и процессы, можно конструировать и создавать вещества, которые никогда раньше не существовали в природе.

В США за пять лет с 1997 по 2002 год расходы Министерства обороны на нанотехнологии выросли в 5.6 раза, национального института здоровья - в 8.2 раза, Национального агентства аэронавтики и космонавтики (НАСА) - в 15.5 раза. А всего за то же время бюджетные ассигнования на эти цели увеличились со 116 миллионов долларов до 604.4, то есть в 5.2 раза. Оборот мирового рынка нанопродукции в 2001 году составил около 45 миллиардов долларов. Согласно прогнозам, через 10-15 лет он достигнет порядка одного триллиона [30].

Основные эффекты, характерные для системы малых (размером 5-50 нм) магнитных частиц, являются следствием, прежде всего, того, что такая частица обычно образует единственный магнитный домен [21]. При уменьшении размеров однодоменных частиц возрастает вероятность того, что тепловое движение в самой частице приведет к неустойчивости ее намагниченности; при этом магнитные моменты атомов остаются параллельными друг другу, а направление суммарного магнитного момента флуктуирует. Таким образом, частицы могут перемагничиваться даже в отсутствие внешнего магнитного поля, так как тепловая энергия  $kT$  становится сравнимой по величине с энергией анизотропии, удерживающей вектор магнитного момента частиц в направлении, соответствующем минимуму энергии. Это явление получило название суперпарамагнетизма [31,28].

Другой специфической чертой малых объектов является относительно большое удельное количество атомов, расположенных вблизи поверхности частицы (для частиц размером менее 10 нм доля таких атомов составляет примерно 10-15% [21]), что также может

оказывать существенное влияние на их физические свойства [32]. В частности, атомы, расположенные у поверхности, будут давать значительный вклад в магнитную анизотропию малых частиц, тогда как для макроскопических объектов такое влияние пренебрежимо мало. Кроме того, магнитные материалы, приготовленные на подложке, могут получить дополнительный вклад в константу магнитной анизотропии в результате деформации, вызванной взаимодействием с подложкой. Если материал подложки является магнитным, то обменное взаимодействие между малой частицей и подложкой также приводит к изменению энергии анизотропии. Все это объясняет тот факт, что значения констант магнитной анизотропии малых частиц обычно выше констант анизотропии макроскопических образцов [10]. Влияние атомов, расположенных у поверхности отчетливо наблюдается в экспериментах, проводимых с помощью ядерно-физических методов исследования, например мёссбауэровской спектроскопии. Экспериментально было показано [21], что сверхтонкое поле для атомов у поверхности может значительно отличаться от значения сверхтонкого поля внутри массивных образцов. Кроме того, сверхтонкое поле на поверхности падает с увеличением температуры быстрее, чем внутри образца [10].

Существует еще одна интересная особенность, характерная для малых магнитных частиц, - возможность квантового туннелирования вектора магнитного момента частицы из метастабильных состояний, обусловленных магнитной анизотропией [33]. Таким образом, спонтанное перемагничивание однодоменных частиц может происходить не только вследствие явления суперпарамагнетизма, т.е. при достаточно высоких температурах, но и при очень низких температурах, вследствие макроскопического квантового туннелирования.

Подобные особенности физических свойств малых магнитных частиц интересны сами по себе и, в частности, приводят к качественному изменению отклика таких магнитных систем на внешнее возмущение

[34-36]. Таким образом, процессы перемагничивания и изучение поведения мелкодисперсных магнитных систем в переменных полях представляют собой одну из актуальных областей исследования магнитных материалов.

Сравнительно недавно появился ряд работ [37-44] по стохастическому резонансу - явлению, заключающемуся в прохождении через максимум отклика бистабильной (в общем случае - мультистабильной) системы на внешнее периодическое возмущение при монотонном увеличении интенсивности шума. Так как малая ферро (ферри-) частица с магнитной анизотропией типа "легкая ось" представляет собой пример бистабильного элемента, двум устойчивым состояниям которого соответствуют две противоположные ориентации ее магнитного момента вдоль оси легкого намагничивания, то справедливо предположение о возможности реализации стохастического резонанса в такой системе.

Концепция стохастического резонанса была впервые перенесена в область мелкодисперсного магнетизма в работах [35,45-47], где были предложены также несколько возможных экспериментальных методик для наблюдения эффекта стохастического резонанса в системе суперпарамагнитных частиц. Существует еще множество интересных неисследованных вопросов, касающихся особенностей физических свойств малых магнитных частиц, возникающих при наличии внешних переменных полей и наиболее ярко проявляющихся при стохастическом резонансе. Кроме того, некоторые рассмотренные ранее темы и модели требуют дальнейшего изучения, развития и детализации.

Постановка задачи настоящей работы обусловлена указанными проблемами и состоит в систематическом исследовании динамики намагниченности мелкодисперсных магнитных систем в условиях стохастического резонанса.

## Цель работы.

- ⇒ Теоретический анализ поведения намагниченности системы суперпарамагнитных частиц с магнитной анизотропией типа «легкая ось», подверженных воздействию переменного поля. Обнаружение условий реализации явления стохастического резонанса в такой системе, определение оптимального диапазона изменения внутренних и внешних параметров, в котором достигается максимальный эффект стохастического резонанса.
- ⇒ Рассмотрение динамической восприимчивости в системе суперпарамагнитных частиц в условиях стохастического резонанса. Учет непрерывного изменения вектора магнитного момента. Исследование явления стохастического резонанса с точки зрения возможного механизма усиления переменного сверхтонкого поля мелкодисперсных магнетиков.
- ⇒ Анализ существующих и предложение возможных экспериментальных методик для наблюдения динамики намагниченности малых частиц в условиях стохастического резонанса. Разработка теории и методов расчета мёссбауэровских спектров для случая произвольных периодических и статистически периодических полей на ядрах одноосных модулированных суперпарамагнитных частиц.
- ⇒ Изучение подбарьерной (туннельной) динамики намагниченности малых магнитных частиц. Рассмотрение на ее основе явления стохастического резонанса в системе однодоменных частиц при слабой термической активации и при полной ее отсутствии. Определение параметров реальных магнитных систем, позволяющих наблюдать стохастический резонанс в квантовом режиме.
- ⇒ Исследование влияния дополнительных постоянных магнитных полей на динамическую восприимчивость суперпарамагнитных частиц в условиях стохастического резонанса.

### **Научная новизна.**

- ⇒ На основе приближения дискретных ориентаций получены аналитические выражения для основных характеристик явления стохастического резонанса в системе суперпарамагнитных частиц: динамической магнитной восприимчивости, отношения сигнал/шум. Изучено поведение данных характеристик при различных параметрах системы (температура, частота модуляции, размеры частиц). Определена оптимальная аналитическая модель для скорости релаксации магнитного момента суперпарамагнитных частиц в условиях радиочастотной модуляции.
- ⇒ Предложена модель, описывающая трансформацию внешнего радиочастотного поля в переменное поле на ядре с учетом полей анизотропии. Показано, что коэффициент усиления переменного сверхтонкого поля в системе суперпарамагнитных частиц имеет температурную зависимость типа стохастического резонанса.
- ⇒ Обнаружен эффект снижения уровня внутреннего теплового шума системы одноосных суперпарамагнитных частиц в температурном диапазоне, соответствующем стохастическому резонансу. Величина эффекта оценена с учетом распределения частиц по размерам.
- ⇒ Разработана модель непрерывного изменения вектора намагниченности малых легкоосных частиц на основе уравнения Фоккера-Планка с периодически зависящим от времени дрейфовым слагаемым. Данная модель позволяет получить более точные значения характеристик стохастического резонанса, что особенно важно при интерпретации данных эксперимента. Произведен прямой учет феноменологического параметра затухания прецессии вектора намагниченности.
- ⇒ Динамическая восприимчивость вычислена численным методом (с использованием техники цепных матричных дробей) с выходом за рамки

теории линейного отклика. На основе непрерывной модели получена немонотонная температурная зависимость фазового сдвига динамики вектора намагниченности. Произведено сравнение результатов непрерывной модели с результатами квазиadiaбатического приближения.

⇒ Теоретически обоснована возможность и эффективность экспериментального способа наблюдения эффекта стохастического резонанса в системе одноосных магнитных частиц на примере их ядерно-гамма-резонансных спектров. Получены рекуррентные соотношения для супероператора эволюции ядра как исходные уравнения для наблюдаемых величин и их формальные решения. На основе численных расчетов подтверждена немонотонная температурная зависимость (типа стохастического резонанса) интенсивностей спутных линий мессбауэровских спектров модулированных суперпарамагнитных частиц в режиме коллапса сверхтонкой структуры спектров. Проведены оценки оптимальных условий (параметров) эксперимента.

⇒ В рамках дискретной модели вычислены динамическая магнитная восприимчивость и отношение сигнал/шум системы однодоменных частиц при полном отсутствии термической активации, когда динамика системы определяется подбарьерными (туннельными) переходами вектора намагниченности. Показано, что стохастический резонанс в таком квантовом режиме возможен только при наличии дополнительного постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси однодоменной частицы.

⇒ Оценено влияние отличных от нуля конечных температур на эффекты квантового туннелирования намагниченности однодоменных частиц в условиях стохастического резонанса. Получена аналитическая модель описания динамической (периодической) скорости туннелирования вектора магнитного момента, учитывающая особенности квантовой

системы. Определена критическая температура, выше которой преобладает надбарьерный механизм перемагничивания.

⇒ Рассмотрено влияние дополнительного постоянного магнитного поля на динамику вектора магнитного момента одноосной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса. В приближении дискретных ориентаций аналитически получены выражения для динамической магнитной восприимчивости в случае постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно и параллельно легкой оси частицы. Выполнены численные оценки, позволяющие учесть влияние произвольно направленного постоянного магнитного поля. Показано, что регулировать уровень шума в суперпарамагнитной системе можно и с помощью изменения напряженности постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси.

⇒ Вычислены величина выходного отношения сигнала к шуму и компоненты динамической восприимчивости по отношению к сканирующему пробному полю при наличии дополнительного постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси.

**Все перечисленные результаты выносятся на защиту.**

**Научная и практическая ценность.**

В общей постановке стохастический резонанс – фундаментальная проблема статистической физики, следствие совместного действия шума и регулярного сигнала на бистабильную систему. Применительно к малым магнитным частицам, его следует признать скорее проблемой, имеющей непосредственное отношение к магнетизму. Действительно, мы здесь имеем дело с исследованием условий максимального взаимовлияния шума и сигнала в магнитной системе. При этом происходит качественное изменение характера ряда известных проявлений магнетизма. Например, по качественно новому механизму осуществляется перемагничивание таких материалов, следует также

говорить об особом характере изменения сверхтонкого поля в них под влиянием внешнего переменного поля. Результаты, представленные в настоящей диссертации, позволяют определять диапазоны изменений значений внутренних и внешних параметров системы наночастиц, при которых можно максимально выделить регулярную составляющую отклика системы на слабый периодический сигнал из общей динамики вектора магнитного момента, имеющей изначально нерегулярную природу. Такой механизм может быть, в частности, использован для регулирования порога чувствительности детекторов, увеличения разрешающей способности различных сенсоров. Явление стохастического резонанса, будучи по существу фундаментальным свойством магнитных систем в определенных условиях, может в дальнейшем составить основу метода исследования большого класса магнитных материалов, результата их обработки, процессов деградации и т.д.

### **Структура диссертации.**

Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, списка цитируемой литературы и приложения. Объем работы – 230 страниц, включая 50 рисунков.

Во введении обосновывается выбор темы, ее актуальность и значение, формулируются цель и задачи исследования.

В первой главе раскрывается смысл и физическая основа явления стохастического резонанса как общестатистической концепции. Дается обзор наиболее важных исследований, проведенных ранее в области стохастического резонанса. Здесь же приводится краткое ознакомление с теоретическими методиками и моделями, используемыми для описания динамики (дискретной или непрерывной) системы в условиях

стохастического резонанса. Отдельное внимание уделено работам по изучению эффекта стохастического резонанса в магнитных системах. Описаны возможные способы стохастического перемагничивания однодоменной частицы, основанные на эффектах суперпарамагнитной релаксации и макроскопического квантового туннелирования намагниченности. Приведены несколько аналитических выражений, полученных ранее различными авторами, описывающие скорость выхода вектора магнитного момента из метастабильных состояний, которая является ключевой величиной при использовании дискретной модели описания поведения намагниченности.

Во второй главе рассмотрен механизм реализации стохастического резонанса в системе суперпарамагнитных частиц с магнитной анизотропией типа «легкая ось», определяемый надбарьерными переходами вектора магнитного момента в условиях термической активации системы. В рамках модели дискретных ориентаций получены аналитические выражения для автокорреляционной функции, спектральной плотности, отношения сигнала к шуму, динамической магнитной восприимчивости. Показано, что результаты полностью согласуются с теорией линейного отклика. Получены характерные для стохастического резонанса колоколообразные зависимости компонент магнитной восприимчивости и отношения сигнал/шум от интенсивности шума (температуры). Исследовано влияние изменения внутренних и внешних параметров системы на динамику ее намагниченности в условиях стохастического резонанса. Рассматривается возможность использования явления стохастического резонанса в качестве механизма усиления переменного сверхтонкого поля. Приведены некоторые замечания, касающиеся выбора реальных образцов для наблюдения в них явления стохастического резонанса.

В третьей главе раскрыты недостатки квазиadiaбатического приближения и показана необходимость учета непрерывности динамики

системы, в частности, для более точной интерпретации данных эксперимента. Представлена модель непрерывной диффузии вектора магнитного момента малых магнитных частиц с магнитной анизотропией типа «легкая ось» в условиях внешней модуляции радиочастотным полем. Вычисляется непосредственно функция распределения для магнитного момента частицы на основе решения соответствующего уравнения Фоккера-Планка. Расчеты произведены численным методом с использованием техники непрерывных матричных дробей. Такой подход позволяет определять величину восприимчивости единым образом во всем температурном диапазоне. Кроме того, данный метод свободен от ограничений, накладываемых моделью дискретных ориентаций: требование высокого потенциального барьера, малости амплитуды внешнего сигнала и условие низкой частоты модуляции. Результаты непрерывной модели сопоставляются с результатами модели дискретных ориентаций, расхождение составляет приблизительно 10-15% по абсолютной величине магнитной восприимчивости. Использование непрерывной модели приводит также и к другому результату по сдвигу фаз между вектором намагниченности и внешним переменным полем - получена немонотонная температурная зависимость фазового сдвига. Приближение дискретных ориентаций дает только монотонное его уменьшение, так что результаты двух различных моделей совпадают лишь в области достаточно высоких температур.

В четвертой главе рассматривается вопрос о возможности наблюдения явления стохастического резонанса методами ядерной гамма-резонансной спектроскопии. На основе формализма супероператоров Лиувилля вычислены сечение поглощения и спектр пошедшего гамма-излучения. Получены рекуррентные соотношения для супероператоров эволюции, позволяющие проводить численные расчеты, используя алгоритм цепных матричных дробей, в случае внешнего периодического возмущения системы одноосных суперпарамагнитных

частиц. Результаты численных расчетов представлены графически. Они указывают, что в режиме коллапса мёссбауэровских спектров (в случае  $\text{Fe}^{57}$  секстет вырождается в одиночную линию) появляются боковые сателлиты приблизительно естественной ширины, отстоящие от основной линии на частоту модуляции. Интенсивность таких сателлитов проявляет немонотонную температурную зависимость, что согласуется с теорией стохастического резонанса.

Пятая глава посвящена изучению подбарьерного (туннельного) механизма реализации стохастического резонанса в системе однодоменных частиц. В отличие от надбарьерного (классического) случая, туннельные переходы в одноосных системах невозможны без дополнительного постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси, причем скорость туннельных переходов зависит от величины этого поля. Здесь предложена аналитическая модель, позволяющая описать туннельные переходы в модулированном бистабильном потенциале. В рамках этой модели, прежде всего, вычислена скорость туннелирования вектора намагниченности из метастабильного состояния. Проверочные численные расчеты показывают, что полученный аналитический результат является более корректным, по сравнению с результатами других авторов. Другая специфика предложенной динамической модели особенно важна при температурах, стремящихся к нулю. Так, например, вычисления магнитной восприимчивости и отношения сигнал/шум системы при температуре абсолютного нуля с учетом этой особенности приводят к результатам, на два порядка превышающим прежние. Изучено поведение системы и при отличных от нуля конечных температурах, что достигается учетом возможности туннелирования не только со дна потенциальной ямы, но и с более высоких уровней. Основные соотношения получены аналитически в рамках модели дискретных ориентаций; проводится проверочное сравнение с результатами

численного моделирования. Эффекты квантового туннелирования намагниченности максимально проявляются на образцах с размерами от 2 до 5 нм ниже температуры кроссовера (перехода от надбарьерного к подбарьерному механизму), не превышающей 0.01-0.1 К. Приведены оценки оптимальных размеров частиц и величины напряженности постоянного поля для возможного экспериментального наблюдения стохастического резонанса в туннельном режиме перемагничивания.

В шестой главе рассматривается стохастический резонанс в несколько иной геометрии - устойчивые состояния системы оказываются смещенными вследствие приложения дополнительного постоянного магнитного поля. В рамках теории двух состояний рассмотрено влияние перпендикулярной и продольной составляющих такого поля на значение величин Крамерсовых скоростей, величины отношения мощностей выходного сигнала и шума, динамической магнитной восприимчивости. Результаты численного моделирования отражают влияние произвольно направленного постоянного магнитного поля. Показано, что приложение постоянного магнитного поля перпендикулярно легкой оси приводит к усилению эффекта стохастического резонанса. Такой режим может быть полезен, например, вблизи точки Кюри, когда изменение уровня шума в системе с помощью температуры невозможно. На основе решения управляющего уравнения получены компоненты динамической магнитной восприимчивости по отношению к пробному полю для модулированной суперпарамагнитной частицы при наличии постоянного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси.

Седьмая глава посвящена выбору лучшей аналитической модели, описывающей скорость суперпарамагнитной релаксации модулированных радиочастотным сигналом одноосных малых частиц. В рамках модели двух состояний рассматривается несколько выражений, модифицированных для случая внешней модуляции, и проводится сравнительный анализ с результатами непрерывной модели в

температурном диапазоне реализации стохастического резонанса в системе суперпарамагнитных частиц. Найденная оптимальная аналитическая модель для скорости выхода системы из устойчивого состояния позволяет также установить корректную зависимость частоты попыток от параметров системы, например, от параметра затухания.

В приложении представлены основные программы, разработанные автором в среде программирования Turbo Pascal, используемые в настоящей работе при расчетах динамической восприимчивости в дискретной и непрерывной моделях описания динамики вектора магнитного момента частиц.

**Основные результаты диссертационной работы отражены в следующих опубликованных материалах.**

**МОНОГРАФИИ :**

1. Исавнин А.Г. *«Стохастический резонанс в системе однодоменных магнитных частиц»* // Издательство Камского государственного политехнического института, г. Набережные Челны. - 2004 г. - 160 с. - ил. - Библиогр. 155 назв. - ISBN 5-9536-0044-5. - 800 экз.

**СТАТЬИ :**

1. Садыков Э.К., Скворцов А.И., Антонов Ю.А., Исавнин А.Г. *«Об одном механизме усиления сверхтонкого поля на ядре»* // Известия РАН, серия «физическая» (1994), т.58, №4, с.101-104.
2. Садыков Э.К., Исавнин А.Г. *«Усиление переменного магнитного поля в системе мелких магнитных частиц»* // Физика твердого тела (1994), т.36, № 11, с.3473-3475. (*Physics of the Solid State, 1994, Vol. 36, № 11, pp.1843-1844*).
3. Садыков Э.К., Исавнин А.Г. *«К теории динамической магнитной восприимчивости одноосных суперпарамагнитных частиц»* // Физика твердого тела (1996), т.38, № 7, с.2104-2112 (*Physics of the Solid State, 1996, Vol. 38, № 7, pp.1160-1164*).

4. Sadykov E.K., Isavnin A.G. «*Hyperfine field response to RF excitation in superparamagnetic particles*» // *Hyperfine Interactions* (1996), Vol.99, p.415-419.
5. Садыков Э.К., Исавнин А.Г., Болденков А.Б. «*К теории квантового стохастического резонанса в однодоменных магнитных частицах*» // *Физика твердого тела* (1998), т. 40, №3, с.516-518 (*Physics of the Solid State, 1998, Vol. 40, № 3, pp.474-476*).
6. Sadykov E.K., Isavnin A.G. «*The Mössbauer susceptibility of magnetic materials in conditions far from equilibrium*» // *Laser Physics* (1995), Vol.5, №2, p.411-416.
7. Sadykov E.K., Isavnin A.G., Skvortsov A.I. «*Mössbauer transition dynamics in conditions of strong excitation of nuclear spins*» // *Hyperfine Interactions* (1997), Vol.107, p.257-275.
8. Исавнин А.Г. «*Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках: механизм подбарьерного перемагничивания*» // *Физика твердого тела* (2001), т.43, № 7, с.1216-1219 (*Physics of the Solid State, 2001, Vol.43, № 7, pp.1263-1266*).
9. Исавнин А.Г. «*Подавление шума в системе легкоосных суперпарамагнитных частиц в условиях радиочастотной модуляции*» // *Физика твердого тела* (2002), т.44, № 7, с.1277-1279 (*Physics of the Solid State, 2002, Vol. 44, № 7, pp.1336-1338*).
10. Исавнин А.Г. «*Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках: сравнение дискретной и непрерывной моделей описания*» // *Известия высших учебных заведений, Физика* (2002), т.45, №11, с.73-77 (*Russian Physics Journal, 2002, Vol.45, №11, p.1110-1114*).
11. Исавнин А.Г. «*Отклик суперпарамагнитных легкоосных частиц на радиочастотное поле с учетом постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси*» // *Вестник Оренбургского государственного университета* (2005), №4, с.123-126.

12. Исавнин А.Г. *“Зависимость динамической восприимчивости суперпарамагнитных частиц от постоянного магнитного поля перпендикулярного легкой оси”* // Известия высших учебных заведений, “Физика” (2005), т.48, №5, с.64-68 (*Russian Physics Journal*, 2005, Vol.48, №5, p.511-515).
13. Исавнин А.Г. *“Динамическая восприимчивость легкоосных суперпарамагнитных частиц в слабом переменном поле”* // Вестник Оренбургского государственного университета (2005), №6, с. 105-108.
14. Исавнин А.Г. *“Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках: влияние постоянного магнитного поля, приложенного вдоль легкой оси”* // Известия высших учебных заведений, “Физика” (2005), т.48, №7, с.26-31 (*Russian Physics Journal*, 2005, Vol.48, №7, p.694-700).
15. Исавнин А.Г. *“Влияние произвольно направленного постоянного магнитного поля на динамическую восприимчивость суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса”* // Известия высших учебных заведений, “Физика” (2006), т.49, №3, с. - .

#### **ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ :**

1. Садыков Э.К., Скворцов А.И., Антонов Ю.А., Исавнин А.Г. *«Об одном механизме усиления сверхтонкого поля на ядре»* // Тезисы докладов «5-го Международного совещания по ядерно-спектроскопическим исследованиям сверхтонких взаимодействий», Дубна, 22-24 сентября 1993, с.110.
2. Sadykov E.K., Isavnin A.G. *«Stochastic resonance in small-particle magnetic systems»* // Abstracts of the 6th Joint «Magnetism & Magnetic Materials (MMM) - INTERMAG» Conference, June 20-23, 1994, Albuquerque, USA, DQ-13, p. 285.

3. Sadykov E.K., Antonov Yu.A., Isavnin A.G. «*Stochastic resonance in fine magnetic particles: the possible methods of investigation*» // Digests of «INTERMAG-95», April 18-21, 1995, San-Antonio, Texas, USA, FR-14.
4. Sadykov E.K., Antonov Yu.A., Isavnin A.G. «*Stochastic resonance phenomenon in fine dispersed magnetic materials*» // Тезисы докладов Международного конгресса «XXVII Congress AMPERE», Казань, август 1994, с.317.
5. Sadykov E.K., Antonov Yu.A., Isavnin A.G. «*The possible mechanism of inducing the alternating hyperfine field*» // Тезисы докладов Международного конгресса «XXVII Congress AMPERE», Казань, август 1994, с.319.
6. Sadykov E.K., Antonov Yu.A., Isavnin A.G. «*Mössbauer spectra of RF modulated superparamagnetic particles*» // Abstracts of «International Conference on the Applications of the Mössbauer Effect (ICAME-95)», September 10-16, 1995, Rimini, Italy, 03-C.3.
7. Sadykov E.K., Antonov Yu.A., Isavnin A.G., Alexeev S.A. «*Hyperfine field response to RF excitation in superparamagnetic particles*» // Abstracts of 10th International Conference on Hyperfine Interactions («HFI-10»), August 28-September 1, 1995, Leuven, Belgium, P138-TU.
8. Sadykov E.K., Antonov Yu.A., Isavnin A.G., Arkhipov K.Yu. «*Quantum beats of SR intensity scattered by Mössbauer nuclei with time modulated hyperfine interaction*» // Abstracts of «HFI-10», August 28-September 1, 1995, Leuven, Belgium, P76-MO.
9. Sadykov E.K., Isavnin A.G. «*Nonresonant large amplitude RF effects in Mössbauer spectra*» // Abstracts of 40th Annual «Magnetism & Magnetic Materials (MMM)» Conference, November 6-9, 1995, Philadelphia, Pennsylvania, USA, EP-07.
10. Исавнин А.Г., Болденков А.Б. «*Эффекты квантового туннелирования в мелких магнитных частицах*» // Тезисы докладов II Республиканской

- конференции молодых ученых и специалистов, 28 июня - 1 июля 1996, Казань, с.70.
11. Sadykov E.K., Isavnin A.G., Boldenkov A.B. *«Effects of macroscopic quantum tunneling in single domain particles»* // Abstracts of 41 Annual «Magnetism & Magnetic Materials (MMM)» Conference, Nov. 12-15, 1996, Atlanta, USA, DS-15.
  12. Исавнин А.Г., Болденков А.Б., Садыков Э.К. *«Квантовый стохастический резонанс в однодоменных магнитных частицах»* // Тезисы докладов республиканской конференции «Проблемы энергетики», 5-7 февр.1997, Казань, с.49.
  13. Sadykov E.K., Isavnin A.G. *«Stochastic resonance in fine dispersed ferroelastics»* // Тезисы докладов международной конференции «Seventh international seminar on ferroelastic physics», г. Казань, 25-27 июня 1997 г., P09-7.
  14. Исавнин А.Г. *«О взаимовлиянии стохастических и регулярных процессов в бистабильных системах»* // Тезисы докладов межвузовской научно-практической конференции «Экономическая синергетика и инновационные процессы», г.Набережные Челны, 10-12 ноября 1998 г., с.24-25.
  15. Исавнин А.Г. *«Синергетическое поведение стохастических бистабильных систем»* // Тезисы докладов межвузовской научно-практической конференции «Экономическая синергетика и антикризисное управление» , г.Набережные Челны, 20-21 декабря 1999 г., с.54-55.
  16. Исавнин А.Г. *«Макроскопическое квантовое туннелирование намагниченности однодоменных частиц в условиях радиочастотной модуляции»* // Тезисы докладов международной научно-технической конференции «Технико-экономические проблемы промышленного производства», г.Набережные Челны, 29-31 марта 2000г., с.203.

17. Исавнин А.Г. *«Дискретная и непрерывная модели описания эффекта стохастического резонанса»* // Тезисы докладов международной научно-технической конференции «Технико-экономические проблемы промышленного производства», г.Набережные Челны, 29-31 марта 2000 г., с.204.
18. Исавнин А.Г. *«Динамическая магнитная восприимчивость суперпарамагнитных частиц»* // Тезисы докладов международной молодежной научной конференции «Молодежь - науке будущего» г.Набережные Челны, 17-18 апреля 2000 г., с.14.
19. Исавнин А.Г. *«Квантовый стохастический резонанс в системе однодоменных магнитных частиц»* // Тезисы докладов международной молодежной научной конференции «Молодежь - науке будущего» г.Набережные Челны, 17-18 апреля 2000 г., с.15.
20. Isavnin A.G. *«Quantum stochastic resonance in nanoparticles at finite temperatures»* // Abstracts of the 8th Joint «Magnetism & Magnetic Materials (MMM) - INTERMAG» Conference, January 7-11, 2001, San-Antonio, Texas, USA, EX-07.
21. Isavnin A.G. *«Mössbauer susceptibility of magnetic materials in conditions far from equilibrium»* // Abstracts of the 46th Annual «Magnetism & Magnetic Materials (MMM)» Conference, November 12-16, 2001, Seattle, Washington, USA, HV-02.
22. Isavnin A.G. *«Noise suppression in easy-axis superparamagnetic particles under radiofrequency modulation»* // Abstracts of the 47th Annual «Magnetism & Magnetic Materials (MMM)» Conference, November 12-15, 2002, Tampa, Florida, USA, BC-14.
23. Исавнин А.Г. *«Снижение уровня теплового шума в системе суперпарамагнитных частиц при увеличении температуры»* // Тезисы докладов международной научно-практической конференции «Наука и практика. Диалоги нового века» г.Набережные Челны, 17-18 марта 2003 г., с.113.

24. Исавнин А.Г. *«Мёссбауэровские спектры легкоосных суперпарамагнитных частиц в условиях радиочастотной модуляции»* // Тезисы докладов международной научно-практической конференции «Наука и практика. Диалоги нового века» г.Набережные Челны, 17-18 марта 2003 г., с.114.
25. Исавнин А.Г. *“Мёссбауэровские спектры однодоменных магнитных частиц в условиях стохастического резонанса”* // Тезисы докладов международной научно-практической конференции “Научовий потенціал світу - 2004”, 1-15 ноября 2004 г., Днепропетровск, Украина, с.10.
26. Исавнин А.Г. *“Возможность увеличения отклика системы суперпарамагнитных частиц на радиочастотный сигнал при наличии дополнительного магнитного поля”* // Тезисы докладов международной научно-практической конференции “Научовий потенціал світу - 2004”, 1-15 ноября 2004 г., Днепропетровск, Украина, с.11.
27. Исавнин А.Г. *“Асимметричный магнитостохастический резонанс”* // Тезисы докладов международной научно-практической конференции “Научовий потенціал світу - 2004”, 1-15 ноября 2004 г., Днепропетровск, Украина, с.11.
28. Исавнин А.Г. *“Квантовый магнитостохастический резонанс”* // Тезисы докладов международной научно-практической конференции “Научовий потенціал світу - 2004”, 1-15 ноября 2004 г., Днепропетровск, Украина, с.12.
29. Исавнин А.Г. *“Влияние дополнительных постоянных полей на динамику намагниченности одноосных модулированных суперпарамагнитных частиц”* // Тезисы докладов межвузовской научно-практической конференции, посвященной 25-летию КамПИ, 30 марта - 1 апреля 2005 г., Набережные Челны, с.53-54.
30. Исавнин А.Г. *«Влияние произвольно направленного постоянного магнитного поля на динамическую восприимчивость*

суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса» // Materials of International scientific-practical conference “The science: theory and practice”, 20 июля - 5 августа 2005, Днепропетровск, Украина, с.18-20.

31. Исавнин А.Г. «Влияние постоянных магнитных полей на динамическую восприимчивость суперпарамагнитных частиц в условиях стохастического резонанса» // Материалы итоговой научной конференции за 2004 г. филиала КГУ в г. Наб. Челны, 16 февраля 2006 г., Набережные Челны, с.88-89.

**Результаты работы докладывались автором и обсуждались на следующих конференциях и семинарах :**

1. Итоговые научные конференции КГУ, Казань 1994-1997 г.
2. Международный «XXVII Congress AMPERE», Казань 1994 г.
3. II Республиканская конференция молодых ученых и специалистов, Казань 1996 г.
4. Республиканская конференция «Проблемы энергетики», Казань 1997 г.
5. Международный семинар «Seventh international seminar on ferroelastic physics», Казань 1997 г.
6. Межвузовская научная конференция «Экономическая синергетика и инновационные процессы», Набережные Челны 1998 г.
7. Межвузовская научная конференция «Экономическая синергетика и антикризисное управление», Набережные Челны 1999 г.
8. Международная научно-техническая конференция «Технико-экономические проблемы промышленного производства», Набережные Челны 2000 г.

9. Международная молодежная научная конференция «Молодежь - науке будущего», Набережные Челны 2000 г.
10. Международная научно-практическая конференция «Наука и практика. Диалоги нового века», Набережные Челны 2003 г.
11. Межвузовская научно-практическая конференция, посвященная 25-летию КамПИ, Набережные Челны 2005 г.
12. Итоговые научные конференции филиала Казанского государственного университета, Набережные Челны 2004-2005 г.
13. Международная научно-практическая конференция “Науковий потенціал світу - 2004”, Днепропетровск, Украина 2004 г.
14. Научный семинар в Институте физики металлов УрО РАН, Екатеринбург 2005 г.

**Представленные в настоящей диссертации исследования поддержаны следующими грантами и премиями :**

1. Стипендия Президента Российской Федерации для аспиранта.
2. Премия первой степени конкурса молодых ученых Казанского государственного университета за цикл работ «Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках».
3. Грант № 95-02-05762 Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ).
4. Стипендия и звание «Соросовский аспирант» Международной Соросовской научно-образовательной программы (ISSEP).
5. Грант NNT000 Международного Научного Фонда (ISF).
6. Звание «Соросовский доцент» Международной Соросовской научно-образовательной программы (ISSEP).
7. Грант NNT300 Международного Научного Фонда (ISF).

# ГЛАВА I.

## ЯВЛЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

(обзор)

### I-1. Основные понятия и методы исследования.

Статистический эффект, характерный для подверженных влиянию шума мультистабильных систем, получивший название «стохастический резонанс» впервые был обнаружен Бенци и др. [48]. Это явление, наиболее часто наблюдаемое в бистабильных (имеющих два устойчивых состояния) системах, испытывающих периодическое и случайное внешние воздействия, заключается в прохождении отношения сигнал/шум на выходе системы через максимум при увеличении интенсивности внешнего шума. Отклик системы обычно связывается с ее переходами из одного устойчивого состояния в другое. В отсутствие внешней периодической модуляции, часто называемой «сигналом», такие переходы являются чисто случайными. Однако при наличии модуляции они становятся в какой-то степени упорядоченными. И при малых и при больших интенсивностях внешнего шума, модуляция и скачки взаимно некоррелированы, тогда как при определенном промежуточном «резонансном» значении они становятся более коррелированными. Таким образом, постепенное увеличение беспорядка на входе системы приводит к возрастанию порядка на ее выходе. Следует отметить, что внешний сигнал обычно предполагается малым, так что в отсутствие шума никакие переходы в системе не могут быть индуцированы. Очевидно, что такое характерное явление представляет интерес при анализе различных процессов переключений, особенно в контексте теории информации; первое же его применение было связано с описанием глобальных климатических изменений.

В 1981 году авторы [48] предложили концепцию стохастического резонанса в качестве объяснения наблюдаемой периодичности относительных похолоданий на Земле (ледниковых периодов). В этом случае земной климат описывается одномерным бистабильным потенциалом, одному из устойчивых состояний которого соответствует глобальное похолодание. Предполагалось, что природа внешнего шума определяется кратковременными флуктуациями баланса между излучательными процессами и процессами перемещения на Солнце, а внешняя модуляция связывалась с небольшими периодическими изменениями (с периодом в 100000 лет) эксцентриситета орбиты Земли. Первая реализация стохастического резонанса в лабораторном эксперименте была проведена в 1983г. [49], когда изучалась модуляция триггера Шмитта при дополнительном белом шуме. Электрическая цепь ведет себя в данном случае как идеализированная бистабильная система. Спектр мощности измеряли на выходе для различных уровней интенсивности шума, выдерживая постоянной амплитуду периодической модуляции или «внешнего сигнала». Из подобных измерений было получено отношение сигнала к шуму, являющееся одной из основных характеристик стохастического резонанса. Было обнаружено более чем пятикратное возрастание значения отношения сигнал/шум при «резонансном» значении шумового напряжения. Возобновление интереса к явлению стохастического резонанса было вызвано работой [37], где стохастический резонанс наблюдался в кольцевом лазере, действующем как бистабильная система. Здесь бистабильность является следствием вырожденности направления распространения оптической волны вокруг полости. Когда интенсивность накачки проходит через порог генерации, это направление сначала «скачет» случайным образом, вследствие наличия внутреннего квантового шума, затем устанавливается в одном из устойчивых направлений. Таким образом, два состояния,

соответствующие двум разным направлениям, могут быть представлены двумя потенциальными ямами, разделенными барьером. Скачки могут быть индуцированы модуляцией глубин ям по отношению к высоте барьера периодическим сигналом достаточной амплитуды. В экспериментах [37] такая модуляция была введена посредством акусто-оптического модулятора, помещенного внутрь полости. Результат на выходе системы определялся по доле интенсивности светового луча идущему по одному из двух направлений. Авторы работы [37] измеряли отношение сигнал/шум скачков луча при изменении интенсивности шума на входе акусто-оптического модулятора. Они обнаружили все характерные для стохастического резонанса особенности, наблюдаемые ранее на триггере Шмитта, и еще ряд новых свойств. Здесь нужно отметить, что в отличие от теоретических рассмотрений и моделей, описываемых ниже, которые построены для простых одномерных систем, лазер на красителях является, по крайней мере, двумерным; стохастические модели многомерных систем выдвигают проблемы, которые пока удовлетворительно не разрешены аналитически.

Демонстрация стохастического резонанса на кольцевом лазере явилась стимулом для продолжения теоретических исследований [50-52,39] и постановки аналоговых экспериментов [42,38]. Появилось также еще несколько реальных (не модельных) экспериментов [53-55], подтверждающих концепцию стохастического резонанса.

Анализ явления стохастического резонанса проводится обычно, используя биквадратичный потенциал  $U(x)$  с двумя минимумами, описывающий движение броуновской частицы с одной степенью свободы:

$$U(x) = -\left(\frac{a}{2}\right)x^2 + \left(\frac{b}{4}\right)x^4 - cx\sin(\Omega t) \quad (I.1)$$

$a, b, c > 0$ ,  $\Omega$  - частота модуляции. В общем случае соответствующее уравнение Ланжевена имеет вид [40]:

$$\dot{x} + \gamma_T x = -U'(x, t) + \xi(t) \quad (I.2)$$

где случайная сила  $\xi(t)$  удовлетворяет условию

$$\langle \xi(t)\xi(0) \rangle = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{D}{\tau} e^{-|t|/\tau} = 2D\delta(t) \quad (I.3)$$

которое определяет белый Гауссов шум,  $D$  - интенсивность шума. Основная часть теоретических работ по стохастическому резонансу рассматривает именно предел белого шума, случай окрашенного шума изучается, например, в [56,57]. Уравнение (I.2) исследовалось при произвольных значениях коэффициента трения  $\gamma_T$ . Хотя наличие входного сигнала наряду с шумом приводит к специфическому поведению системы при любом значении  $\gamma_T$ , различают два предельных случая: движение осцилляторного ( $\gamma_T \ll 1$ ) и заторможенного ( $\gamma_T \gg 1$ ) типов. Явление «стохастический резонанс», как таковое, предполагает именно последний тип движения. В этом случае уравнение Ланжевена принимает вид:

$$\dot{x} = ax - bx^3 + c\sin(\Omega t) + \xi(t) \quad (I.4)$$

Выражение (I.1) представляет бистабильный потенциал, высота барьера которого в отсутствие модуляции ( $c=0$ ) равна  $\Delta U = a^2/4b$ , и минимумы расположены при  $x_0 = \pm(a/b)^{1/2}$ . При  $c>0$  потенциал раскачивается с частотой модуляции таким образом, что каждый

потенциальный минимум периодически поднимается и опускается по отношению к высоте центрального барьера. Бистабильность нарушается при  $c \geq (4a^3/27b)^{1/2}$ ; эффект стохастического резонанса существует лишь в режиме сохранения бистабильности системы.

Суть явления стохастического резонанса состоит в следующем. Когда классическая динамика ограничена режимом бистабильности и когда интенсивность шума равна нулю, никакие переходы между минимумами невозможны. Система будет находиться в одной из потенциальных ям, в зависимости от начальных условий. Если определить сигнал как наличие факта одного или более переходов (скачков) из одного устойчивого состояния в другое, тогда при  $\xi=0$  на выходе системы никакого сигнала не будет. Важно отметить, что  $x(t) \neq 0$  или является константой в этом случае. Так как модуляция вызывает также небольшое периодическое изменение на той же частоте положений потенциальных минимумов, отклик детерминированной системы, т.е. решение уравнения (1.4) при  $\xi=0$ , будет представлен в виде:

$$x_0(t) = \varepsilon \sin(\Omega t + \phi) + h \quad (1.5)$$

где  $h$  представляет более высокие гармоники;  $\varepsilon, \phi$ -малые величины, по сравнению с  $a, b, 2\pi$ , но зависящие от этих параметров и от  $\Omega$ , и где  $x_0$  находится в окрестности того или другого минимума. При наличии шума,  $\xi > 0$  всегда существуют индуцированные шумом скачки на некоторой средней частоте. В отсутствие модуляции, при небольшой ( $2\Delta U/D < 1$ ) интенсивности шума скорость переходов определяется формулой Крамерса [58]:

$$W = \omega_0 \exp\left(-\frac{2\Delta U}{D}\right), \quad (I.6)$$

где предэкспоненциальный множитель (так называемая «частота попыток») определяется кривизной минимумов и максимума потенциала [59]:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{|U''(0)|U''(x_0)}}{2\pi} = \frac{a}{\pi\sqrt{2}}. \quad (I.7)$$

При увеличении интенсивности входного шума  $D$ , увеличивается и скорость  $W$  таких переходов. Сначала  $W$  растет очень быстро с  $D$ ; затем, при достижении  $D$  достаточного значения, становится возможным преодоление барьера, после этого  $W$  растет медленнее с дальнейшим увеличением  $D$ .

В условиях модуляции  $\Delta U$  становится зависящей от времени величиной  $\Delta U \rightarrow \Delta U_0 + u \sin(\Omega t)$ . Поэтому и скорость скачков становится модулированной с частотой  $\Omega$  - возникает корреляция выходного сигнала с входным сигналом. Вследствие этого, в спектре мощности системы появляется отчетливый  $\delta$ -пик на частоте модуляции. Предыдущие работы [43,50] определяют отношение сигнал/шум на выходе системы как отношение максимальной амплитуды этого пика к амплитуде шумового фона на частоте сигнала  $\Omega$  и показывают, что увеличение интенсивности шума на входе, т.е. уменьшение входного отношения сигнал/шум приводит к более высокому отношению сигнал/шум на выходе. Это справедливо, однако, лишь в довольно ограниченном диапазоне. С повышением интенсивности шума, выходное отношение сигнал/шум проходит через максимум, и при более

высоких уровнях шума корреляция между входом и выходом постепенно пропадает. Очевидно, что отношение сигнал/шум достигает своего максимума, когда зависящее от интенсивности шума время перехода становится сравнимым с половиной периода модуляции. Такое поведение динамики системы и привело к несколько вводящему в заблуждение термину «резонанс».

Существует обширный теоретический материал [60-65,51], посвященный изучению динамики бистабильной системы, который позволяет выделить ряд характерных особенностей для системы, обнаруживающей явление стохастического резонанса:

- 1) в спектре мощности такой системы  $\delta$ -пик наблюдается не только на частоте модуляции, но и на нечетных гармониках;
- 2) подобная последовательность пиков обнаруживается и в функции распределения времен жизни системы в устойчивом состоянии на величинах, равных нечетным целым кратным половине периода;
- 3) последовательность  $\delta$ -пигов появляется даже на четных гармониках частоты модуляции, если симметрия немодулированного потенциала нарушена;
- 4) сумма полной мощности шума и мощности сигнала в спектре мощности является величиной постоянной с точностью до малой поправки, возникающей из-за конечности измерений ширины линии (этот результат справедлив лишь для дискретных бистабильных систем [50]).

Трудность для теоретических исследований состоит в том, что уравнение (I.4) нельзя решить точно аналитически, так как потенциал является зависящим от времени. Стандартные методы Фоккера-Планка нахождения потока вероятности для одномерных систем не могут быть использованы, и, следовательно, формула Крамерса больше неприменима для скоростей переходов. Очевидный выход из такого

положения - использовать адиабатическое приближение, ограничив модулирующую частоту достаточно низкими значениями, так чтобы потенциал изменялся квазистационарно. Это значит, что частота модуляции должна быть мала по сравнению с немодулированной скоростью Крамерса, или  $\Omega \ll W$ , тогда плотность вероятности предполагается квазистационарной. Такой общий подход был первоначально предложен в [59]. Последующие приложения адиабатического метода к модулированным бистабильным системам [66] и непосредственно к проблеме стохастического резонанса были проделаны в [50,39]. Отказаться от адиабатического приближения удалось авторам работ [51,52], благодаря переходу от одномерной нестационарной задачи к стационарной двумерной. Кратко остановимся на основных результатах, предсказываемых этими двумя различными теориями.

Главный вывод адиабатической аппроксимации:

- 1) Спектр мощности состоит из двух частей: шумового фона Лоренцевой формы с центром в  $\omega=0$  и единственной  $\delta$ -функции, вызванной сигналом, и расположенной на частоте модуляции  $\omega=\Omega$ .
- 2) Абсолютная величина фазового сдвига между выходным и входным сигналом монотонно уменьшается с увеличением интенсивности шума.
- 3) Сумма полной мощности сигнала и шума постоянна. Таким образом, увеличение мощности выходного сигнала сопровождается таким же уменьшением мощности выходного шума.

Намек на последний замечательный результат, полученный аналитически в [50] для дискретной системы, содержался уже в данной работе [49]. Отношение сигнала к шуму (signal/noise ratio) в области низких интенсивностей шума хорошо описывается приближенным выражением:

$$\text{SNR} \approx \left( \frac{ax_0^2 c^2 \sqrt{2}}{D^2} \right) \exp\left( -\frac{2\Delta U}{D} \right) \quad (I.8)$$

Двумерный подход для решения уравнения Фоккера-Планка соответствующего (I.3), (I.4), позволяющий избежать необходимости применения адиабатического приближения, был предложен в [51,52]. Суть его состоит в добавлении зависящей от времени фазы  $\phi(t)$  в уравнение (I.4), которое теперь принимает вид:

$$\dot{x} = ax - bx^3 + c \sin[\Omega t + \phi(t)] + \xi(t), \quad (I.9)$$

где  $\phi(t)$  - случайная функция, равномерно распределенная на промежутке  $[0, 2\pi]$  с плотностью  $(2\pi)^{-1}$ . Следуя методике, изложенной в [58] двумерная стационарная плотность вероятности  $W_{st}(x, \theta)$ , где  $\theta = \Omega t + \phi(t)$ , была получена из разложения непрерывных матричных дробей. Здесь интересны три специфических замечания:

- 1) асимптотическая автокорреляционная функция выходного параметра системы  $x(t)$  содержит незатухающие колебания (см. также [60])

$$F(\tau \rightarrow \infty) = \langle x \rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos(n\Omega\tau), \quad (I.10)$$

на частотах, кратных частоте модуляции. Это по теореме Винера-Хинчина означает, что спектр мощности системы должен содержать  $\delta$ -функции на соответствующих частотах [62];

- 2) коэффициенты  $\alpha_n$ , пронумерованные четными номерами, исчезают, так что последовательность  $\delta$ -функций ожидается только на нечетных гармониках.

3) Фазовый сдвиг между выходным и входным сигналом имеет немонотонную зависимость от интенсивности шума.

Наличие большого разнообразия исследований по данной теме позволяет сделать вывод о том, что стохастический резонанс - достаточно универсальный эффект, находящий свое проявление в самых различных областях - от метеорологии [48] и оптики [37], до электротехники [49] и изучения нервных процессов в живых организмах [55]. Рассмотрим теперь некоторые приложения данного явления для магнитных систем.

## I-2. Стохастический резонанс в магнитных системах.

Однодоменная ферро (ферри-) магнитная частица с легкоосной магнитной анизотропией представляет собой бистабильную систему, поэтому существует возможность реализации в ней эффекта стохастического резонанса. Внешним сигналом может служить какое-либо периодическое возмущение, например радиочастотное поле. В качестве случайных процессов в системе могут выступать хаотические скачки вектора магнитного момента такой частицы, обусловленные как термической активацией системы, так и возможными квантовыми туннельными переходами.

### I-2.1. Тепловые надбарьерные скачки намагниченности.

Впервые идея о рассмотрении стохастического резонанса в системах мелкодисперсных магнетиков была предложена в работах [35,36]. В [35] изучались мёсбауэровские спектры системы суперпарамагнитных частиц в режиме их модуляции радиочастотным полем. В пределе быстрых стохастических переходов (в режиме

коллпаса сверхтонкой структуры) при малых значениях амплитуды р.ч. поля сечение поглощения может быть выражено аналитически в приближении дискретных ориентаций [35]:

(I.11)

$$\sigma(\omega_\gamma) \sim \sum_{mM} \frac{1 - 2L_{mMmM}^2 I_1^2(A)}{\omega_s'^2 I_0^2(A)} \operatorname{Re}(1/p) + \frac{L_{mMmM}^2 I_1^2(A)}{\omega_s'^2 I_0^2(A)} \left[ \operatorname{Re} \left( \frac{1}{p} - i\omega_s' \right) \right],$$

$$\omega_s'^2 = \Omega^2 + \frac{2L_{mMmM}^2 I_1^2(A)}{I_0^2(A)}, \quad p = -i\omega_\gamma + \frac{\gamma'}{2}, \quad A = \frac{\mu_0 M H v}{kT},$$

$$L_{mMmM} = \langle mM | L(\theta = 0) | mM \rangle .$$

Здесь  $\Omega$ ,  $H$  - частота и амплитуда модулирующего поля,  $M, v$ - намагниченность и объем частицы,  $T$  - температура,  $I_n(A)$ - функции Бесселя. Первое слагаемое представляет собой одиночную линию, являющуюся результатом коллапса сверхтонкой структуры мёссбауэровского спектра. Два других описывают спутные линии, смещенные на  $\pm\omega_s'$  ( $\omega_s' \approx \Omega$ ) от одиночной. Данный результат имеет скорее качественный характер - он только показывает появление спутников и не дает возможности, например, исследовать зависимость интенсивности спутных линий от температуры. Наличие спутников в мёссбауэровских спектрах в определенном температурном диапазоне свидетельствует о возникновении периодических изменений сверхтонкой структуры.

В качестве еще одного возможного метода наблюдения динамики намагниченности малых частиц в условиях радиочастотной модуляции был предложен [47] ядерный магнитный резонанс. В данном случае используются два радиочастотных поля: модулирующее и пробное, приложенное перпендикулярно легкой оси. В рамках модели дискретных ориентаций и в пределе быстрой суперпарамагнитной релаксации сечение поглощения принимает вид (для спина  $I = 1/2$ ) [47]:

(I.12)

$$F(\omega) \sim \frac{1 - 2L^2(\omega')^{-2} I_1^2(A)}{I_0^2(A)} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{p} \right) + \frac{L^2(\omega')^{-2} I_1^2(A)}{I_0^2(A)} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{p - i\omega'} + \frac{1}{p + i\omega'} \right),$$

$$(\omega') = \omega^2 + \frac{2L^2 I_1^2(A)}{I_0^2(A)},$$

где  $p = -i\omega + \gamma'/2$  ( $\gamma'$ -ширина линии, имеющая в данном случае релаксационное происхождение),  $L = \langle mm' | L(\theta=0) | mm' \rangle$ . При увеличении скорости суперпарамагнитной релаксации ЯМР - спектр коллапсирует в одиночную линию. Внешнее переменное поле вызывает частичное упорядочение в динамики намагниченности и приводит к возникновению сателлитной линии, сдвинутой по шкале частот на расстояние, приблизительно равное частоте модуляции. Специфическая особенность такой сателлитной линии состоит в «резонансной» зависимости ее интенсивности от скорости суперпарамагнитной релаксации, что качественно согласуется с теорией стохастического резонанса.

В следующих работах на эту тему [45,46] была, в частности, вычислена мнимая часть продольной магнитной восприимчивости (по отношению к пробному радиочастотному полю), описывающая поглощение переменного поля, и было показано ее резкое возрастание при совпадении частот модулирующего и пробного полей:

$$\chi''(\omega) = \frac{vM^2\omega}{2kT} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-i\omega t) \langle x(t+\tau)x(t) \rangle_t = \frac{vM^2\omega}{2kT} S(\omega), \quad (I.13)$$

где спектральная плотность  $S(\omega) = 2[W_0/(W_0^2 + \omega^2)][1 - W_0^2 A^2 / 2(W_0 + \Omega^2)] + [\pi W_0^2 A^2 / (W_0^2 + \omega^2)] \delta(\omega - \Omega)$ . Здесь  $W_0 = \alpha_0 \exp(-Kv/kT)$  - скорость тепловых скачков вектора намагниченности. При выводе

данного соотношения для  $\chi''(\omega)$  была использована флуктуационно-диссипационная теорема для неравновесных систем [67], что вызвало некоторые критические замечания [68].

В [45,46] был также произведен учет влияния разброса частиц по размерам. В частности, показано, что такой разброс приводит к некоторому снижению величины эффекта стохастического резонанса и уширению «резонансной» кривой.

Перечисленные выше работы по стохастическому резонансу в мелкодисперсных магнитных системах используют приближение дискретных ориентаций (модель двух состояний) [69], заменяющее непрерывное изменение вектора магнитного момента частицы его скачками между двумя устойчивыми состояниями - ориентациями вдоль легкой оси. Такая аппроксимация позволяет перейти от уравнения Фоккера - Планка к довольно простому управляющему уравнению, которое позволяет получить решение аналитически. Ключевой величиной дискретной модели является скорость Крамерса  $W$  - скорость тепловых переходов вектора магнитного момента между двумя устойчивыми состояниями. Существует ряд работ [28,70-74], посвященных именно поиску наиболее адекватного выражения для скоростей суперпарамагнитной релаксации. Такая скорость определяется соотношением [74]:

$$W = \frac{kT\eta\lambda_1}{v} \left( \frac{1}{\gamma^2} + \eta^2 M^2 \right)^{-1}, \quad (I.14)$$

где  $\gamma$  - гиромагнитное отношение,  $M$  - намагниченность насыщения,  $v$  - объем частицы,  $\eta$  - коэффициент диссипации в уравнении Гильберта,  $\lambda_1$  - наименьшее отличное от нуля собственное значение оператора Фоккера - Планка. Зависимость  $\lambda_1$  от температуры вычислялась

численно в [70], однако простая приближенная формула бывает полезна, так как вычисление собственного значения - это обычно лишь одно из звеньев в цепи более сложных расчетов. Браун [28] строго получил простые приближенные выражения для этого собственного значения:

$$\lambda_1 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sigma^{3/2} e^{-\sigma}, \quad \text{при } \sigma = \frac{Kv}{kT} \gg 1, \\ \lambda_1 = 2 - \frac{4\sigma}{5} + \frac{96\sigma^2}{875}, \quad \text{при } \sigma = \frac{Kv}{kT} \ll 1 \quad (I.15)$$

Оба эти соотношения были впоследствии записаны с большей точностью [70]. Были предприняты попытки получить единое приближенное выражение, чтобы избежать неудобств, связанных с использованием двух формул в различных температурных диапазонах. Одна из таких аппроксимаций была предложена в [71, 72]:

$$\lambda_1 = 2 \left( 1 + \frac{\sigma}{4} \right)^{5/2} e^{-\sigma} \quad (I.16)$$

Указав, что при  $\sigma \gg 1$  ее асимптотическое значение отличается от результата, выведенного Брауном, автор работы [73] предложил иную форму записи  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 = 2 \left( \frac{2 + \frac{9\sigma}{5} + \left( \frac{4}{\pi} \right)^{1/3} \sigma^2}{2 + \sigma} \right)^{3/2} e^{-\sigma}, \quad (I.17)$$

которая имела правильное асимптотическое значение при  $\sigma \gg 1$  и согласовалась с результатами разложения для  $\sigma \ll 1$ . Пользуясь вариационным принципом, авторы [74] получили еще более точную формулу:

$$\lambda_1 = \left( \frac{2\sigma\sqrt{\sigma/\pi}}{\sigma+1} + 2^{-\sigma} \right) \frac{2\sigma}{e^{-\sigma} - 1} \quad (I.18)$$

Тем не менее, получить достаточно точное приближение для  $\lambda_1$  в случае наличия внешнего возмущения все еще остается сложной задачей.

### I-2.2. Динамика, определяемая туннельными переходами.

Явление стохастического резонанса рассматривалось также и в квантовых системах. Так, например, в [75] изучались подбарьерные (туннельные) переходы системы из одного устойчивого состояния в другое. Исследуемый эффект авторы [75] назвали квантовым стохастическим резонансом, так как отношение сигнал/шум и в этом случае представляет собой характерную колоколообразную зависимость от интенсивности шума. Существенной особенностью ситуации в [75] является требование асимметрии немодулированного потенциала: в противном случае сигнал стохастического резонанса будет подавлен вследствие равенства скоростей выхода из того и другого минимума. В качестве шума, как и в классическом случае [45], используется влияние температуры. При низких температурах ( $kT \ll \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  - энергия асимметрии бистабильного потенциала, разность между высоким и низким минимумами) такая система локализована в состоянии с более

низким минимумом, туннельные переходы в состояние с более высоким минимумом невозможны и сигнал отсутствует. Когда  $kT \sim \varepsilon_0$ , заселенность в верхнем минимуме в наибольшей степени зависит от температуры, сигнал максимален. При высоких температурах  $kT \gg \varepsilon_0$  относительные заселенности двух состояний почти равны, и сигнал опять спадает. Данный механизм во многом аналогичен классическому рассмотрению стохастического резонанса в малых магнитных частицах [35,45-47], так как шум и здесь имеет тепловую природу, пространственная конфигурация устойчивых положений системы не изменяется с ростом интенсивности шума.

Применительно к малым магнитным частицам, подбарьерные переходы вектора магнитного момента, возникающие вследствие явления макроскопического квантового туннелирования, открывают возможность качественно нового механизма реализации стохастического резонанса в таких системах.

Началом экспериментального изучения макроскопического квантового туннелирования является наблюдение квантового туннелирования магнитного потока в сверхпроводниках [76,77]. Это наблюдение было проведено на основе теоретического предсказания [78] о том, что при малом диссипативном взаимодействии с окружающей средой макроскопический объект может туннелировать сквозь малый потенциальный барьер со скоростью туннелирования, достаточной для возможности экспериментального наблюдения. Затем теоретически было показано, что макроскопическое квантовое туннелирование может проявляться в магнитных системах на примере туннелирования вектора намагниченности  $M$  из метастабильных состояний различных конфигураций [33]. Такой процесс происходит со скоростью  $W = w_0 \exp(-B)$ , где  $B$  - показатель Венцеля-Крамерса-Бриллюэна,  $w_0$ -частота попыток, имеющая обычно величину порядка

частоты ферромагнитного резонанса  $w_0 \sim 10^9 - 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Скорость тепловых переходов определяется фактором Больцмана  $W_{T \sim w_0} \exp(-U_0/kT)$ , где  $U_0$  - высота потенциального барьера, и температуру кроссовера, ниже которой преобладают квантовые подбарьерные переходы, определяют обычно из условия  $kT_c \sim U/V$  [79]. Было показано, что с точностью до числового множителя порядка единицы,  $kT_c$  для различных механизмов туннелирования (однородное вращение  $M$  малых частиц [33], квантовое образование магнитных пузырьков [80,81], туннелирование доменных стенок [79,82]) представляет собой величину порядка  $\mu_0 \mu_B H_a$ . Это соответствует температурному диапазону  $T \sim 0.1 - 10 \text{ К}$  для типичных значений поля анизотропии  $H_a$ .

При вычислении скорости туннелирования вектора магнитного момента однодоменных частиц использовался, например, инстантонный метод, основанный на поиске минимального действия вдоль траектории движения магнитного момента в мнимом времени. Соответствующие расчеты показывают, что для малых частиц с анизотропией типа «легкая ось» при наличии внешнего постоянного поля  $H$ , перпендикулярного легкой оси такая скорость выхода (при  $H$  близком к значению поля анизотропии  $H_a$ ) определяется выражением [33]:

$$W \propto \exp \left[ - \frac{4Mv}{h\gamma} \left( 1 - \frac{H}{H_a} \right)^{3/2} \right]. \quad (I.19)$$

В другом предельном случае, при  $H \rightarrow 0$  проекция вектора магнитного момента на легкую ось коммутирует с гамильтонианом (т.е. является сохраняющимся квантовым числом), поэтому скорость туннелирования стремится к нулю:

$$W \propto \left( \frac{H}{H_a} \right)^{2Mv/\eta\gamma} \rightarrow 0 \quad (I.20)$$

Кроме инстантонного метода, были предложены и другие подходы в вычислении скорости туннелирования магнитного момента из метастабильного состояния. Так Заславским был разработан метод эффективного потенциала [25,26], основанный на совпадении энергетического спектра системы, описываемой приведенным гамильтонианом вида

$$H = \frac{ES^2}{Kv} = -S_z^2 - BS_x - CS_z \quad (I.21)$$

с  $2S+1$  низколежащими уровнями энергии частицы движущейся в потенциале [24]:

$$\begin{aligned} U(x) &= \frac{B^2}{4} \left( \sinh x - \frac{C}{B} \right) - B \left( S + \frac{1}{2} \right) \cosh x \cong \\ &\cong U(x_0) + \alpha(x - x_0)^2 - \beta(x - x_0)^3 + \dots \end{aligned} \quad (I.22)$$

Здесь  $S$  - полный спин системы,  $B = 2HMv/(\gamma\hbar H_a)$ ,  $C = 2H_1Mv/(\gamma\hbar H_a)$ ,  $H_1$  - постоянное магнитное поле, приложенное вдоль легкой оси. Данный метод имеет то преимущество, что сводит двумерную задачу (I.21) к одномерному эффективному потенциалу (I.22) и позволяет определить предэкспоненциальный множитель с большей точностью. Вычисление действия в одномерном случае представляет собой значительно более

легкую задачу. Соответствующие вычисления приводят к следующему виду для скорости туннелирования магнитного момента [24]:

$$W = \frac{8\alpha^{7/4}}{\beta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{8}{15} \cdot \frac{\alpha^{5/2}}{\beta^2}\right), \quad (I.23)$$

В частности, в [23] были получены выражения для скорости туннелирования магнитного момента при конечных температурах, а в [25] была вычислена величина энергетического расщепления для вырожденного случая симметричного потенциала. Однако, в случае модулированной системы данный метод требует громоздких вычислений, связанных с поиском экстремумов для разложения (I.22) в кубическую параболу, и поэтому окончательный аналитический результат (действие и скорость туннелирования) получается в результате ряда дополнительных приближений и ограничений для высоты потенциального барьера.

Одним из экспериментальных методов изучения макроскопического квантового туннелирования является измерение температурной зависимости магнитной релаксации после резкого изменения приложенного магнитного поля. Эта методика, основанная на явлении «магнитного последствия», широко используется в настоящее время для определения распределения частиц по размерам, распределения по энергии потенциального барьера, для анализа процессов переманничивания [83]. В подобных экспериментах скорость процессов релаксации, определяемых термической активацией, должна снижаться при уменьшении температуры. Независимость этой скорости от температуры в диапазоне ниже некоторой определенной температуры свидетельствует о наличии процессов квантового туннелирования.

Существуют экспериментальные подтверждения возможности туннелирования магнитного момента в малых магнитных частицах [84,85]. В [79] представлены результаты релаксационных измерений, объясняемые фактом туннелирования доменной стенки в малых ферромагнитных частицах. В [83] на примере экспериментального изучения процессов релаксации в различных феррожидкостях, содержащих малые частицы  $\text{FeS}$ ,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ , показывается, что магнитная вязкость при снижении температуры не уменьшается а выходит на отчетливое плато, т.е. обнаруживает область, в которой зависимость от температуры пропадает. Указанные экспериментальные результаты и теоретические разработки [23-25, 86-90] и вызвали интерес к исследованию стохастического резонанса в системе малых магнитных частиц, где возможно проявление квантовых эффектов.

Использовать квантовые флуктуации намагниченности для реализации стохастического резонанса в малых магнитных частицах впервые предложили Григоренко и др. [36]. Согласно формуле Крамерса [45] при  $\Gamma \rightarrow 0$  термическая активация метастабильного состояния должна спадать и время жизни системы в одном из устойчивых состояний должно стремиться к бесконечности. В этих условиях становится существенной роль квантовых флуктуаций, и динамику бистабильной системы естественно трактовать уже не как переброску вектора магнитного момента через энергетический барьер, а как его квантовое прохождение сквозь барьер. Однако некоторые идеи и модели, представленные в [36], на наш взгляд, нуждаются в дальнейшем развитии и конкретизации. В частности, необходимо учесть невозможность туннелирования системы из более низкого минимума в более высокий при абсолютном нуле температур. Для более полного рассмотрения темы следует также исследовать случай отличных от нуля температур.

## ГЛАВА II.

### СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В СИСТЕМЕ СУПЕРПАРАМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ

Данная глава посвящена исследованию явления стохастического резонанса в системе малых магнитных частиц с анизотропией типа «легкая ось». В рамках модели дискретных ориентаций и квазиadiaбатического приближения получены выражения, определяющие отношение сигнал/шум и динамическую магнитную восприимчивость системы суперпарамагнитных частиц. В качестве механизма реализации стохастического резонанса рассмотрен надбарьерный процесс перемагничивания одноосных частиц, определяемый тепловыми переходами вектора магнитного момента частицы между двумя направлениями легкой оси. Интенсивности таких переходов зависят от степени термической активации системы. Магнитная восприимчивость системы вычислена также на основе теории линейного отклика. Характерные немонотонные кривые зависимости характеристик стохастического резонанса от интенсивности шума (температуры) дают возможность определить оптимальный диапазон изменения внутренних и внешних параметров системы, в котором достигается максимальная корреляция динамики системы и внешнего сигнала. Рассмотрен вопрос об усилении слабого радиочастотного поля в системе суперпарамагнитных частиц. Показана эффективность такого явления для ядерно - физических методов исследования.

#### II-1. Одноосная суперпарамагнитная частица как бистабильная система.

Суперпарамагнитное поведение вектора магнитного момента малых частиц определяет специфику особенностей их физических свойств [91-97]. Одноосные частицы представляют собой пример бистабильных элементов, так что справедливо ожидать реализацию явления стохастического резонанса в таких системах, которое в данном случае приобретает конкретный физический смысл.

Нас интересует динамика магнитного момента суперпарамагнитной частицы в зависимости от внешних параметров: температуры, частоты и амплитуды переменного (например, радиочастотного) поля. Сопоставим по аналогии с [45] входному сигналу и шуму соответственно радиочастотное поле и температуру образца, а на выходе системы будем рассматривать изменение ее магнитного момента. Здесь, следуя [35,45-47], используется модель дискретных ориентаций [69], подразумевающая, что вектор магнитного момента суперпарамагнитной частицы может находиться лишь в двух состояниях (вдоль одного из направлений легкой оси), соответствующих минимумам двухъямного потенциала. Магнитная энергия одноосной частицы в данном случае имеет вид:

$$E(\theta, t) = V(\theta, t)v = -K v \cos^2 \theta - \mu_0 M H v \cos \theta \cos(\Omega t), \quad (\text{II.1})$$

где первое слагаемое описывает взаимодействие магнитного момента суперпарамагнитной частицы с полем анизотропии, второе - с внешним переменным полем;  $\theta$ - угол между вектором намагниченности и легкой осью.

Рис.1. Бистабильный потенциал в условиях периодической модуляции.

Модель дискретных ориентаций предполагает выполнение условия высокого потенциального барьера  $Kv/kT \gg 1$ . Тем самым, непрерывная

диффузия магнитного момента суперпарамагнитной частицы по сфере заменяется его беспорядочными скачками между двумя направлениями. Преимущество модели двух состояний состоит в том, что это приближение позволяет перейти от громоздкого уравнения Фоккера-Планка, описывающего модулированную стохастическую динамику вектора магнитного момента к значительно более простому управляющему уравнению для скоростей переходов, решение которого может быть выражено аналитически. Данное управляющее уравнение имеет вид [50]:

$$\frac{dn_+}{dt} = -\frac{dn_-}{dt} = W_-(t)n_- - W_+(t)n_+ = W_-(t) - [W_-(t) + W_+(t)]n_+, \quad (\text{II.2})$$

Здесь  $n_{\pm}$  - вероятность того, что дискретная динамическая переменная  $x = M \cos \theta$  примет значение  $x_{\pm} = \pm M$ .  $W_{\pm}(t)$  - скорость выхода из  $\pm$  состояния. Функция распределения записывается в виде:

$$p(x, t) = n_+(t)\delta(x - x_+) + n_-(t)\delta(x - x_-). \quad (\text{II.3})$$

Удобно считать, что потенциал симметричен относительно  $x=0$ , так что  $x_+ = -x_- = M$ . Таким образом, отклонение для немодулированной бистабильной системы в ее устойчивом состоянии ( $n_+ = n_- = 1/2$ ):

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = x_+^2 n_+ + x_-^2 n_- = M^2. \quad (\text{II.4})$$

Решение дифференциального уравнения (II.2) есть:

$$n_+(t) = g^{-1}(t) \left[ n_+(t_0)g(t_0) + \int_{t_0}^t W_-(t')g(t')dt' \right],$$

$$g(t) = \exp \left[ \int_{t_0}^t (W_+(t') + W_-(t'))dt' \right]. \quad (II.5)$$

Вид  $W_{\pm}(t)$  определяется формулой типа Крамерса [28,45,46], которая получена в предположении, что внешнее поле изменяется по закону  $H(t) = H \cos \Omega t$  (начальная фаза модуляции равна нулю):

$$W_{\pm}(t) = \alpha_0 \exp \left( -\frac{vK}{kT} \mu \mu_0 \frac{MHv}{kT} \cos \Omega t \right),$$

$$\alpha_0 = 2\eta\gamma^2 K \left[ \sqrt{2\pi} (1 + \eta^2 \gamma^2 M^2) \right]^{-1} \quad (II.6)$$

Здесь  $\gamma$  - гиромагнитное отношение,  $\eta$  - параметр диссипации из уравнения Гильберта [28]. Нужно отметить, что выражение для скорости переходов действительно только в адиабатическом пределе, т.е. когда частота внешнего сигнала много меньше величины  $\tau_r^{-1}$ . Здесь  $\tau_r$  - время локальной релаксации вектора магнитного момента суперпарамагнитной частицы к одному из направлений легкой оси. Таким образом, условие квазиадиабатичности можно (по аналогии с [50]) записать в виде  $\Omega \ll 2K\gamma^2\eta/(1+\gamma^2\eta^2M^2)$ . Использование более точных выражений для  $W$  (I.16) - (I.18) несколько усложнило бы расчеты, хотя и не привело бы к существенному уточнению результатов. Это объясняется тем, что в модели дискретных ориентаций требование высокого потенциального барьера  $Kv/kT \gg 1$  позволяет использовать лишь диапазон невысоких температур, где выражение (II.6) является достаточно хорошим приближением.

## II-2. Автокорреляционная функция и спектральная плотность.

При рассмотрении явления стохастического резонанса обычно предполагается малость эффекта внешней модуляции по отношению к высоте потенциального барьера ( $\mu_0 M H \ll K$ ). Именно такая ситуация представляет интерес, так как слабый периодический сигнал в отсутствие шума не вызывает переходов системы из одного состояния в другое. Разлагая  $W_{\pm}(t)$  в ряд по малому параметру  $(\mu_0 M H v / kT) \cos \Omega t$ ,

$$W_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left( W_0 \pm W_1 A \cos \Omega t + W_2 A^2 \cos^2 \Omega t \pm K \right), \quad (II.7)$$

$$W_+(t) + W_-(t) = W_0 + W_2 A^2 \cos^2 \Omega t + K,$$

где

$$W_0 = W_1 = 2\alpha_0 \exp\left(-\frac{Kv}{kT}\right), \quad A = \mu_0 \frac{M H v}{kT}. \quad (II.8)$$

и интегрируя (II.5), получим:

$$n_+(t | x_0, t_0) = \frac{1}{2} \left[ \exp(-W_0(t-t_0)) \left( 2\delta_{x_0 M} - 1 - A \frac{W_1 \cos(\Omega t_0 - \phi)}{\sqrt{W_0^2 + \Omega^2}} \right) + \right. \\ \left. + 1 + \frac{A W_1 \cos(\Omega t - \phi)}{\sqrt{W_0^2 + \Omega^2}} \right], \quad (II.9)$$

где  $\phi = \arctg(\Omega/W_0)$ . Символ Кронекера  $\delta_{x_0 M}$  равен 1, если начальная ориентация вектора намагниченности была  $+M$  и 0, если при  $t=t_0$   $x=-M$ . Здесь  $n_+(t|x_0, t_0)$  - условная вероятность того, что  $x(t)$  примет значение  $+M$

в момент времени  $t$ , при условии, что в момент времени  $t_0$  состояние было  $M_0$  ( $+M$  или  $-M$ ). Сохранение высоких степеней  $A \cos \Omega t$  приводит к более высоким гармоникам в (II.9) и, следовательно, к появлению более высоких гармоник в спектре мощности. Из (II.9) может быть получена любая желаемая статистическая информация. Особый интерес представляет автокорреляционная функция

$$\begin{aligned} \langle x(t)x(t+\tau)|x_0, t_0 \rangle = & +M^2 n_+(t+\tau|M, t) n_+(t|x_0, t_0) - \\ & -M^2 n_+(t+\tau|-M, t) n_-(t|x_0, t_0) -M^2 n_-(t+\tau|M, t) n_+(t|x_0, t_0) + \\ & +M^2 n_-(t+\tau|-M, t) n_-(t|x_0, t_0) = M^2 \left\{ \left[ 2n_+(t+\tau|M, t) - 1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2n_+(t+\tau|-M, t) - 1 \right] n_+(t|x_0, t_0) - \left[ 2n_+(t+\tau|-M, t) - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (II.10)$$

Выражение  $+M^2 n_+(t+\tau|-M, t) n_-(t|x_0, t_0)$ , например, описывает такую ситуацию: в момент времени  $t_0$  ориентация вектора  $\mathbf{M}$  была  $M_0$ ; в момент времени  $t$ :  $x=-M$ , в  $t+\tau$ :  $x=+M$ . В пределе  $t_0 \rightarrow -\infty$  выражение для автокорреляционной функции упрощается:

$$\begin{aligned} \langle x(t)x(t+\tau) \rangle = \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \langle x(t)x(t+\tau)|x_0, t_0 \rangle = \\ = M^2 \exp(-W_0|\tau|) \left[ 1 - \frac{W_1^2 A^2 \cos(\Omega t - \phi)}{W_0^2 + \Omega^2} \right] + \\ + \frac{M^2 W_1^2 A^2 \{ \cos \Omega \tau + \cos [\Omega(2t + \tau) + 2\phi] \}}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \end{aligned} \quad (II.11)$$

Существенным моментом здесь является то, что данная функция содержит незатухающие осцилляции на частоте модуляции.

Спектральная плотность, являющаяся Фурье-преобразованием автокорреляционной функции, есть функция и от  $t$  и от  $\Omega$ . В эксперименте  $t$  представляет собой время, в которое начинается

регистрация данных. Обычно берут ансамбль временных серий при  $t_1, t_2, \dots$ , вычисляют спектр мощности для каждого, затем берут среднее. Если условия эксперимента не предполагают синхронизацию фаз ( $\Omega t_1 - \phi$ ), ( $\Omega t_2 - \phi$ ), ..., то значения  $t$  должны рассматриваться как случайная переменная, равномерно распределенная в пределах от 0 до  $2\pi/\Omega$ . Усредним спектральную плотность по  $t$ :

$$\begin{aligned} \langle S(\omega) \rangle_t &= \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} S(\Omega, t) dt, \\ \langle \langle x(t)x(t+\tau) \rangle \rangle_t &= \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} \langle x(t)x(t+\tau) \rangle dt = \\ &= M^2 \exp(-W_0|\tau|) \left[ 1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \right] + \frac{M^2 W_1^2 A^2 \cos \Omega \tau}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \end{aligned} \quad (II.12)$$

Окончательно, получим:

$$\begin{aligned} \langle S(\omega) \rangle_t &= \int \langle \langle x(t)x(t+\tau) \rangle \rangle_t \exp(-i\omega\tau) d\tau = \\ &= \left[ 1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \right] \left[ \frac{2M^2 W_0}{W_0^2 + \omega^2} \right] + \frac{\pi M^2 W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} [\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)]. \end{aligned} \quad (II.13)$$

Далее, через  $S(\omega)$  будем обозначать односторонний усредненный по времени спектр, т.е. будем полагать, что  $S(\omega)$  определена только для положительных  $\omega$ , имеющих физический смысл. Как и следовало ожидать, спектральная плотность состоит из двух частей: контура Лоренца, соответствующего хаотическому тепловому изменению ориентации намагниченности и  $\delta$ -пика, описывающего регулярное движение вектора  $\mathbf{M}$  на частоте внешнего сигнала  $\Omega$  (рис. 2).

II-3. Отношение сигнала к шуму, динамическая восприимчивость системы.

Отношение сигнала к шуму определяется как отношение второго слагаемого к первому в выражении (II.13), взятое на единичном интервале частот вблизи частоты модуляции  $\Omega$ . Так как мощность сигнала обычно мала по сравнению с общей мощностью системы, то отношение сигнал/шум записывают часто в виде (см. II.8) [50]:

(II.14)

$$\text{SNR} = \frac{\pi M^2 W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \left[ \frac{W_0^2 + \Omega^2}{2M^2 W_0} \right] \left[ 1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \right]^{-1} \cong \frac{\pi A^2 W_1^2}{4W_0} = \frac{\pi A^2 W_0}{4} .$$

Температурная зависимость SNR представлена на рис.3.

Выходную мощность системы можно найти интегрированием (II.13) по  $\omega$  от 0 до  $\infty$  [98]:

$$P_{\text{tot}} = P_n + P_s = \left( 1 - \frac{W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \right) \pi M^2 + \frac{\pi M^2 W_1^2 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} . \quad (\text{II.15})$$

Здесь первое слагаемое описывает мощность выходного шума, второе - мощность выходного сигнала системы. Очевидно, что шум системы уменьшается на величину

Рис.2. Спектральная плотность стохастической модулированной системы.

сигнала - происходит трансформация энергии хаотического движения в энергию согласованного. На рис.4 представлена приведенная мощность выходного шума модулированной системы

$$P_{nm} / P_n = 1 - W_1^2 A^2 / (2(W_0^2 + \Omega^2)) \quad (\text{II.16})$$

(отношение мощности выходного шума модулированной системы к мощности шума немодулированной системы) как функция температуры для нескольких  $\Omega$ . Рис. 5 показывает температурную зависимость этой же величины при различных амплитудах внешнего поля, давая наглядную картину подавления шума в системе в определенном температурном диапазоне.

В реальной системе, состоящей из большого числа суперпарамагнитных частиц, всегда имеется некоторый разброс частиц по размерам, что приводит к некоторому снижению эффекта. Для случая нормального распределения по объемам железных частиц, характеризуемого функцией Гаусса

$$f(v) = \frac{1}{\Delta v \sqrt{2\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{v - v_0}{\Delta v \sqrt{2}} \right)^2 \right], \quad \Delta v = v_0 D, \quad (\text{II.17})$$

результат усреднения приведенной выходной мощности модулированной системы представлен [98] на рисунке 6.

Выражение (II.14) достаточно наглядно описывает эффект стохастического резонанса, определяя долю регулярного движения в системе. Однако, SNR, все же, не отражает полной картины явления, т.к. не содержит информации о фазе выходного сигнала. Существует также несколько иной подход в изучении стохастического

Рис.3. Зависимость отношения сигнал/шум от приведенной температуры  $S=kT/Kv$ , ( $K, v$  постоянны).

$K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $v=10^{-24}$  м,  $\Omega=10^5$  с<sup>-1</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H=10^3$  А/м.

резонанса - рассмотрение явления с точки зрения усиления сигнала по амплитуде [62]. Следуя такому способу описания, необходимо найти связь между фазами входного и выходного сигналов, так как в общем случае вектор намагниченности не изменяется синфазно с внешним полем. Естественным, поэтому, будет принять в качестве параметра,

характеризующего степень усиления по амплитуде, вещественную часть магнитной восприимчивости. Задача, следовательно, состоит в том, чтобы из регулярной части (на частоте  $\Omega$ ) движения вектора  $\mathbf{M}$  выделить компоненту, синфазно меняющуюся с  $H(t)$ . Вводя комплексную восприимчивость  $\chi = \text{Re}\chi - i\text{Im}\chi$ , и, полагая для простоты начальную фазу модулирующего сигнала равной 0 (т.е. считаем, что внешнее поле изменяется по закону  $H(t) = H_0 \exp(i\Omega t)$ ), получим выражение для намагниченности:

$$M(t) = H \left( \text{Re}\chi \cos\Omega t + \text{Im}\chi \sin\Omega t \right) . \quad (\text{II.18})$$

Асимптотическое среднее, зависящее от времени, значение  $x(t)$  получается из (II.9) при  $t \rightarrow -\infty$ :

$$\langle x(t) \rangle = \frac{MA W_1 \cos(\Omega t - \phi)}{(W_0^2 + \Omega^2)^{1/2}} = \frac{MA W_1 \cos\Omega t \cos\phi}{(W_0^2 + \Omega^2)^{1/2}} + \frac{MA W_1 \sin\Omega t \sin\phi}{(W_0^2 + \Omega^2)^{1/2}} .$$

Напомним, что  $x = M \cos\theta$  - проекция вектора намагниченности на легкую ось. Легко видеть, что реальная часть восприимчивости (соответствующая компоненте  $\mathbf{M}$ , синфазно меняющейся с внешним полем) и мнимая часть (описывающая компоненту намагниченности, отстающей от  $H(t)$  по фазе на  $\pi/2$ ) определяются соотношениями [99]:

Рис.4. Отношение мощности выходного шума модулированной р.ч. полем системы к мощности шума немодулированной железной суперпарамагнитной частицы (П.16).  $\Omega_1=10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_2=10^6 \text{ с}^{-1}$ ,  $H=10^3 \text{ А/м}$ .

Рис.5. Отношение мощности выходного шума модулированной р.ч. полем системы к мощности шума немодулированной железной суперпарамагнитной частицы (П.16).  $\Omega=10^6 \text{ с}^{-1}$ .  
 $H_1=5 \cdot 10^2 \text{ А/м}$ ,  $H_2=10^3 \text{ А/м}$ .

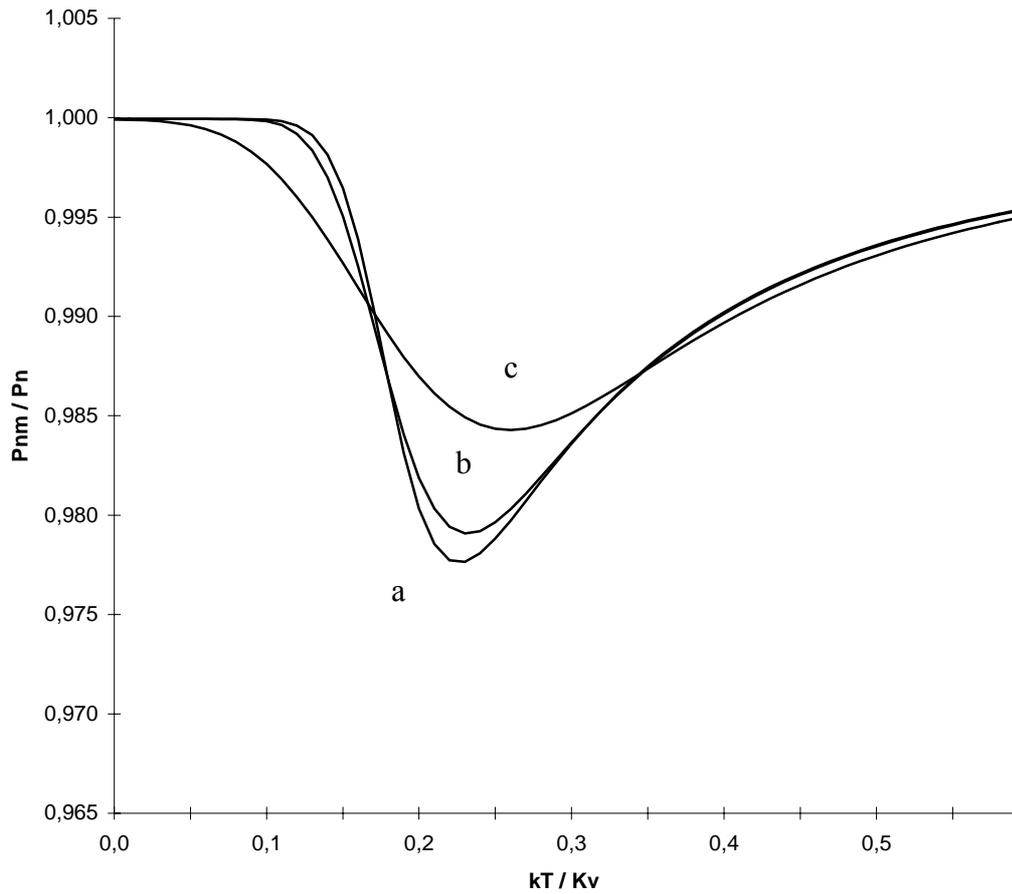


Рис.6. Усредненное для нормального распределения железных суперпарамагнитных частиц по размерам отношение мощностей выходного шума  $P_n/P$  ( $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v_0 = 10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $H=10^3$  А/м,  $\Omega=10^6$  с<sup>-1</sup>) при различных значениях параметра  $D=\Delta v/v_0$ .

a)  $D=0.01$ ,    b)  $D=0.1$ ,    c)  $D=0.3$ .

$$\text{Re}\chi = \frac{MAW_1 \cos\phi}{H(W_0^2 + \Omega^2)^{1/2}} = \frac{MAW_1 W_0}{H(W_0^2 + \Omega^2)}, \quad (\text{II.20})$$

$$\text{Im}\chi = \frac{MAW_1 \sin\phi}{H(W_0^2 + \Omega^2)^{1/2}} = \frac{MAW_1 \Omega}{H(W_0^2 + \Omega^2)}. \quad (\text{II.21})$$

Полученные результаты находятся в полном соответствии с теорией линейного отклика [100-102]. Действительно, флуктуационно - диссипационная теорема устанавливает следующую связь между мнимой частью магнитной восприимчивости и спектральной плотностью системы  $S^{(0)}$ , вычисленной в отсутствие внешнего сигнала:

$$\text{Im}\chi(\Omega) = \frac{\mu_0 v \Omega}{2kT} S^{(0)}(\Omega) = \frac{\mu_0 v M^2 \Omega W_0}{kT(W_0^2 + \Omega^2)} = \frac{MA \Omega W_0}{H(W_0^2 + \Omega^2)}, \quad (\text{II.22})$$

так как  $W_0 = W_1$  (см. (II.8)) и из (II.13) при  $H = 0$

$$S(\omega = \Omega) = S^{(0)}(\Omega) = \frac{2M^2 W_0}{(W_0^2 + \Omega^2)}.$$

Для нахождения вещественной части восприимчивости используем соотношение Крамерса - Кронига [103] ( $\text{Re}\chi(\infty) \rightarrow 0$ ):

$$\text{Re}\chi(\Omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}\chi(x) dx}{x - \Omega} = \frac{MAW_0^2}{H(W_0^2 + \Omega^2)}. \quad (\text{II.23})$$

v.p.

Если мы рассматриваем систему, состоящую из большого числа суперпарамагнитных частиц, то последствия хаотического расположения легких осей нетрудно учесть. Для этого, например, выражения (II.20) и (II.21) следует дополнить множителем:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos\alpha d\alpha = \frac{2}{\pi} \quad (II.24)$$

При этом пренебрегаем перпендикулярными (по отношению к легкой оси) компонентами радиочастотного поля, поскольку эти компоненты не возбуждают стохастический резонанс. Их роль в области высоких частот (ферромагнитного резонанса) для суперпарамагнитных частиц рассмотрена в работе [34].

На рис.7 изображены абсолютная величина, вещественная и мнимая части восприимчивости как функции от  $\Omega$  при фиксированной температуре. Рис. 8 отражает характерные для эффекта стохастического резонанса колоколообразные зависимости  $|\chi|=|\chi(T)|$ ,  $\text{Re}\chi=\text{Re}\chi(T)$ ,  $\text{Im}\chi=\text{Im}\chi(T)$  (частота модуляции фиксирована). Из рисунков хорошо видно, что синфазность максимальна при выборе низких частот внешнего переменного поля и при высоких температурах.

#### II-4. Возможность усиления переменного сверхтонкого поля.

Специфическая зависимость восприимчивости ансамбля суперпарамагнитных частиц от  $T$  позволяет говорить о возможности усиления слабых переменных магнитных полей при соответствующем температурном режиме. Учитывая то, что для однодоменных железных частиц  $\alpha \approx 0.1-1$ ,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\alpha_0 \approx 10^{10}$  с<sup>-1</sup>, получим значения восприимчивости (максимальные):  $\text{Re}\chi \approx 7 \cdot 10^2$  (при  $\Omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>). Однако, так восприимчивость определяется на единичный объем суперпарамагнитной частицы. Реальный суперпарамагнитный образец представляет собой немагнитную матрицу с внедренными в нее однодоменными ферро(ферри-) магнитными частицами. Для того, чтобы

считать отдельно взятую суперпарамагнитную частицу независимой от других, необходима их достаточно малая концентрация.

Оценим условное критическое расстояние  $R$  между частицами, при котором воздействием соседей можно пренебречь. Для этого нужно потребовать выполнения следующего условия: необходимо, чтобы поле, создаваемое магнитным моментом ближайшей суперпарамагнитной частицы было меньше внешнего, т.е.  $H_{near} \ll H$ .  $R$  можно найти из соотношения :

$$\frac{\mu_0 vM}{4\pi R^3} \ll \mu_0 H \quad \text{или} \quad R \gg \sqrt[3]{\frac{vM}{4\pi H}} \quad (II.25)$$

Линейные размеры  $d$  однодоменных ферромагнитных суперпарамагнитных частиц обычно составляют приблизительно 3-12 нм, т.е. объем частиц имеет величину порядка  $10^{-26} - 10^{-24} \text{ м}^3$ . Из (II.25) видно, что для диапазона амплитуд  $\mu_0 H \approx 10^{-3} - 10^{-2} \text{ Тл}$  (нас интересуют поля, энергия магнитного момента суперпарамагнитной частицы в которых меньше высоты потенциального барьера, обусловленного магнитной анизотропией) достаточно принять  $R \approx 50d - 100d$ . Следовательно, при использовании полученных результатов для реальных объектов, необходимо соответствующие выражения дополнить "разбавляющим" коэффициентом, равным отношению суммарного объема суперпарамагнитных частиц к полному объему образца, т.е.  $d^3/R^3$ . Таким образом, восприимчивость реального суперпарамагнитного материала определяется следующими соотношениями:

Рис.7. Зависимость динамической магнитной восприимчивости железной суперпарамагнитной частицы ( $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $v = 10^{-24}$  м,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м) от частоты модуляции при  $T = 400$  К.

Рис.8. Зависимость динамической магнитной восприимчивости железной суперпарамагнитной частицы от приведенной температуры  $S = kT/Kv$ , ( $K, v$  постоянны).  $\Omega = 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $K = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3$ ,  $v = 10^{-24} \text{ м}$ ,  $M = 1.72 \cdot 10^6 \text{ А/м}$ .

$$\text{Re}\chi = \frac{vMA(T)W_0^2(T)}{R^3 H(W_0^2(T) + \Omega^2)}, \quad \text{Im}\chi = \frac{vMA(T)W_0(T)\Omega}{R^3 H(W_0^2(T) + \Omega^2)}. \quad (\text{II.26})$$

Введение "разбавляющего" множителя приводит к уменьшению восприимчивости на 5 - 6 порядков, т.е. в рассматриваемом примере максимальное  $\text{Re}\chi$  уменьшается до значений  $10^{-3}$  -  $10^{-4}$ . Материалы, имеющие подобные величины  $\text{Re}\chi$  относят к классу парамагнитных. Коэффициент усиления  $K = 1 + \text{Re}(\chi(\Omega))$  - отношение внутреннего магнитного поля, индуцируемого в среде под влиянием внешнего поля, к амплитуде этого поля, в этом случае не на много отличается от единицы. Таким образом, эффект усиления поля системой суперпарамагнитных частиц в макроскопическом смысле (например, в качестве сердечника катушки) пренебрежимо мал.

Если же усилителем переменного поля считать лишь одну суперпарамагнитную частицу, то необходимость учета вышеуказанного множителя отпадает и коэффициент усиления внешнего переменного поля может превышать единицу на несколько порядков. Это реализуется в случае, когда детектором усиливаемого поля будет какой-либо микроскопический объект, находящийся в непосредственной близости от такой частицы или внутри нее. При этом влиянием остальных однодоменных частиц образца можно пренебречь. Такая ситуация возникает в случае ядерных методов исследований (ЯМР, мёссбауэровская спектроскопия). Здесь микроскопическим зондом поля может являться, например, мёссбауэровское ядро, точнее его магнитный момент [104]. В данном случае мы измеряем поле, индуцируемое на ядре переменной компонентой магнитного момента одного иона. Исходя из выражений для энергии сверхтонкого взаимодействия на частоте модуляции  $\Omega$  и для магнитного момента, приходящегося на один ион

$$A_0 \langle S \rangle^{(1)} I = g_n \mu_n I \mu_0 H_N, \quad g_e \mu_B \langle S \rangle^{(1)} = \Delta M^{(1)} v_0 = H v_0 |\chi|, \quad (\text{II.27})$$

( $A_0$  - константа сверхтонкого взаимодействия,  $v_0$  - объем одного магнитного иона,  $H_N$  - амплитуда поля, индуцируемого на ядре), коэффициент усиления может быть определен следующим образом [104,99]:

$$K_{yc} = \frac{H_N}{H} = \frac{A_0 v_0}{\mu_0 g_e g_n \mu_B \mu_n} |\chi| . \quad (II.28)$$

Как показывают численные оценки, для частицы железа  $Fe^{57}$  коэффициент при  $|\chi|$  в (II.28) имеет величину порядка 1, тогда как  $|\chi|$  имеет величину порядка  $10^2 - 10^3$ . Таким образом, появляется интересная возможность изменения (и, в частности, усиления) переменного поля на мессбауэровском ядре, находящемся внутри суперпарамагнитной частицы, посредством регулирования температуры образца.

Зависимости вещественной части магнитной восприимчивости от  $S=kT/Kv$  при различных фиксированных  $\Omega$  для одной железной однодоменной частицы представлены на рис.9, из которого следует, что наиболее эффективно усиливаются низкочастотные поля.

Из рис.10, представляющего функцию  $Re\chi=Re\chi(T)$  для различных объемов суперпарамагнитных частиц, видно, что размер однодоменных магнитных частиц не влияет на максимальное значение  $Re\chi$ , но смещает пик функции по шкале температур и приводит к изменению ширины "резонансной кривой".

Рис.9. Вещественная часть магнитной восприимчивости однодоменной железной частицы  $\text{Re}\chi(S)$ .

$$K = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3, \quad v = 10^{-24} \text{ м}^3, \quad M = 1.72 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

$$\Omega_1 = 10^5 \text{ с}^{-1}, \quad \Omega_2 = 10^6 \text{ с}^{-1}, \quad \Omega_3 = 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Рис.10. Вещественная часть магнитной восприимчивости однодоменной железной частицы.  $H = 10^3$  А/м.

$$v_1 = 3 \cdot 10^{-25} \text{ м}^3, \quad v_2 = 10^{-24} \text{ м}^3.$$

Нужно отметить, что в случае реальных суперпарамагнитных образцов, для которых не выполняется условие независимости частиц (П.25), следует учитывать взаимодействие частиц (магнитных кластеров) между собой. Вычисление скоростей суперпарамагнитной релаксации в реальных системах взаимодействующих частиц является довольно

сложной задачей даже в пределе слабого взаимодействия. Скорости релаксации будут зависеть от конкретного пространственного расположения частиц и от ориентации их легких осей. Численные результаты были получены только для случая двух взаимодействующих частиц с осями легкого намагничивания, параллельными направлению связи (общей оси анизотропии) [105]. Для систем, состоящих из многих частиц имеются лишь приближенные выражения, основанные на простых моделях. В работе [106] предложена модель, в которой отдельно вычисляется энергия взаимодействия частицы с каждой из соседних. Суммарный вклад взаимодействий в энергию барьера определяется как сумма индивидуальных вкладов. Для интерпретации экспериментальных данных удобна простая формула [107]:

$$W = \alpha_0 \exp(-Kv/k(T-T_0)) , \quad (\text{II.29})$$

где  $T_0$  является мерой эффекта взаимодействия и пропорционально среднеквадратичному полю диполей  $\langle V_i^2 \rangle$ . Все эти модели предсказывают уменьшение скорости релаксации при увеличении силы взаимодействия [108].

## ГЛАВА III.

### УЧЕТ НЕПРЕРЫВНОЙ ДИФФУЗИИ ВЕКТОРА МАГНИТНОГО МОМЕНТА

В этой главе представлена модель непрерывного изменения намагниченности одноосных суперпарамагнитных частиц с учетом стохастического характера динамики системы, основанная на численном решении уравнения Фоккера-Планка с периодически зависящим от времени дрейфовым слагаемым. Решение реализовано с помощью алгоритма цепных матричных дробей. Проведено сравнение результатов непрерывной и дискретной модели для величин компонент восприимчивости и фазового сдвига между внешним модулирующим полем и откликом системы однодоменных частиц.

#### III-1. Недостатки квазиadiaбатического приближения.

Приближение дискретных ориентаций, рассматриваемое в главе II, является достаточно идеализированным для описания динамики намагниченности реальных однодоменных частиц. Условие адиабатического предела ( $\Omega \ll \tau_f^{-1}$ ) накладывает существенное ограничивающее требование на диапазон использования частот переменного поля. В работе [109] на основе аналогового моделирования ситуации стохастического резонанса для бистабильной системы было явно показано существенное несоответствие результатов адиабатического приближения с результатами численных расчетов. Кроме того, дискретная модель предполагает использование только малых амплитуд внешнего сигнала, что в сущности означает ограничение теорией линейного отклика; это не позволяло установить

зависимость эффектов от амплитуды внешнего поля. Так как модель дискретных ориентаций требует выполнения условия высокого потенциального барьера  $S=kT/Kv \ll 1$ , то полученные в рамках такой модели результаты справедливы лишь в довольно ограниченном температурном диапазоне. Максимум кривой стохастического резонанса, зависящий от определенных внешних и внутренних параметров системы, не всегда попадает в эту допустимую температурную область, что не позволяет определить его положение с необходимой точностью. Выбор выражения для скорости суперпарамагнитной релаксации влияет также и на абсолютную величину эффекта стохастического резонанса. Все это может привести к ошибочной интерпретации экспериментальных данных, особенно если учесть, что в реальных образцах всегда имеет место некоторый разброс частиц по размерам. Как уже отмечалось в главе I, дискретные и непрерывные модели предсказывают различное поведение разности фаз динамики намагниченности и внешнего переменного поля, что, естественно, приводит к различию в значениях компонент динамической магнитной восприимчивости.

Подобные недостатки модели дискретных ориентаций приводят к определенному искажению в описании реального поведения вектора магнитного момента малых магнитных частиц. Это привело к необходимости построения более точной, хотя и более громоздкой, модели для описания динамики намагниченности суперпарамагнитных частиц, основанной на численном (с использованием компьютерной техники) решении уравнения Фоккера-Планка. В отличие от модели дискретных ориентаций, эта модель описывает непрерывную диффузию вектора магнитного момента частицы по сфере. Непрерывная модель, основанная на численном методе расчета, свободна, естественно, от каких-либо ограничений параметров системы. Метод уравнения Фоккера-Планка является достаточно мощным инструментом для описания различных типов стохастических систем [58]. Решение

уравнение Фоккера-Планка для стационарного случая определяется достаточно просто аналитически, тогда как введение дополнительных временных слагаемых (с которыми мы имеем дело в нашем случае) приводит к необходимости использования техники непрерывных матричных дробей [52]. Свойства уравнения Фоккера-Планка для произвольной бистабильной системы в условиях стохастического резонанса исследовались, например, в [60], где зависящее от времени решение такого уравнения было получено в результате последовательных приближений.

Несмотря на тесную аналогию магнитной стохастической бистабильной системы с рассмотренными в [39,40,50] моделями, отметим некоторые ее особенности. Прежде всего, уравнение Ланжевена строится на основе уравнения Гильберта (Ландау-Лифшица) - системы уравнений, описывающей трехмерную систему. При этом важно отметить, что различные степени свободы совершают разные типы движений: продольная (вдоль легкой оси) компонента намагниченности описывает заторможенное движение, тогда как поперечные компоненты совершают осцилляторное движение. Для реализации стохастического резонанса используется заторможенное движение. В рассматриваемом нами случае уравнение Фоккера-Планка, описывающее задачу, является двумерным (одна степень свободы исключается допущением постоянства магнитного момента частицы по абсолютной величине). Поэтому выделение сигнала (восприимчивости, спектральной плотности), удовлетворяющего условиям стохастического резонанса, должно быть основано, вообще говоря, на анализе двумерного уравнения Фоккера-Планка.

### III-2. Уравнения Фоккера-Планка с периодическим дрейфовым слагаемым.

Поведение намагниченности  $\mathbf{M}$  ферро(ферри) магнитной однодоменной частицы описывается уравнением Гильберта [28]:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \left[ \mathbf{M} \left( -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{M}} - \eta \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right) \right], \quad (\text{III.1})$$

где  $V=E/v$  - плотность свободной энергии, учитывающей энергию магнитной анизотропии и взаимодействие с внешним полем,  $\eta$  - коэффициент диссипации,  $\gamma$  - гиромагнитное отношение. Соответствующие уравнения для составляющих в сферической системе координат  $(M, \theta, \varphi)$ :

$$\dot{\theta} = -\frac{\alpha\gamma}{(1+\alpha^2)M} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\gamma}{(1+\alpha^2)M \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi}. \quad (\text{III.2})$$

$$\dot{\varphi} = -\frac{\gamma}{(1+\alpha^2)M \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{\alpha\gamma}{(1+\alpha^2)M \sin^2 \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \quad (\text{III.3})$$

где  $\alpha = \gamma\eta M$ .

Теперь сопоставим уравнениям (III.2), (III.3) уравнения Ланжевена с  $\delta$  - коррелированным шумом. Такое приближение в описании тепловых флуктуаций справедливо при анализе явлений с частотами до  $kT/\hbar \sim 10^{13} \text{ c}^{-1}$  [28].

Уравнение Фоккера-Планка для поверхностной (на сфере радиуса  $M$ ) функции плотности распределения  $P(\theta, \varphi)$  имеет вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P}{\partial t} = & \frac{v}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left\{ \left( \sin\theta \frac{\partial V}{\partial\theta} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial\varphi} \right) P + \frac{kT}{v} \sin\theta \frac{\partial P}{\partial\theta} \right\} + \\
& + v \frac{\partial}{\partial\varphi} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \left( \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial V}{\partial\varphi} \right) P + \frac{kT}{v} \sin^{-2}\theta \frac{\partial P}{\partial\varphi} \right\}, \quad (III.4) \\
\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta P(\theta, \varphi) = & 1, \quad v = \frac{\alpha\gamma}{(1+\alpha^2)M}.
\end{aligned}$$

В отличие от [28], нас интересуют модуляционные эффекты в системе малых частиц. Эффект модулирующего поля включается в свободную энергию  $E$ . Например, если модулирующее поле  $H(t)$  направлено вдоль оси  $z$ , то в уравнении (III.2) появляется дополнительное слагаемое  $-\alpha\gamma H(t)\sin\theta/(1+\alpha^2)$ , а в уравнении (III.3) - слагаемое  $-\gamma H(t)/(1+\alpha^2)$ . Уравнение Фоккера-Планка с учетом модулирующего слагаемого можно представить как

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \{L_0 + L_1\} P, \quad (III.5)$$

$$\begin{aligned}
L_0 = & \frac{v}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left\{ (\sin\theta K \sin 2\theta) \cdot + \frac{kT}{v} \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \cdot - \right\} + \\
& + \frac{v}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} \left\{ \frac{K \sin 2\theta}{\alpha} \cdot + \frac{kT}{v} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} \cdot \right\}, \quad (III.6)
\end{aligned}$$

$$L_1 = v M H \cos(\Omega t + \varphi) \frac{1}{\sin\theta} \left( \frac{\partial}{\partial\theta} \sin^2\theta \cdot + \frac{\partial}{\partial\varphi} \frac{\sin\theta}{\alpha} \cdot \right). \quad (III.7)$$

где  $L_0$  - оператор Фоккера-Планка для стационарного уравнения (см. (III.4), а  $L_1$  - оператор, описывающий эффект модуляции. В случае

одноосной магнитной анизотропии, полагая модулирующее поле направленным вдоль легкой оси, имеем (см. II.1):

$$V(x, t) = -Kx^2 - \mu_0 M H x \sin(\Omega t + \varphi), \quad \text{где } x = \cos\theta. \quad (\text{III.8})$$

В данном случае уравнение Фоккера-Планка значительно упрощается:

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ [1 - x^2] \left[ v \frac{\partial V}{\partial x} P(x, t) + \frac{kT v}{V} \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} \right] \right\}. \quad (\text{III.9})$$

Перепишем его в следующей форме, выделяя периодически зависящее от времени слагаемое: (III.10)

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} &= \{L_0(x) + L_1(x) \sin(\Omega t + \varphi)\} P(x, t), \\ L_0 &= 2Q(3x^2 - 1) + 2x \left( Qx^2 - Q - \frac{kT v}{v} \right) \frac{\partial}{\partial x} - \frac{kT v}{v} (x^2 - 1) \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \\ L_1 &= R(x^2 - 1) \frac{\partial}{\partial x} + 2R x, \end{aligned}$$

где  $Q = vK$ ,  $R = v\mu_0 M H$ .

Так как (III.10) имеет периодическую временную зависимость, его решение, согласно [62], может быть представлено в виде суперпозиции полного набора выражений типа Флоке

$$P^\lambda(x, t) = \exp(-\lambda t) p_\lambda(x, t), \quad p_\lambda(x, t) = p_\lambda(x, t + T), \quad T = \frac{2\pi}{\Omega}. \quad (\text{III.11})$$

Раскладывая  $p_\lambda(x, t)$  в ряд Фурье

$$p_\lambda(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n^\lambda(x) \exp(i n (\Omega t + \varphi)) , \quad (\text{III.12})$$

и, подставляя (III.11) в (III.10), получим бесконечную систему зацепляющихся уравнений

$$(L_0 - (i n \Omega - \lambda)) p_n^\lambda(x) - \frac{1}{2} i L_1 (p_{n+1}^\lambda(x) - p_{n-1}^\lambda(x)) = 0 , \quad (\text{III.13})$$

при получении которой было использовано свойство ортогональности тригонометрических функций. Разложим теперь коэффициенты  $p_n^\lambda(x)$  в ряд по ортонормированной системе полиномов Лежандра

$$p_n^\lambda(x) = \sum_{m=0}^{\infty} c_n^m \psi_m(x) , \quad \psi_m(x) = \sqrt{m + \frac{1}{2}} P_m(x) , \quad (\text{III.14})$$

$$m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Далее, используя рекуррентные свойства полиномов Лежандра, из (III.13) получим

$$\sum_{m'=0}^{\infty} Q_{m,m'}^n c_n^{m'} + Q_{m,m'}^+ c_{n+1}^{m'} + Q_{m,m'}^- c_{n-1}^{m'} = 0 , \quad (\text{III.15})$$

где  $Q^n, Q^+, Q^-$  - комплекснозначные матрицы:

$$Q_{m,m'}^n(\lambda) = L_0^{m,m'} - i n \Omega \delta_{m,m'} + \lambda \delta_{m,m'} ,$$

$$Q_{m,m'}^+ = -i \frac{1}{2} L_1^{m,m'} = -Q_{m,m'}^- . \quad (\text{III.16})$$

Матричные элементы операторов  $L_0$ ,  $L_1$  определяются как

$$L_i^{m,m'} = \int_{-1}^1 (\psi_m(x))^* L_i \psi_{m'}(x) dx, \quad (i=0, 1) \quad (\text{III.17})$$

и имеют следующий вид: (III.18)

$$\begin{aligned} L_0^{m,m'} = & \left[ \frac{(6Q + 2Qm)(m+1)^2}{(2m+1)(2m+3)} - \left( 2Q + \frac{kTv}{v} m(m+1) \right) - \frac{2Qm^2}{\sqrt{(2m+1)(2m-1)}} + \right. \\ & \left. + \frac{m^2(6Q + 2Qm)}{(2m-1)(2m+1)} \right] \delta_{m,m'} + \left[ \frac{(6Q + 2Q(m+2))(m+1)(m+2)}{\sqrt{(2m-5)(2m+1)(2m+3)(2m+3)}} - \right. \\ & \left. - \frac{2Q(m+2)(m+1)}{\sqrt{(2m+1)(2m+3)}} \right] \delta_{m,m'-2} + \frac{(6Q + 2Q(m-2))m(m-1)}{\sqrt{(2m-3)(2m+1)(2m-1)(2m-1)}} \delta_{m,m'+2} \\ L_1^{m,m'} = & \frac{R(m+1)m}{\sqrt{(2m'+1)(2m+1)}} \delta_{m,m'+1} - \frac{R(m+1)m}{\sqrt{(2m+3)(2m+1)}} \delta_{m,m'-1} \end{aligned}$$

Вводя столбцы  $c_n = (c_n^0, c_n^1, c_n^2, c_n^3, \dots)^T$ , получим тридиагональное векторное рекуррентное соотношение

$$Q^n(\lambda) c_n + Q^+ c_{n+1} + Q^- c_{n-1} = 0, \quad (\text{III.19})$$

которое разрешается численно (с использованием ЭВМ) методом цепных матричных дробей [58]. Подставляя

$$S_n c_n = c_{n+1} \quad (\text{III.20})$$

в (III.19), получим рекуррентное выражение

$$S_{n-1}(\lambda) = -[Q^n(\lambda) + Q^+ S_n(\lambda)]^{-1} Q^-, \quad (\text{III.21})$$

которое разрешается для  $S_0$  итерационной процедурой вида

$$S_0(\lambda) = - \frac{1}{Q^1(\lambda) - Q^+ \frac{1}{Q^2(\lambda) - Q^+ \frac{1}{Q^3(\lambda) \dots} Q^-} Q^-} Q^- , \quad (\text{III.22})$$

где дроби означают обращение матриц. Подстановка (III.20) в (III.19) для  $n=0$  дает условие для нахождения квазисобственных значений  $\lambda$ :

$$\det[Q^0(\lambda) + Q^+ S_0(\lambda) + (Q^- S_0(\lambda^*))^*] = 0 . \quad (\text{III.23})$$

Здесь было использовано тождество  $c_m(\lambda) = c_{-m}^*(\lambda^*)$ . Комплексные квазисобственные значения  $\lambda$  могут быть получены из (III.23) двумерным методом ложного положения (*regula falsi*), заключающемся в последовательном переборе и подстановке в соотношение ряда пробных значений. Для действительных квазисобственных значений  $\lambda_r$  коэффициенты  $c_0$  являются действительными ( $c_n(\lambda_r) = c_{-n}^*(\lambda_r)$ ) и (III.23) упрощается :

$$\det[Q^0(\lambda_r) + 2 \operatorname{Re}(Q^+ S_0(\lambda_r))] = 0 . \quad (\text{III.24})$$

Нас интересует асимптотическая плотность вероятности  $P(x,t)$  при  $t \rightarrow \infty$ , соответствующая  $\lambda=0$ . Для того, чтобы найти функцию  $p^{\lambda=0}(x,t)$ , необходимо определить все коэффициенты разложения  $\{c_n\}$  из (III.19) при  $\lambda=0$ . Численные расчеты, базирующиеся на методе ложного положения, показывают отсутствие чисто мнимых квазисобственных

значений  $\lambda$ , см. рисунок 11. Таким образом, решение уравнения Фоккера-Планка (III.10) может быть представлено в виде:

$$P(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^m \exp(in\Omega t + \varphi) \psi_m(x), \quad (\text{III.25})$$

нормировка которого

$$N = \int_{-1}^1 P(x, t) dx = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^0 \exp(in\Omega t + \varphi). \quad (\text{III.26})$$

Для получения коэффициентов  $\{c_n^m\}$  необходимо сначала определить вектор  $c_0$ . Подставляя (III.20) в (III.19) при  $n=0$  и используя  $c_1 = c_{-1}^*$ , получим систему линейных уравнений для  $\{c_0\}$ :

$$[Q^0(0) + 2\text{Re}(Q^+ S_0(0))] c_0 = 0. \quad (\text{III.27})$$

Остальные коэффициенты могут быть определены через  $c_0$  и матрицы  $S_n(0)$ , являющиеся промежуточными результатами итераций (III.22), как

$$c_n = S_{n-1} S_{n-2} \dots S_0 c_0. \quad (\text{III.28})$$

Вычисления показывают, что все  $c_n^0 = 0$ , кроме  $c_0^0$ , причем  $c_0^0$  является вещественным. Плотность вероятности (III.25) позволяет найти асимптотическое ( $t \rightarrow \infty$ , соответствующее установившемуся режиму) зависящее от времени статистическое среднее значение проекции вектора намагниченности на легкую ось

$$M\langle x(t) \rangle = \frac{M}{N} \int_{-1}^1 xP(x, t) dx = \sum_{n=0}^{\infty} (\text{Re}b_n) \cos(n(\Omega t + \varphi)) - (\text{Im}b_n) \sin(n(\Omega t + \varphi)) , \quad b_n = \frac{2c_n^1}{\sqrt{3}c_0^0} , \quad (\text{III.29})$$

которое и является интересующей нас характеристикой динамики системы.

### III-3. Сравнение с результатами квазиadiaбатического приближения.

Абсолютная величина динамической магнитной восприимчивости определяется отношением амплитуды первой гармоники из разложения (III.29) к амплитуде внешнего сигнала (переменного поля):

$$|\chi(\Omega)| = \frac{M^{(1)}}{H} = \frac{M\sqrt{(\text{Re}b_1)^2 + (\text{Im}b_1)^2}}{H} = \sqrt{(\text{Re}(\chi(\Omega)))^2 + (\text{Im}(\chi(\Omega)))^2} . \quad (\text{III.30})$$

Все последующие расчеты по вычислению динамической магнитной восприимчивости производились нами для  $n=25$  с контрольными расчетами при  $n=30$ . Использовать максимальную размерность векторов  $c_n$  особенно необходимо для численных расчетов (в смысле сходимости) в низкотемпературной области [58].

Для определения отношения сигнал/шум SNR необходимо было бы вычислять все комплексные собственные значения в (III.23), т.е. получить не асимптотическое решение уравнения Фоккера-Планка, а решение, удовлетворяющее произвольному моменту времени [110]. Однако для малых амплитуд радиочастотного поля можно избежать

Рис.11. Поиск чисто мнимых квазисобственных значений. Вещественная и мнимая компоненты определителя (III.23) обращаются одновременно в нуль только в одной точке  $i\lambda=0$ . Параметры системы: железная суперпарамагнитная частица,  $\Omega = 10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $T = 200 \text{ К}$  (верхний рисунок),  $T = 800 \text{ К}$  (нижний рисунок). Программный код представлен в приложении.

подобных громоздких вычислений и получить приближенную картину поведения величины SNR из соотношения, связывающего SNR с

компонентами динамической магнитной восприимчивости (вычисленных численно) в рамках теории линейного отклика (рис.12):

$$\text{SNR} = \frac{\pi H^2 |\chi(\Omega)|^2}{2 S^{(0)}(\Omega)} = \frac{\pi H^2 |\chi(\Omega)|^2 v \Omega \mu_0}{4kT \text{Im} \chi(\Omega)} \quad (III.31)$$

Полученная модель непрерывного изменения намагниченности позволяет с большей точностью установить зависимости эффекта стохастического резонанса от параметров задачи [111,112,113]. На рис.13 представлены значения абсолютной величины динамической магнитной восприимчивости и ее составляющих. На рис.14 показана серия кривых для различных частот модуляции при постоянстве остальных параметров [111,112]. Штриховые линии отражают результаты модели дискретных ориентаций при тех же параметрах системы. Заметим еще раз, что дискретная модель справедлива лишь в области  $S = kT/Kv \ll 1$ . Рис.15 представляет результаты расчетов по амплитудной зависимости эффекта. Тем самым, используемый метод позволяет выйти за рамки теории линейного отклика используемого в модели дискретных ориентаций. На рис.16 изображены кривые, рассчитанные для различных значений параметра диссипации  $\alpha = \eta\gamma M$  [111]. В данном случае производится более корректный учет влияния этого параметра, так как уравнение Фоккера-Планка выводится непосредственно из уравнения Гильберта. Предполагалась независимость данного параметра от температуры, хотя он немного (на 7-8%) увеличивается с ростом температуры [114] от 200 до 800 К. Как отмечается в работе [115] размер частиц влияет на величину намагниченности насыщения образца. Так, для железных частиц диаметром 20 нм намагниченность насыщения составляет примерно 70% от намагниченности насыщения массивного образца. На

рис.17 показаны зависимости обсуждаемого эффекта от величины намагниченности насыщения [111].

Рис.19 отражает зависимость отставания по фазе динамики вектора намагниченности от внешнего переменного поля при увеличении температуры [113]. Пунктирная кривая монотонного изменения представляет результат модели дискретных ориентаций. Таким образом, теория линейного отклика не обеспечивает правильного вычисления фазового сдвига в области малых интенсивностей шума, на что указывалось, например, в [101] для произвольной абстрактной бистабильной системы.

Такое различие объясняется прежде всего тем, что при невысоких температурах непрерывная модель уже рассматривает малые колебания вектора магнитного момента около стабильной ориентации, тогда как модель двух состояний считает положение данного вектора в таких условиях постоянным.

Немонотонная, характерная для стохастического резонанса, температурная (если положить  $K_V$  в  $S$  фиксированным) зависимость магнитной восприимчивости и коэффициента усиления одноосной суперпарамагнитной частицы отражает тот факт, что в определенном температурном диапазоне происходит трансформация энергии беспорядочных тепловых флуктуаций вектора намагниченности в частично упорядоченное движение. Степень этого упорядочения и характеризуют полученные кривые. Однако следует заметить, что регулярное изменение намагниченности происходит все же на фоне тепловых флуктуаций, поэтому результирующая динамика намагниченности представляет собой комбинацию двух составляющих

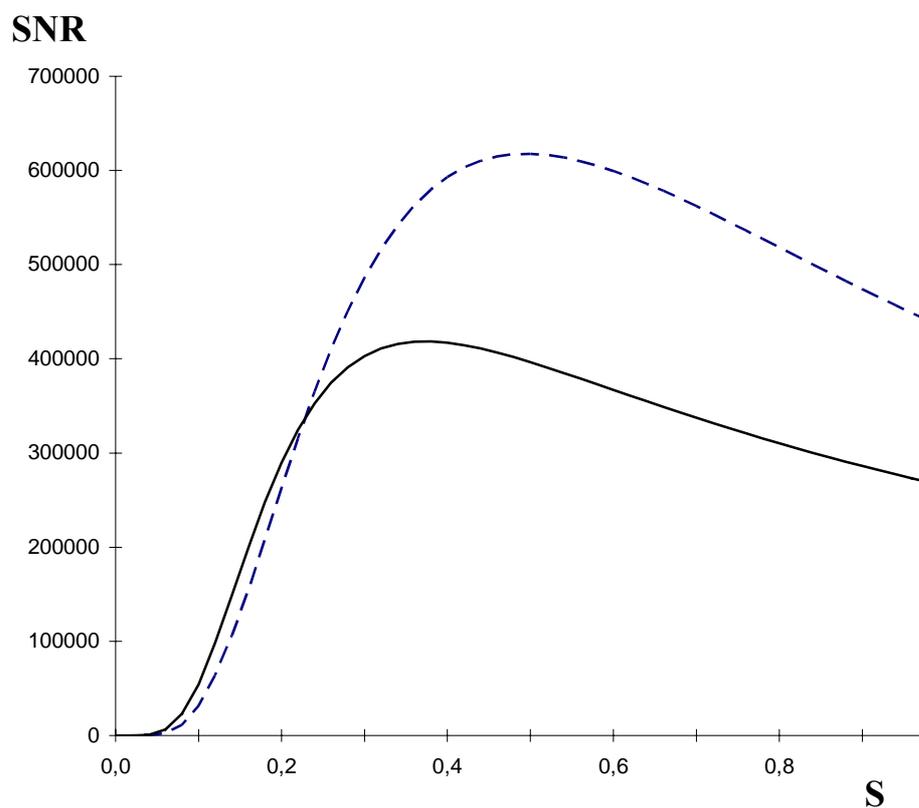


Рис.12. Зависимость отношения сигнал/шум (III.31) от  $S=kT/Kv$ .  
Пунктирная линия - результат модели дискретных ориентаций.  
 $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $v=10^{-24}$  м,  $\Omega=10^5$  с<sup>-1</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H=10^3$  А/м.

Рис.13. Зависимость абсолютной величины  $|\chi\cdot|$ , вещественной  $\text{Re}\chi$  и мнимой  $\text{Im}\chi$  частей динамической магнитной восприимчивости от безразмерной температуры  $S=kT/Kv$  ( $K$  и  $v$  не изменяются).

$K=4\cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $M=1.72\cdot 10^6$  А/м,  $\Omega=10^6$  с<sup>-1</sup>,  $H=10^3$  А/м,  $\alpha=0.1$ .

Рис.14. Зависимость абсолютной величины  $|\chi|$  динамической магнитной восприимчивости от  $S=kT/Kv$  при различных частотах внешнего поля.  $\Omega_1=10^3 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_2=10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_3=10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $M=1.72 \cdot 10^6 \text{ А/м}$ ,  $H=10^3 \text{ А/м}$ ,  $\alpha=0.1$ .

Рис.15.  $H_1=10^2$  А/м,  $H_2=10^3$  А/м,  $H_3=5 \cdot 10^3$  А/м,  $H_4=10^4$  А/м. Для  $H_1$  и  $H_2$  результаты уже совпадают, и дальнейшее уменьшение амплитуды внешнего поля не приводит к изменению вида кривых (область линейного отклика).  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $\Omega=10^7$  с<sup>-1</sup>,  $\alpha=0.1$ .

Рис.16. Абсолютная величина магнитной восприимчивости при различных коэффициентах затухания:  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=0.1$ ,  $\alpha_3=0.01$ .  
 $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $\Omega=10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H=10^3$  А/м.

Рис.17. Влияние изменения величины намагниченности насыщения образца на зависимость  $|\chi|=|\chi(S)|$ .  $M_1=2 \cdot M_2$ ,  $M_2=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $M_3=0.5 \cdot M_2$ ,  $\alpha=0.1$ ,  $\Omega=10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H=10^3$  А/м.

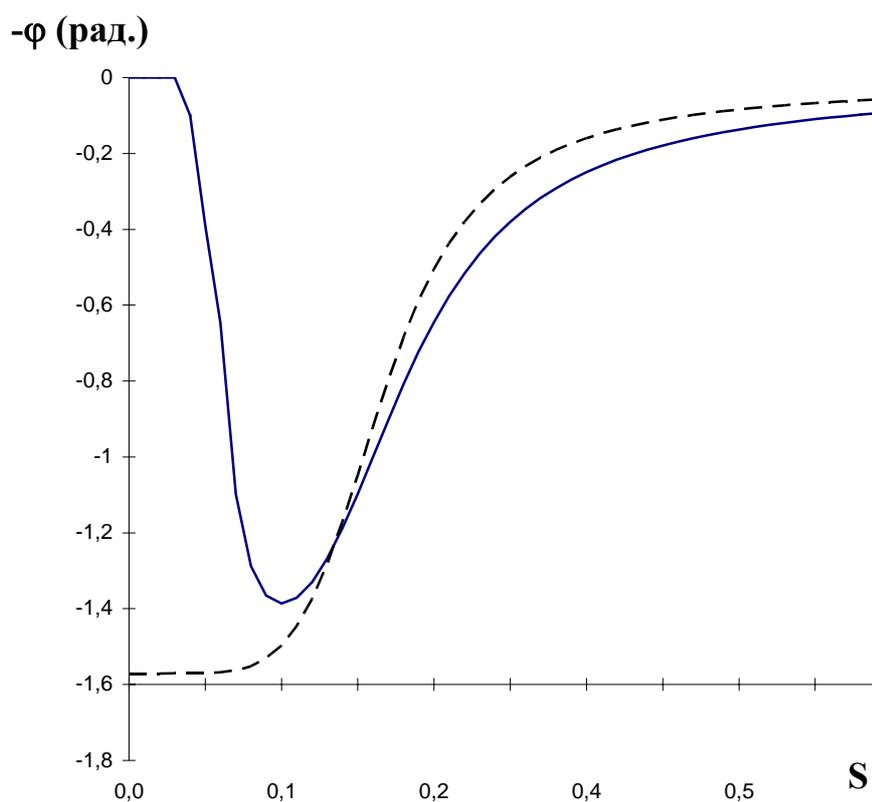


Рис.18. Фазовый сдвиг  $\varphi = \arctan[\text{Im}\chi(\Omega)/\text{Re}\chi(\Omega)]$  между вектором намагниченности и внешним переменным полем как функция от  $S=kT/Kv$  для железной суперпарамагнитной частицы. Сплошная кривая - результат непрерывной модели, пунктирная - модели дискретных ориентаций. Параметры:  $v=10^{-24} \text{ м}^3$ ,  $\Omega=10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $H=10^3 \text{ А/м}$ .

различной природы: осциллирующей и хаотичной. Эффект стохастического резонанса позволяет усилить первую и ослабить вторую.

Вычисления на основе решения уравнения Фоккера-Планка, прежде всего, подтверждают правильность выводов модели дискретных ориентаций [99,104] о возможном механизме усиления внешнего переменного поля малой амплитуды в системе суперпарамагнитных частиц. Полученные зависимости магнитной восприимчивости от приведенной температуры  $S = kT/Kv$  представляют кривые типа стохастического резонанса. Очевидно определенное различие результатов модели непрерывного изменения вектора магнитного момента суперпарамагнитной частицы и приближения дискретных ориентаций. Программы, использованные для получения результатов данной и предыдущей главы представлены в приложении.

Нужно отметить, что результаты полученных моделей находят экспериментальное подтверждение [116]. Опыты, проведенные на кобальтовых образцах показали характерную колоколообразную форму кривых зависимости восприимчивости одноосных магнитных частиц от температуры [117]. Стохастический резонанс в модели непрерывного изменения проекции вектора намагниченности на легкую ось рассматривали и авторы [68], используя при этом асимптотические (высоко- и низкотемпературные) решения соответствующего кинетического уравнения для продольной составляющей намагниченности.

## ГЛАВА IV.

### МЁССБАУЭРОВСКИЕ СПЕКТРЫ МОДУЛИРОВАННЫХ ОДНООСНЫХ СУПЕРПАРАМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ

В данной главе предложен метод расчета резонансного сечения поглощения на основе формализма супероператоров Лиувилля. Теоретически показано возникновение спутников с шириной порядка естественной, смещенных от основной линии на частоту модуляции, интенсивность таких спутников имеет температурную зависимость типа стохастического резонанса.

#### IV-1. Амплитуда резонансного рассеяния.

В радио- и оптической спектроскопии уже длительное время проводятся исследования взаимодействия модулированных внешних полей с квантовыми системами [118,119]. На этом пути достигнуты успехи как в развитии теории, так и в эксперименте. Эффекты модуляции в рамках мёссбауэровской спектроскопии исследованы в меньшей степени. Одна из причин такого положения состоит в том, что модулированные поля на ядрах магнитных материалов создаются не непосредственно, а оказываются результатом динамики электронной намагниченности, вызванной внешними полями. Имеющиеся расчетные модели весьма приближенно учитывают это обстоятельство. Практически во всех теоретических работах [120,121] по исследованию эффектов радиочастотного поля на мёссбауэровские спектры используется модель вращающегося поля. Другая точно решаемая модель (ступенчатого поля) была предложена в работе [122]. Если первая из этих моделей предполагает вращательное движение намагниченности

(под действием радиочастотного поля), вторая была введена для описания эффектов колебаний доменных границ в магнитных материалах. В то время как само существование доменных границ обусловлено полями магнитной анизотропии, вращательное движение намагниченности во внешних полях также определяется в значительной степени магнитной анизотропией. В результате конкуренции поля анизотропии и внешнего поля намагниченность (и связанное с ней поле на ядре) будет совершать периодическое движение самого общего характера, существенно отличающееся от временной зависимости (обычно осциллирующей), присущей радиочастотному полю. Вместе с тем речь не идет о произвольном случайном характере изменения намагниченности. Случайным оказывается лишь выбор конкретного пути эволюции из конечного числа возможных путей перехода между конечным числом состояний намагниченности (статистически периодический процесс). Поэтому одна из задач данной главы заключается в разработке методики расчета мёссбауэровских спектров в случае произвольного периодического поля ядра.

Как уже отмечалось в главе II, мёссбауэровская спектроскопия является одним из наиболее удобных и эффективных методов наблюдения поведения микронамагниченности в условиях стохастического резонанса. Впервые именно ядерный гамма-резонанс был предложен в качестве метода изучения этого явления [35]. В данном случае характер изменения отклика (обычно это спектры поглощения) системы в результате ее модуляции можно пояснить так. Пока магнитные моменты частиц совершают хаотическое движение, их мёссбауэровские спектры представляют или зеемановские структуры (шестерка линий для  $\text{Fe}^{57}$ ), или сколлапсированный спектр, в зависимости от скорости суперпарамагнитной релаксации. Теория релаксационных мёссбауэровских спектров в суперпарамагнетиках является одной из актуальных проблем мёссбауэровской спектроскопии.

Однако, физическая природа этого явления в целом понята и существуют достаточно простые методики вычисления, основанные на модели дискретных ориентаций и стохастической теории Блюма [123].

Влияние внешнего сигнала на такие системы сводится к изменению формы их мёссбауэровских спектров. Причина состоит в том, что хаотическое движение момента частицы и, следовательно, эффективного поля на ядре сменяется частично упорядоченным, коррелированным движением. Известно, что двум типам динамики эффективного поля (хаотическому и периодическому) соответствуют различные формы спектров. Иными словами, мёссбауэровские спектры модулированных радиочастотным полем суперпарамагнетиков должны содержать сателлиты. Появление в спектрах сателлитов теперь будет свидетельствовать о возникновении временного порядка в поведении частиц. Ниже именно о этой точки зрения анализируются мёссбауэровские спектры.

Гамильтониан рассматриваемой задачи состоит из следующих слагаемых:

$$H = H_R + H_N + H_\gamma + H_{hf}(t) , \quad (IV.1)$$

$H_R$  и  $H_N$  - гамильтонианы поля  $\gamma$ -излучения и ядра,  $H_\gamma$  - взаимодействие ядра с излучением,  $H_{hf}(t)$  - гамильтониан взаимодействия ядра с классическим (сверхтонким) полем (возможно его обобщение на случай взаимодействия ядра с другой квантовой подсистемой). Нас интересует ситуация, когда  $H_{hf}(t)$  - произвольная периодическая функция. Основное наше допущение - справедливость модели эффективного сверхтонкого поля, при этом магнитное поле на ядре предполагается пропорциональным намагниченности  $H_{hf} = \alpha M$ . В таких условиях эффективное поле на ядре отражает эволюцию микронамагниченности

во времени, которая для магнитомягких материалов может быть связана с режимом полного перемагничивания. Справедливы следующие правила коммутации:  $[H_R, H_N] = [H_R, H_{hf}(t)] = [H_N, H_{hf}(t)] = 0$ .

Нас интересует процесс возбуждения ядра под действием  $\gamma$ -кванта  $k1$  ( $I_g \rightarrow I_e$ ) и последующим переходом ядра в основное состояние со спонтанным излучением кванта  $k2$ . Развитие процесса во времени описывается уравнением Шредингера:

$$i \frac{d \tilde{\varphi}}{dt} = \tilde{H}_\gamma \tilde{\varphi}, \quad (IV.2)$$

где использовано представление взаимодействия [124]

$$\tilde{\varphi} = V^+(t)\varphi, \quad \tilde{H}_\gamma = V^+(t)H_\gamma V(t), \quad V(t) = V_0(t) \cdot V_1(t).$$

Здесь  $V_0(t) = V_0(t, t_0) = \exp[-i(H_N + H_R)(t-t_0)]$ ,  $V_1(t)$  удовлетворяет условию

$$i \frac{dV_1(t)}{dt} = H_{hf}(t)V_1(t), \quad (IV.3)$$

решение которого выглядит

$$V_1(t) = V_1(t, t_0) = \hat{T} \exp \left[ -i \int_{t_0}^t H_{hf}(t') dt' \right].$$

Здесь  $H_{hf} = H^{e.g}$  и  $V_1 = V^{e.g}$  соответственно для мёссбауэровского (с энергией  $E_0$ ) и основного уровней ядра.  $\hat{T}$  - оператор хронологизации

(упорядочения во времени). Волновую функцию  $\tilde{\varphi}$  представим в базисе собственных состояний  $H_R$  и  $H_N$  и проекций спинов:

$$\tilde{\varphi} = V^+(t)\varphi = \sum_M b_M |I_e, M\rangle |0\rangle + \sum_{m,k2} b_{m,k2} |I_g, m\rangle |k2\rangle . \quad (IV.4)$$

Здесь  $|I_e, M\rangle$  и  $|I_g, m\rangle$  - состояния ядра на возбужденном ( $I_e$ ) и основном ( $I_g$ ) уровнях с проекциями  $M$  и  $m$ . Подставляя (IV.4) в (IV.2) получим систему уравнений:

$$i\dot{b}_M = \sum_{m,k2} \langle M,0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m,k2 \rangle b_{m,k2} + \langle M,0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m_i,k1 \rangle b_{m_i,k1} , \quad (IV.5)$$

$$i\dot{b}_{m,k2} = \sum_M \langle m,k2 | \tilde{H}_\gamma(t) | M,0 \rangle b_M , \quad m,k2 \neq m_i,k1 , \quad (IV.6)$$

$$i\dot{b}_{m_i,k1} = \sum_M \langle m_i,k1 | \tilde{H}_\gamma(t) | M,0 \rangle b_M . \quad (IV.7)$$

Введены обозначения для состояний системы ядро+гамма излучение  $|m,k2\rangle = |I_g, m\rangle |k2\rangle$ . При записи уравнений (IV.5) подразумеваются только мессбауэровские (бесфононные) гамма-переходы. Для  $H_\gamma$  используется стандартная форма [125], состояние  $|k\rangle$  определено энергией  $\epsilon_k$ , углами, определяющими направления распространения  $(\alpha, \beta)$ , и поляризацией  $\nu$  гамма-кванта. Начальное состояние  $|m_i,k1\rangle$  выделено в соответствии с начальными условиями  $b_{m,k2}(t_0) = \delta_{mm_i} \delta_{k1k2}$ ,  $b_M(t_0) = 0$ .

Поведение  $b_M$  рассмотрим в рамках теории естественной ширины. Для этого проинтегрируем (IV.6):

$$b_{m, k2} = -i \sum_M \int_{t_0}^t dt' \langle m, k2 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle b_M(t') \quad (IV.8)$$

и подставим результат в (IV.5).

$$\begin{aligned} i \dot{b}_M &= \sum_{M, m, k2} (-i) \int_{t_0}^t dt' \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m, k2 \rangle \langle m, k2 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle b_M(t') + \\ &+ \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m_i, k1 \rangle b_{m_i, k1} = -i \gamma b_M / 2 + \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m_i, k1 \rangle b_{m_i, k1} . \\ b_M(t) &= -i \int_{t_0}^t dt' \exp(-\gamma(t-t')/2) \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t') | m_i, k1 \rangle b_{m_i, k1}(t') . \end{aligned} \quad (IV.9)$$

Здесь введена естественная ширина линии мессбауэровского уровня  $\gamma$ .  
Далее состояние с рассеянным квантом ( $k2$ ) определяется

$$\begin{aligned} b_{m, k2}(t) &= (-i)^2 \sum_M \int_{t_0}^t dt' \langle m, k2 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle \cdot \\ &\cdot \int_{t_0}^t dt'' \exp(-\gamma(t'-t'')/2) \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t'') | m_i, k1 \rangle b_{m_i, k1}(t'') , \end{aligned} \quad (IV.10)$$

где величина  $b_{m_i, k1}(t)$  должна определяться решением уравнения (IV.7)

$$\begin{aligned} b_{m_i, k1}(t) &= 1 + (-i) \sum_M \int_{t_0}^t dt' \langle m_i, k1 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle b_M(t') = \\ &= 1 + (-i)^2 \sum_M \int_{t_0}^t dt' \langle m_i, k1 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle \int_{t_0}^{t'} dt'' \exp(-\gamma(t'-t'')/2) \cdot \\ &\cdot \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t'') | m_i, k1 \rangle b_{m_i, k1}(t'') . \end{aligned} \quad (IV.11)$$

Таким образом, строго говоря, решение (IV.11) представляет итерационный ряд. Ограничимся здесь  $b_{m_i k_l}=1$ . Выражение для  $b_M$  преобразуем следующим образом (здесь  $t_0 \rightarrow -\infty$ , как это обычно делается в теории рассеяния):

$$\begin{aligned}
 b_M(t) &= -i \int_{-\infty}^t dt' \exp(-\gamma(t-t')/2) \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t') | m_1, k_1 \rangle = \\
 &= -i \int_{-\infty}^0 d\tau \exp(\tau/2 - i\tau(E_{k_1} - E_0)) \cdot \\
 &\quad \cdot \langle M, 0 | V^+(t) V_1^+(t+\tau, t) H_\gamma(0) V_1(t+\tau, t) V(t) | m_1, k_1 \rangle = \\
 &= -i U_{Mm_1 M m_1}^{(t)}(p) \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m', k_1 \rangle, \quad p = -i\omega_\gamma + \gamma/2, \quad \omega_\gamma = E_{k_1} - E_0.
 \end{aligned}
 \tag{IV.12}$$

Здесь введены супероператоры эволюции Лиувилля следующим образом:

$$\begin{aligned}
 U(t+\tau, t) A &= U^{(t)}(\tau) A = V_1^+(t+\tau, t) A V_1(t+\tau, t), \tag{IV.13} \\
 U(p, t) &= U^{(t)}(p) = \int_{-\infty}^0 d\tau \exp(p\tau) U^{(t)}(\tau).
 \end{aligned}$$

Суперматрица  $U_{Mm_1 M m_1}^{(t)}(p)$  определена на сдвинутых по времени состояниях  $V(t)|m\rangle, V(t)|M\rangle$ . Смысл верхнего индекса  $(t)$  - внешней метки времени состоит в следующем. Так как мы имеем дело с процессом поглощения (испускания) гамма-кванта, мы должны представить интеграл в (IV.13) во временной шкале процесса гамма-перехода. Момент времени  $t=0$  в этой шкале соответствует моменту времени  $t$  в лабораторной системе отсчета. Следовательно, фаза внешнего периодического возмущения в момент времени  $t$  равна  $2\pi t/T = \omega t$ , где  $T$  - период модуляции. Из (IV.8) получаем выражение для  $b_{mk_2}(t)$ ; но по

существо это есть амплитуда резонансного рассеяния гамма-кванта  $m_i k_1 \rightarrow \sum M \rightarrow m k_2$  при произвольной временной зависимости  $H_{hf}(t)$  [126,127]:

$$b_{m k_2}(t) = b_{m_i k_1 \rightarrow m k_2}(t) = (-i)^2 \int_{-\infty}^t dt' \sum_{M, M', m'} \langle m, k_2 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle \cdot U_{M m_i M' m'}^{(t')}(p) \langle M', 0 | \tilde{H}_\gamma(t') | m', k_1 \rangle . \quad (IV.14)$$

#### IV-2. Сечение поглощения и спектр гамма-излучения.

Из полученного выражения для амплитуды резонансного рассеяния определим сечение поглощения, пользуясь оптической теоремой [128]:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sum_{m_i} \frac{4\pi}{k(2\pi)^4} \text{Im}(-i b_{m_i k_1 \rightarrow m_i k_1}) = \frac{-2}{(2\pi)^3 k} \sum_{m_i} \text{Re}(b_{m_i k_1 \rightarrow m_i k_1}) = \\ &= \frac{2}{(2\pi)^3 k} \sum_{m_i} \text{Re} \int_{-\infty}^t dt' \sum_{M M' m'} \langle m_i, k_1 | \tilde{H}_\gamma(t') | M, 0 \rangle \cdot U_{M m_i M' m'}^{(t')}(p) \langle M', 0 | \tilde{H}_\gamma(t') | m', k_1 \rangle . \end{aligned} \quad (IV.15)$$

В рамках временной спектроскопии нас интересует величина  $(d\sigma/dt)\Delta t$  с  $\Delta t$  - временным окном, малым по сравнению с периодом модуляции.

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \frac{d\sigma}{dt} = \frac{2}{(2\pi)^3 k} \text{Re} \sum_{m_i, m' M M'} g(m_i) \langle m_i, k_1 | \tilde{H}_\gamma(t) | M, 0 \rangle \cdot U_{M m_i M' m'}^{(t)}(p) \langle M', 0 | \tilde{H}_\gamma(t) | m', k_1 \rangle , \end{aligned} \quad (IV.16)$$

$g(m_i)$  - статистический вес состояния  $|m_i\rangle$ . Таким образом, дифференциальное по времени сечение поглощения в форме (IV.16)

позволяет характеризовать спектральные и фазовые характеристики мессбауэровского спектра величиной  $U^{(t)}(p)$ , содержащей информацию о сверхтонком взаимодействии. В случае стационарного гамильтониана  $H_{\text{нф}}$  временная зависимость  $U(p)$  исчезает и для диагональных магнитных квантовых чисел

$$U_{Mm_i M'm'}(p) = U_{Mm_i M'm'}(p) \delta_{MM'} \delta_{m_i m'} .$$

Теперь рассмотрим следующую экспериментальную схему: в переменном поле находятся ядра источника, излучение которого анализируется поглотителем (анализатором) с нерасщепленной линией. Уравнения, описывающие эту ситуацию, могут быть получены из системы (IV.5-7) с небольшими изменениями:

$$i \dot{b}_M = (-i\gamma/2)b_M , \quad b_M(t_0) = 1 , \quad (\text{IV.17})$$

$$b_{mk}^{(M)} = -i \int_{t_0}^t dt' \langle m, k | \tilde{H}_\gamma(t) | M, 0 \rangle b_M(t') .$$

Здесь  $b_{mk}^{(M)}$  - амплитуда вероятности состояния  $|m, k\rangle$  в момент времени  $t$ , если при  $t_0$  ядро находилось в состоянии  $|M, 0\rangle$ . Находя из (IV.17) явно  $b_M(t)$ , имеем:

$$b_{mk}^{(M)} = -i \int_{t_0}^t dt' \exp(-\gamma(t'-t_0)/2) \langle m, k | \tilde{H}_\gamma(t) | M, 0 \rangle . \quad (\text{IV.18})$$

Скорость счета излучения квантов (с энергией  $E_k = \omega = c|k|$ ) в момент времени  $t$  равна:

$$\begin{aligned}
I_t(\omega) &= \gamma \int_{-\infty}^t dt_0 \frac{1}{2I_e + 1} \sum_{Mm} \frac{d}{dt} |b_{mk}^{(M)}(t)|^2 = \\
&= \frac{2}{2I_e + 1} \operatorname{Re} \sum_{Mm} \int_{-\infty}^t dt_0 \int_{t_0}^t dt' \exp[(2t_0 - t - t')\gamma / 2] \cdot \\
&\cdot \langle m, k | \tilde{H}_\gamma(t) | M, 0 \rangle \langle M, 0 | \tilde{H}_\gamma(t') | m, k \rangle .
\end{aligned} \tag{IV.19}$$

Здесь проведено суммирование по начальным состояниям  $M$  с равными весами  $1/(2I_e+1)$  и усреднение по ненаблюдаемому моменту образования ядра на мёсбауэровском уровне  $t_0$ . Перепишем выражение (IV.19), интегрируя по частям, выразим  $I_t(\omega)$  через лаплас-образ супероператора:

$$\begin{aligned}
I_t(\omega) &= \frac{2}{2I_e + 1} \operatorname{Re} \sum_{MmMm'} \langle m, k | \tilde{H}_\gamma(t) | M, 0 \rangle U_{MmMm'}^{(t)}(p) \cdot \\
&\cdot \langle M', 0 | \tilde{H}_\gamma(t') | m', k \rangle , \quad p = -i(\omega - E_0) + \gamma / 2 = -i\omega_\gamma + \gamma / 2 .
\end{aligned} \tag{IV.20}$$

### IV-3. Супероператоры эволюции и рекуррентные соотношения между ними.

В полученных выше выражениях (IV.14,16) для сечений взаимодействия гамма-излучения с веществом мы ввели супероператор эволюции Лиувилля  $U(t)$  и его лаплас-образ  $U(p)$ . Метод супероператоров находит широкое применение в области ЭПР [129], ЯМР [130] и других областях [131-133], имеющих дело по сути с эволюцией амплитуды спектроскопических переходов. Такое представление - наиболее общий подход и в теории статических [134] и релаксационных [135-136] мёсбауэровских спектров. Объясняется это следующими обстоятельствами.

В спектрах ЯГР, главным образом, приходится рассматривать

эффекты релаксации подсистемы, внешней по отношению к ядру. Учет релаксационных скачков в такой подсистеме, оказывающих влияние на оба ядерных состояния, между которыми происходит мёссбауэровский переход, удобнее всего проводить в представлении супероператоров [123].

Сказанное еще в большей степени относится к регулярным изменениям окружения ядра. Любые изменения, скажем, в электронной системе в равной мере затрагивают как возбужденное, так и основное состояния ядра. Очень важно, что при этом достигается учет фазовых соотношений (интерференции) эффектов основного и возбужденного состояний ядра естественным образом. Согласно определению (IV.13), например, для оператора поглощения кванта:

$$H_{\gamma}(t) = V^{+e}(t)H_{\gamma}(0)V^g(t) = U(t)H_{\gamma}(0) ,$$

$$\frac{d}{dt}H_{\gamma}(t) = iU(t)L(t)H_{\gamma}(0) , \quad \frac{d}{dt}U(t) = iU(t)L(t) , \quad (IV.21)$$

$$\{L(t)\}_{\lambda i \lambda' i'} = H_{\lambda \lambda'}^e(t)\delta_{ii'} - H_{ii'}^g(t)\delta_{\lambda \lambda'} , \quad (IV.22)$$

$\lambda$  и  $i$  - квантовые числа возбужденного и основного состояний ядра.

Формальное решение (IV.21) выглядит:

$$U(t) = A\hat{T} \exp \left\{ i \int_0^t dt' L(t') \right\} . \quad (IV.23)$$

Вместо (IV.21) используется также интегральное уравнение:

$$U(t) = \mathbf{1} + i \int_0^t dt' U(t')L(t') . \quad (IV.24)$$

Так как мы здесь предполагаем периодические внешние возмущения, можно гамильтонианы взаимодействия ядра записать

$$H^{g,e}(t) = \sum_n H_n^{g,e} \exp(in(\omega t + \varphi)) . \quad (IV.25)$$

Следовательно,  $L$  - также периодический супероператор, поэтому к уравнению (IV.21) применима теорема Флоке [137,138], которая определяет вид решения (IV.21) как

$$U(t) = \exp(ilt)U_p(t), \quad U_p(t+T) = U_p(t) = \sum_n C_n \exp(in\omega t) . \quad (IV.26)$$

Проведя лаплас-преобразование интегрального уравнения (IV.24), можно получить рекуррентное соотношение для  $U(p)$  (здесь используется транспонированное уравнение) [127]:

$$(p\mathbf{1} - iL_0)U^\varphi(p) = \mathbf{1} + i \sum_{n=\pm 1, \pm 2, \dots} L_n U^\varphi(p - in\omega)e^{in\varphi} . \quad (IV.27)$$

В случае осциллирующего поля остаются слагаемые с  $n=\pm 1$

$$(p\mathbf{1} - iL_0)U^\varphi(p) = \mathbf{1} + i \sum_{n=\pm 1} L_n U^\varphi(p - in\omega)e^{in\varphi} . \quad (IV.28)$$

Заметим, что фаза  $\varphi$  зависит от начала отсчета времени, которое в эксперименте оказывается связанным с моментом регистрации гамма-кванта. Поэтому искомые величины  $U^\varphi(p)$  через зависимость от  $\varphi$  отражают временную зависимость измеряемых величин:  $\varphi = \omega t'$ , где  $t'$  - лабораторное время и  $U^\varphi(p) = U^{(t')}(p)$ . Уравнения (IV.27,28) представляют

основные рекуррентные соотношения между супероператорами, используя которые  $U(p)$  может быть представлено в виде цепных дробей [138]. Выражение (IV.28) можно представить в более компактном виде:

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots \\ (0) \quad U_0 &= \mathbf{1} + G_+ U_{-1} + G_- U_{+1} , \\ (1) \quad U_1 &= \mathbf{1} + G_+ U_0 + G_- U_2 , \\ & \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{IV.29}$$

где  $U_{\pm n} = U^\varphi(p \pm in\omega)$ ,  $G_{\pm} = iL_{\pm 1} e^{\pm i\varphi}$ ,  $(\pm n) = (p1 \pm in\omega 1 - iL_0)$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Считается, что движение вектора магнитного момента суперпарамагнитной частицы, определяемое уравнением Гильберта (Ландау-Лифшица) (III.1), сводится к изменению его только по направлению. Учитывая специфику формирования мёссбауэровских спектров, можно достичь еще большего упрощения картины. Очевидно, эффективное поле  $\partial V / \partial \mathbf{M}$ , входящее в уравнение Гильберта, совпадает с направлением минимума свободной энергии  $E = V_v$  (II.1). И если изменение внешнего поля достаточно медленное, намагниченность успевает сориентироваться по направлению эффективного поля. В этом пределе малых частот направление сверхтонкого поля на ядре следует за минимумом функции  $V(\theta, t)$ . Количественно условие малых частот можно выразить соотношением типа условия адиабатической теоремы [103]  $\Omega \ll \gamma |\partial V / \partial \mathbf{M}|$  (здесь  $\gamma$ -гиромагнитное отношение).

На самом деле, в экспериментах с магнитомягкими материалами и с обычно используемыми значениями частот модулирующего поля это (сильное) неравенство может не выполняться. В этом случае намагниченность, надо полагать, будет совершать периодическое, но более сложное движение, нежели направление минимума функции (II.1).

Это сложное движение возникает в результате наложения прецессии намагниченности вокруг  $\partial V/\partial \mathbf{M}$ . Если эта прецессия достаточно быстрая, можно принять во внимание только проекцию намагниченности и сверхтонкого поля на ядре на  $\partial V/\partial \mathbf{M}$  [139,140], так что снова сверхтонкое поле следует за минимумом  $V(\theta,t)$ , хотя теперь его абсолютная величина также периодически зависит от времени.

#### IV-4. Произвольное периодическое поле на ядре.

Пусть поле на ядре меняется произвольно с периодом внешнего возмущения  $T$ . Периодический характер Лиувиллиана взаимодействия ядра с эффективным полем

$$L(t+T) = L(t) \quad (\text{IV.30})$$

приводит к двум важным соотношениям для оператора эволюции [141]:

$$U(T(n+1), T_n) = \hat{T} \exp \left[ i \int_{T_n}^{T(n+1)} L(t') dt' \right] = \hat{T} \exp \left[ i \int_0^T L(t'+nT) dt' \right] = U(T, 0) \quad (\text{IV.31})$$

$$\text{и} \int_{T_n}^{T(n+1)} dt' \exp(-pt') U(t', 0) = \exp(-pTn) \int_0^T dt' \exp(-pt') U(t', 0) U(nT, 0). \quad (\text{IV.32})$$

Используя (IV.27, 28) в выражении для супероператора  $U(p,t)$ :

$$U(p, t) = \int_t^{\infty} U(t', t) \exp(-p(t'-t)) dt' = \int_t^T U(t', t) \exp(-p(t'-t)) dt + \\ + \int_T^{2T} U(t', t) \exp(-p(t'-t)) dt + \int_{2T}^{3T} \dots + \dots, \quad (IV.33)$$

получим для спектрохронограмм [127]:

$$U(p, t) = \int_t^T U(t', t) \exp(-p(t'-t)) dt' + \int_0^T U(t', 0) \exp(-pt') dt' \cdot \\ \cdot [E - \exp(-pt) U(T, 0)]^{-1} U(T, t) \exp(-p(T-t)) \quad (IV.34)$$

и для усредненных по времени спектров:

$$U(p) = (1/T) \int_0^T U(p, t) dt, \quad (IV.35)$$

(E - единичная матрица в пространстве супероператора U). Из последних выражений (IV.34, 35) для простейших зависимостей L(t) можно получить аналитические результаты. Так, при ступенчатом характере изменения поля (IV.35) сводится к формуле, полученной в [122].

В случае произвольной (периодической) временной зависимости L(t) суперматрицы U(p) и U(p,t) могут быть вычислены с любой заданной точностью методом цепных дробей [141,127]. Последний основан на аппроксимации выражения для U(t<sub>k</sub>, t<sub>i</sub>)

$$\begin{aligned}
U(t_k, t_i) &= U^{-1}(t_i, t_k) = \frac{E}{E + \int_{t_k}^{t_i} ds_1 L(s_1) U(s_1, t_k)} = \\
&= \frac{E}{E + \int_{t_k}^{t_i} \frac{ds_1 L(s_1)}{E + \int_{s_1}^{t_k} \frac{ds_2 L(s_2)}{E + \dots}}} \quad (IV.36)
\end{aligned}$$

конечной дробью, для которой можно записать выражение [142]:

$$\begin{aligned}
U(t_{i+1}, t_i) &= [E - (h_i/2)L(t_{i+1}) - (h_i^2/12)L^2(t_{i+1}) + L'(t_{i+1})]^{-1} \cdot \\
&\cdot [E - (h_i/2)L(t_i) - (h_i^2/12)L^2(t_i) + L'(t_i)] + O(h_i^5), \quad (IV.37)
\end{aligned}$$

где  $h_i = t_{i+1} - t_i$ ,  $L'(t_i) = (dL(t)/dt)|_{t_i}$ . Для любого конечного временного интервала тогда супероператор  $U(t_m, t_0)$  может быть представлен так:

$$U(t_m, t_0) = \prod_{i=1}^m U(t_i, t_{i-1}). \quad (IV.38)$$

Процедуру усреднения спектра по ансамблю частиц можно проводить над  $U(t, 0)$ , так как сечение поглощения выражается линейно через  $U(t, 0)$ . Это приведет к замене в (IV.34,35) детерминированных супероператоров эволюции на усредненные:

$$\langle U(t, 0) \rangle = \sum g_i U_i(t, 0), \quad (IV.39)$$

где  $g_i$  - вероятность  $i$  пути с соответствующим супероператором  $U_i(t, 0)$ , суммирование проводится по всем путям, существующим к данному моменту времени.

Форма мёссбауэровских спектров суперпарамагнитных частиц зависит от времени суперпарамагнитной релаксации, т.е. от того, насколько быстро ориентация сверхтонкого поля меняется за время жизни ядра. Если, например, период изменения поля на ядре  $T_n$  велик по сравнению с временем жизни  $\tau_n=1/\gamma$  ( $\gamma$  - естественная ширина линии), тем самым спектрохронограммы сводятся к обычным мёссбауэровским спектрам для отдельных ориентаций (шестерка линий для  $^{57}\text{Fe}$ ). Если же  $T_n < \tau_n$ , то в течение времени жизни ядро успевает увидеть различные ориентации сверхтонкого поля, что соответствует многократному изменению направления сверхтонкого поля за время жизни ядра - происходит разрушение сверхтонкой структуры спектрохронограммы (коллапс-процесс). Условие  $T_n \approx \tau_n$  соответствует промежуточному режиму, где наряду с проявляющимся уже коллапсом сохраняются остатки квазиэнергетической структуры.

Рис. 19 представляет результаты численных расчетов. Модельной системой служит легкоосная суперпарамагнитная частица ( $\text{Fe}^{57}$ ), мёссбауэровский спектр которой в отсутствие радиочастотного поля представляет собой секстет. Выше температуры блокировки ( $1/T_n = \alpha_0 \exp(-Kv/kT) > 10^6-10^7 \text{ c}^{-1}$ ) без радиочастотного поля происходит релаксационный коллапс спектра - вырождение его в одиночную линию. Наличие модулирующего поля приводит к возникновению сателлитов. Данный эффект можно интерпретировать как результат появления когерентной составляющей (на частоте  $\Omega$ ) в спектре сверхтонкого поля. Интенсивность сателлитов можно связать с интенсивностью такой когерентной составляющей или сигнала на выходе рассматриваемой системы. Полученные графики позволяют отследить температурную зависимость интенсивности сателлитных линий, которая согласуется с моделью стохастического резонанса (роль сигнала и шума на входе системы играют радиочастотное поле и температура соответственно).

Если вести речь об управлении амплитудой переменного поля на мёссбауэровском ядре, регулируя температуру образца, то необходимо принять во внимание следующее замечание. Сателлитные линии в мёссбауэровских спектрах, возникающие в результате радиочастотной модуляции, будут наблюдаться при частотах модулирующего поля больших, чем  $\gamma$  (естественная ширина линии ядерного гамма-резонанса). Этим определяется нижний, но достаточно высокий (изотоп  $^{57}\text{Fe}$ ,  $\gamma \sim 10^6 \text{ с}^{-1}$ ) порог частот внешнего переменного поля [35]. Использование более высоких частот нежелательно, так как приводит к снижению величины эффекта (рис.6,14) и, следовательно, затруднит его наблюдение. Следовательно, частоты диапазона  $10^7 - 10^9 \text{ с}^{-1}$  могут использоваться в экспериментах по изучению поведения суперпарамагнитных частиц методом ядерной гамма-резонансной спектроскопии.

Из вышеизложенного следует, что изменения в мёссбауэровских спектрах в результате внешних произвольных периодических возмущений определяются структурой супероператоров (их Лаплас-образов)  $U(p)$ . Использование рекуррентных соотношений для  $U(p)$  позволяет проводить вычисления с матрицами конечного порядка по методике цепных дробей. В приближении тонкого поглотителя спектр прошедшего гамма-излучения есть линейная функция сечения поглощения, для расчета которого и использовался метод супероператоров Лиувилля.

Вычисления показывают, что наложение на суперпарамагнитную частицу ферромагнитного типа осциллирующего вдоль легкой оси радиочастотного поля, приведет к модуляции скоростей

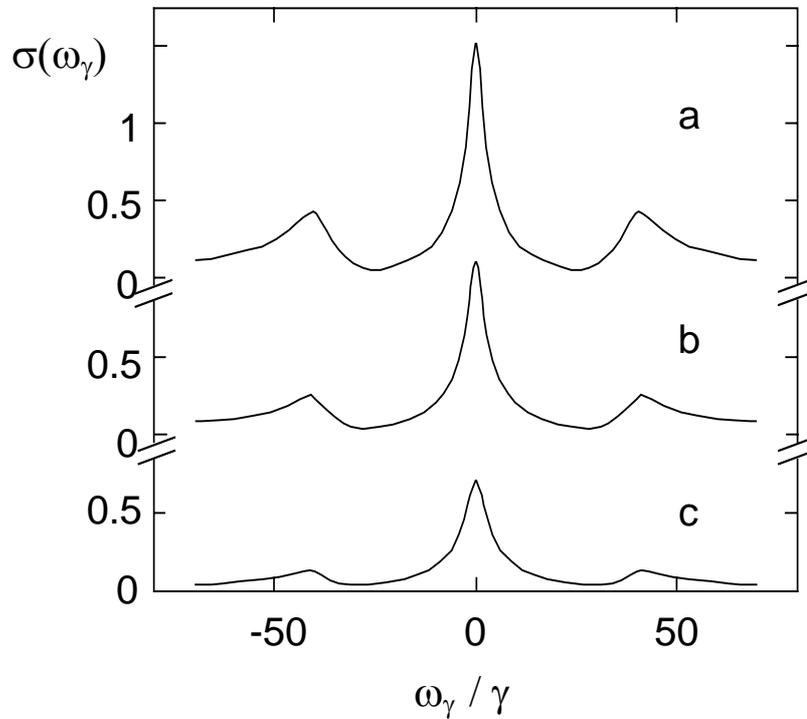


Рис.19. Сечение поглощения гамма-квантов для ядер модулированных суперпарамагнитных частиц при различных температурах.

a)  $T=300$  К, b)  $T=400$  К, c)  $T=200$  К.

суперпарамагнитной релаксации, внося изменения в характер флуктуаций сверхтонкого поля на ядре.

Эти специфические процессы, индуцируемые в системе суперпарамагнитных частиц радиочастотным полем, могут привести к

таким же изменениям формы мёссбауэровских спектров, какие вызываются когерентными полями - появлению сателлитных линий. При изменении температуры интенсивность сателлитов изменяется немонотонным образом, подтверждая концепцию стохастического резонанса. Приведена оценка диапазона частот модулирующего поля, возможного для экспериментального наблюдения эффекта стохастического резонанса методами ядерной гамма-резонансной спектроскопии.

## ГЛАВА V.

### ЭФФЕКТЫ КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ

В данной главе проводится исследование явления стохастического резонанса в системе частиц с магнитной анизотропией типа легкая ось при температурах, стремящихся к абсолютному нулю. В качестве механизма стохастического перемагничивания рассматривается макроскопическое квантовое туннелирование вектора магнитного момента однодоменных частиц.

#### V-1. Скорость туннелирования вектора магнитного момента.

Здесь мы рассмотрим несколько иной способ реализации стохастического резонанса в системе малых магнитных частиц. Метод описания явления, используемый в II и III главах - нахождение зависимости выходного сигнала от температуры - не подходит для подбарьерных (туннельных) переходов, так как температура кроссовера (температура, выше которой преобладают надбарьерные переходы) обычно очень низка (порядка 1К и ниже). Изменять температуру в таком ограниченном диапазоне неудобно, поэтому мы здесь применяем другой подход, используя дополнительное постоянное поле, приложенное перпендикулярно легкой оси. Ниже показывается, что такое поле можно использовать, как внешний фактор, регулирующий уровень шума в системе.

Равновесные легкие направления вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  однодоменной частицы соответствуют локальным минимумам энергии

$$E = - \mu_0 v \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} + A_{ik} M_i M_k + B_{iklm} M_i M_k M_l M_m + \dots , \quad (V.1)$$

где  $H$  - напряженность магнитного поля,  $A_{ik}$ ,  $B_{iklm}$  определяются магнитной анизотропией частицы. Так как  $\mathbf{M}$  - аксиальный вектор, любой минимум энергии при  $H=0$  является по крайней мере дважды вырожденным по отношению к двум противоположным направлениям  $\mathbf{M}$ . Если рассматривать  $\mathbf{M}$  как спиновый оператор, тогда проекция  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}$  на одно из легких направлений  $\mathbf{e}$  может не коммутировать с  $E$ . Это означает, что собственные значения  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}$  в общем случае не являются сохраняющимися квантовыми числами даже при  $H=0$ . Следовательно,  $\mathbf{M}$  может совершать туннельные переходы между минимумами энергии. Туннелирование снимает вырождение основного состояния и приводит частицу в состояние с наименьшей энергией, причем

$$\langle \mathbf{M} \rangle = 0 , \quad \langle \mathbf{M}^2 \rangle = M^2 . \quad (V.2)$$

Для двух последовательных измерений  $\mathbf{M}$  разделенных временным интервалом  $\Delta t$ , при  $T=0$  и  $H=0$  и при отсутствии диссипации, возникает эффект макроскопической квантовой когерентности [33]:

$$\langle \mathbf{M}(t) \mathbf{M}(t+\Delta t) \rangle = M^2 \cos(2W\Delta t) , \quad (V.3)$$

где  $\hbar W$  - матричный элемент туннелирования. При наличии магнитного поля, потенциал (V.1) имеет в общем случае один абсолютный максимум и несколько локальных минимумов, так что вероятен процесс макроскопического квантового туннелирования намагниченности из метастабильного состояния. Для макроскопической квантовой когерентности и макроскопического квантового туннелирования

ключевой величиной является скорость туннелирования, зависящая от макроскопических параметров, характеризующих однодоменные частицы.

Впервые на возможность квантового туннелирования магнитного момента малых частиц указали Бин и Ливингстон [31]. Были предложены два механизма процесса туннелирования. Первый [143] применим к относительно большим частицам, размеры которых много больше толщины доменной стенки. Он состоит в образовании доменной стенки, которая затем проходит через частицу, изменяя направление намагниченности. Так как энергетический барьер между двумя состояниями пропорционален объему частицы, то скорость туннелирования при таком механизме чрезвычайно мала. Для частиц, размеры которых меньше толщины доменной стенки, рассматривалось однородное подбарьерное вращение вектора намагниченности [86] при допущении существования эффективного момента инерции, связанного с вращением  $\mathbf{M}$ . Данный механизм перемагничивания соответствует нашему случаю, так как толщина доменной стенки железной частицы составляет примерно 40 нм [144]. Как показано в [33] эффективная инерция и туннелирование следуют непосредственно из квазиклассического рассмотрения динамики  $\mathbf{M}$ . Скорость туннелирования определяется величиной экстремального действия  $S_E$  в мнимом времени (евклидова действия) для перехода вектора  $\mathbf{M}$  из одной устойчивой ориентации в другую:

$$W \propto \exp(-S_E / \hbar) . \quad (\text{V.4})$$

#### V-1.1. Полное отсутствие термической активации.

Вычислять действие будем на основе инстантонной методики, используемой, например, в [33]. Расчеты производятся для температуры абсолютного нуля. Динамическое уравнение для вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  однодоменной частицы без учета диссипации записывается в виде

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \frac{\delta V}{\delta \mathbf{M}}, \quad (\text{V.5})$$

где  $\gamma$ -гиромагнитное отношение,  $V=E/v$  - плотность энергии системы. Вводя сферические углы  $\theta$  и  $\varphi$ , считая модуль намагниченности  $M$  постоянным и равным намагниченности насыщения, получим :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} \sin \theta &= \frac{\gamma}{Mv} \frac{\partial E}{\partial \varphi}, \\ \dot{\varphi} \sin \theta &= -\frac{\gamma}{Mv} \frac{\partial E}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (\text{V.6})$$

В этом случае действие имеет следующий вид [33]:

$$I = \int dt \left\{ \left( \frac{Mv}{\gamma} \right) \dot{\varphi} \cos \theta - E(\theta, \varphi) \right\}, \quad (\text{V.7})$$

что является отражением того факта, что

$$x = \varphi, \quad p = (Mv/\gamma) \cos \theta = \hbar S_z. \quad (\text{V.8})$$

( $S_z$  - Z-проекция полного спина частицы) и

$$L = \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{p} - E \quad - \text{Лагранжиан системы.} \quad (\text{V.9})$$

Энергия рассматриваемой одноосной магнитной частицы:

$$E(t) = V(t)v = K v \sin^2 \theta - \mu_0 H M v \sin \theta \cos \varphi + \\ + \mu_0 (\pi/2) H_1 M v \cos \theta \sin(\Omega t), \quad (\text{V.10})$$

где  $K$  - константа анизотропии,  $H$  - постоянное магнитное поле, направленное перпендикулярно легкой оси,  $(\pi/2)H_1$  - амплитуда переменного магнитного поля, направленного вдоль легкой оси. Для получения аналитического выражения для действия  $S_E$  рассматриваем статический потенциал

$$U = K v \sin^2 \theta - \mu_0 H M v \sin \theta \cos \varphi + \mu_0 H_1 M v \cos \theta, \quad (\text{V.11})$$

являющийся результатом усреднения (V.10) по половине периода модуляции. Необходимо производить усреднение именно по половине периода, так как в следующую половину периода потенциал становится уже не метастабильным, туннелирование из нижнего в верхний минимум невозможно. Как видно из (V.10) однодоменная частица, как и в случае тепловых флуктуаций, описывается бистабильным потенциалом. Однако существенное отличие от классического случая [45,99] заключается в дополнительном приложении перпендикулярного (по отношению к легкой оси) поля  $H$ . Данное поле является необходимым элементом для самого возникновения квантовых флуктуаций намагниченности, так как при сохранении аксиальной симметрии гамильтониана проекция вектора намагниченности на легкую ось  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}$  коммутирует с гамильтонианом (т.е.

является сохраняющимся квантовым числом) и, следовательно, туннелирование невозможно. Как будет показано ниже, величина этого перпендикулярного поля входит в выражение для скорости туннелирования, т.е. интенсивность квантовых флуктуаций намагниченности можно регулировать, изменяя величину напряженности  $H$ . Введение такого дополнительного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси, приводит, естественно, к смещению устойчивых ориентаций вектора намагниченности от направлений вдоль легкой оси. В стационарном случае (при  $H_1 = 0$ ) энергия системы имеет вид симметричной двойной потенциальной ямы; барьер, разделяющий два минимума исчезает при  $H=H_c = 2K/(\mu_0 M)$ . Таким образом, при значениях  $H$  меньших значений напряженности поля анизотропии система сохраняет режим бистабильности, причем устойчивым состояниям намагниченности соответствуют  $\varphi=0$ ,  $\sin\theta_0=H/H_c$ . Подставим (V.11) в систему дифференциальных уравнений (V.6):

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= -i \gamma \mu_0 H \sin \varphi \\ \dot{\theta} &= \frac{i \gamma}{M(2K \cos \theta - \mu_0 H M \operatorname{ctg} \theta \cos \varphi - \mu_0 H_1 M)} . \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

Приводя ее к дифференциальному уравнению 2-ого порядка, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} &= w_h^2 \frac{H_c}{H} \cos \theta \sqrt{1 + \frac{(d\theta/d\tau)^2}{w_h^2}} - \\ &- w_h^2 \operatorname{ctg} \theta \left[ 1 + \frac{(d\theta/d\tau)^2}{w_h^2} \right] - w_h^2 \frac{H_1}{H} \sqrt{1 + \frac{(d\theta/d\tau)^2}{w_h^2}} , \end{aligned} \quad (\text{V.13})$$

где  $\tau = it$  - мнимое время,  $w_h = \gamma \mu_0 H$ .

Аналитическое решение уравнения (V.13) может быть получено лишь для предельных случаев. При  $H \rightarrow 0$ , проекция  $M_z$  коммутирует с гамильтонианом, поэтому скорость туннелирования стремится к нулю. Аналитическое выражение для скорости перехода в стационарном случае, т.е. при  $H_1 = 0$  записывается в виде [33]:  $W \propto (H/H_c)^{2Mv/\hbar\gamma}$ . В другом предельном случае  $H \rightarrow H_c$ , устойчивым ориентациям вектора  $\mathbf{M}$  соответствуют направления, близкие к  $\mathbf{H}$ , т.е.  $\sin\theta_0 \rightarrow 0$ . Производя замену  $\delta = \pi/2 - \theta \ll 1$ , из уравнения (V.13) получим:

$$d^2\delta/d\tau^2 = w_h^2(\delta^3 + \delta^2 H_1/H - 2\varepsilon\delta + 2H_1/H)/2, \quad (V.14)$$

где  $\varepsilon = 1 - H/H_c \ll 1$ .

Чтобы получить выражение для евклидова действия (V.7) нужно найти пределы интегрирования, т.е. определить точки поворота. Для этого запишем уравнение на экстремумы энергии ( $\partial E/\partial\theta = 0$ ,  $\varphi = 0$ ):

$$\delta^3 - \frac{H_1}{H_c} \delta^2 - 2\varepsilon\delta + \frac{2H_1}{H_c} = 0. \quad (V.15)$$

Решение (V.15) имеет вид [145]:

$$\delta_n = H_1/(3H_c) + 2[2\varepsilon/3]^{1/2} \cos([\varphi_1 + 2\pi(n+2)]/3), \quad (V.16)$$

$$n = 0, 1, 2; \quad \cos\varphi_1 = -H_1/H_c [2/3\varepsilon]^{-3/2},$$

причем  $\delta_0$  и  $\delta_2$  - минимумы  $E$ ,  $\delta_1$  - максимум  $E$ . (рис.20).

В нестационарном случае (при наличии  $H_1$ ) бистабильность системы сохраняется при величинах перпендикулярного поля

$$H < H_{c1} = (1 - 3/2 [H_1/H_c]^{2/3}) H_c . \quad (V.17)$$

Решение уравнения (V.14):

$$\delta(\tau) = \delta_0 + \frac{2(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)}{(a - b) \operatorname{ch} \left[ \frac{\sqrt{(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)} w_h \tau}{2} \right]} - (2\delta_0 - a - b) , \quad (V.18)$$

где  $a = -2H_1/(3H) - \delta_0 + [4\varepsilon - 2\delta_0^2]^{1/2}$ ,  $b = -2H_1/(3H) - \delta_0 - [4\varepsilon - 2\delta_0^2]^{1/2}$  (рис.20).

Интегрирование (V.7) производим по переменной  $\delta$ . В этом случае евклидово действие вдоль инстантонной траектории движения вектора  $\mathbf{M}$  между точками поворота  $\delta_0$  и  $a$  записывается в виде:

$$S_E = \frac{1}{w_h} \int_{\delta_0}^a \frac{(2\mu_0 MH - 2K)v\varepsilon\delta^2 + (2K - 4\mu_0 MH)v\delta^4 / 4}{(\delta_0 - \delta)\sqrt{(\delta - a)(\delta - b)}} d\delta . \quad (V.19)$$

После соответствующих вычислений приходим к следующему выражению:

$$S_E = -\frac{1}{w_h} \left[ \left( 2(K - \mu_0 MH)v\varepsilon \left( \delta_0 + \frac{a+b}{2} \right) + \frac{2\mu_0 MH - K}{2} vC_1 \right) \cdot \ln \left( \frac{a-b}{2\delta_0 - a - b + 2\sqrt{(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)}} \right) - (2(K - \mu_0 MH)v\varepsilon + \frac{2\mu_0 MH - K}{2} v \left( \frac{1}{3} \delta_0^2 + C_2 \delta_0 + C_3 \right)) \sqrt{(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)} \right] , \quad (V.20)$$

где

$$C_1 = \delta_0^3 - \left( \frac{\delta_0^2}{2} + \frac{5(a+b)}{12} \right) ab + \frac{C_3(a+b)}{2} ,$$

$$C_2 = \frac{\delta_0}{2} + \frac{5(a+b)}{12} ,$$

$$C_3 = \delta_0^2 + \frac{3\delta_0(a+b)}{4} + \frac{15(a^2+b^2)}{24} + \frac{7ab}{12} .$$

Таким образом, нами получен аналитический результат [146] для действия  $S_E$ , определяющего скорость туннелирования вектора магнитного момента однодоменных частиц из метастабильного состояния, определяемого асимметричным потенциалом (V.11). Отметим еще раз, что выражение (V.20) справедливо лишь для предельного случая  $H \rightarrow H_c$ .

Произведем сравнение результатов для действия, полученных на основе различных моделей. Пользуясь результатами работы [33], справедливыми для симметричного потенциала ( $H_1 = 0$ ):

$$W \propto \exp \left[ - \frac{4M\varepsilon^{3/2}}{\eta\gamma} \right] , \quad (V.21)$$

авторы [36] предполагают, что скорость туннелирования для нестационарного случая, при условии малости амплитуды внешнего сигнала  $H_1 \cos(\Omega t + \phi)$ , записывается в виде

$$W \propto \exp \left[ - \frac{4M\varepsilon^{3/2}}{\eta\gamma} \left( 1 - \frac{H_1 \cos(\Omega t + \phi)}{H_c} \right) \right] . \quad (V.22)$$

Рис.20. Потенциальная энергия системы  $U$  (V.11).

Такое предположение, строго говоря, не лишено оснований, если учесть, что в случае малого потенциального барьера, который можно

аппроксимировать параболой, ВКБ-показатель связан с высотой потенциального барьера  $U_0$  следующим образом [147]:

$$\frac{S_E}{\eta} \approx \frac{2\pi U_0}{\eta\omega_0} \quad (V.23)$$

В этом можно легко убедиться на примере стационарного случая ( $H_1=0$ ) [33], где  $U_0 = Kv\varepsilon^2$ ,  $\omega_0 = \gamma\mu_0 H_{\text{eff}} = \gamma\mu_0 H_A / \cos\theta_0 = \gamma\mu_0 H_c \cos^2\theta_0 / \cos\theta_0 = \gamma 2K \sin\delta_0 / M = \gamma 2K(2\varepsilon)^{1/2} / M$ . Здесь  $H_A = H_c \cos^2\theta_0$  - поле анизотропии,  $\delta_0 = \pm(2\varepsilon)^{1/2}$  - углы, соответствующие двум устойчивым ориентациям  $\mathbf{M}$ .

$$\frac{S_E}{\eta} = \frac{4Mv\varepsilon^{3/2}}{\eta\gamma}, \quad \frac{2\pi U_0}{\eta\omega_0} = \frac{\pi Mv\varepsilon^{3/2}}{\sqrt{2}\eta\gamma} \quad (V.24)$$

Однако при наличии модуляции  $H_1(t)$ , как показывают наши численные расчеты, выражение (V.22) описывает высоту потенциального барьера при  $H \rightarrow H_c$  очень грубо.

На рис.21, 22 мы приводим для сравнения результаты по вычислению действия  $S_E$ , полученные на основе методов [36], [24] - численные расчеты (без разложения эффективного потенциала в кубическую параболу), нашего аналитического выражения (V.20) и на основе нашего численного метода (Рунге-Кутта четвертого порядка) решения уравнений (V.13, V.10). Как видно из рисунков наибольшее согласие всех моделей достигается при полях  $H$  близких к полю анизотропии  $H_c$ .

Далее хочется подчеркнуть особенность рассматриваемой системы при температуре абсолютного нуля, связанную с невозможностью туннелирования квантовой системы из состояния с более низким

минимумом энергии в состояние с более высоким, что по сути означает туннелирование сквозь барьер бесконечной ширины. Мы предлагаем здесь записать динамическую скорость переходов в виде выражения [146]:

$$W(t) = \omega_0 \exp(-S_E / \hbar) (1 + \sin \Omega t) / 2, \quad (\text{V.25})$$

которое является достаточно простой аналитической аппроксимацией строгой (при  $T=0$  К) ступенчатой формы скорости туннелирования:

$$W(t) = \begin{cases} W_+ = \omega_0 \exp(-S_E / \eta), & 2\pi m < \Omega t < (2m + 1)\pi \\ W_- = 0, & (2m + 1)\pi < \Omega t < 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2 \text{ К} \end{cases} \quad (\text{V.26})$$

Здесь  $\omega_0$  - частота попыток, которая определяется кривизной минимума потенциала и обычно приблизительно равна частоте ларморовой прецессии вокруг соответствующего эффективного поля  $\omega_0 \approx \gamma \mu_0 H / \cos \delta_0$ , что составляет для рассматриваемой железной частицы примерно  $10^9$ - $10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Представляя (V.25) в виде:

$$W(t) = 0.5(W_1 + W_2 \sin \Omega t), \quad (\text{V.27})$$

запишем на основе [50] по аналогии с (II.20,21) выражения, определяющие динамическую магнитную восприимчивость системы [146]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\chi &= \frac{M\sin\delta_0 W_1 W_2}{H_1(W_1^2 + \Omega^2)}, & \operatorname{Im}\chi &= \frac{M\sin\delta_0 W_2 \Omega}{H_1(W_1^2 + \Omega^2)}, \\ |\chi| &= \frac{M\sin\delta_0 W_2}{H_1\sqrt{W_1^2 + \Omega^2}}. \end{aligned} \quad (\text{V.28})$$

Данные соотношения являются аналитическим результатом, полученным в рамках модели дискретных ориентаций как решение управляющего уравнения (II.2) для скоростей подбарьерных переходов вектора магнитного момента однодоменной легкоосной частицы. Кривые, представленные на рис.23 отражают зависимость динамической магнитной восприимчивости от величины перпендикулярного поля  $H$ . Нами также получено численное решение (методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности) управляющего уравнения (II.2) для ступенчатой формы скорости туннелирования (V.26), вычисленной при изменяющейся во времени энергии системы (V.10). Результаты такого решения (рис.24) подтверждают достаточную адекватность модели (V.25), описывающей скорости туннелирования в нестационарном случае.

Результаты для зависимости  $\chi(H)$ , полученные по методу [36], имеют качественно подобную форму графиков, однако соответствующие абсолютные значения для восприимчивости получаются приблизительно на два порядка ниже.

Рис.21. Зависимость евклидова действия от величины напряженности постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси.  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $T = 0$  К,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>. а) аналитический результат (V.20), б) результат Заславского [24], в) результат наших численных расчетов, г) результат Григоренко и др. [36].

Рис.22. Зависимость евклидова действия от величины напряженности постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси.  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $T = 0$  К,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>.  
а) аналитический результат (V.20), б) результат Заславского [24], в) результат наших численных расчетов, г) результат Григоренко и др. [36].

#### IV-1.2. Случай конечных температур.

Выражение для скорости туннелирования при конечных температурах можно получить в результате учета возможности туннелирования не только со дна потенциальной ямы, но и с более высоких уровней  $E_n = (1/2 + n) \hbar \omega_0$  :

$$W_+ = \frac{1}{Z_0} \sum_{n=0}^{\infty} W(E_n) \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \quad Z_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right),$$

$$W_- = \frac{1}{Z_0} \sum_{n=N}^{\infty} W(E_n) \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right). \quad (\text{V.29})$$

Здесь введена скорость туннелирования системы с метастабильного уровня  $E_n$  сквозь параболический потенциальный барьер [147]:

$$W(E_n) = \omega_0 / (1 + \exp(-2\pi(E_n - U_0) / \hbar \omega_0)) . \quad (\text{V.30})$$

Рассматривая предельные значения данного выражения для уровней энергии, расположенных соответственно ниже и выше высоты потенциального барьера  $U_0$  , перепишем (V.29) в виде [148]:

Рис.23. Динамическая магнитная восприимчивость и ее компоненты для железной однодоменной частицы.  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $T = 0$  К,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>.

Рис.24. Сравнение результатов численного моделирования с аналитическим приближением (V.25).  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $T = 0$  К,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>. а) численный результат, б) аналитический результат (V.28).

$$\begin{aligned}
W_+ &\cong \frac{\omega_0}{Z_0} \left\{ \sum_{n=0}^{M-1} \exp\left(-2\pi\left(\frac{U_1}{\eta\omega_0} - \left(\frac{1}{2} + n\right)\right)\right) \exp\left(-\frac{\left(\frac{1}{2} + n\right)\eta\omega_0}{kT}\right) + \right. \\
&+ \left. \left(1 + \exp\left(-2\pi\left(\frac{1}{2} + M - \frac{U_1}{\eta\omega_0}\right)\right)\right)^{-1} \exp\left(-\frac{\left(\frac{1}{2} + M\right)\eta\omega_0}{kT}\right) + \right. \\
&+ \left. \sum_{n=M+1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\left(\frac{1}{2} + n\right)\eta\omega_0}{kT}\right) \right\} = \omega_0 \left\{ \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta\omega_0}{kT}\right)\right) \cdot \right. \\
&\cdot \left[ \frac{\exp\left(-\frac{2\pi U_1}{\eta\omega_0} + \pi\right) - \exp\left(-\frac{U_1}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right)}{1 - \exp\left(2\pi - \frac{\eta\omega_0}{kT}\right)} + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{U_1}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right) \right] + \\
&+ \left. \exp\left(-\frac{U_1}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right) \right\}, \tag{V.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_- &\cong \frac{\omega_0}{Z_0} \left\{ \sum_{n=N}^{N+M-1} \exp\left(-2\pi\left(\frac{U_2}{\eta\omega_0} - \left(\frac{1}{2} + n\right)\right)\right) \exp\left(-\frac{\left(\frac{1}{2} + n\right)\eta\omega_0}{kT}\right) + \right. \\
&+ \left. \left(1 + \exp\left(-2\pi\left(\frac{1}{2} + M + N - \frac{U_2}{\eta\omega_0}\right)\right)\right)^{-1} \exp\left(-\frac{\left(\frac{1}{2} + M + N\right)\eta\omega_0}{kT}\right) + \right. \\
&+ \left. \sum_{n=M+N+1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\left(\frac{1}{2} + n\right)\eta\omega_0}{kT}\right) \right\} = \omega_0 \left\{ \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta\omega_0}{kT}\right)\right) \cdot \right. \\
&\cdot \left[ \frac{\exp\left(-\frac{2\pi U_1}{\eta\omega_0} - \frac{U_2 - U_1}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right) - \exp\left(-\frac{U_2}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right)}{1 - \exp\left(2\pi - \frac{\eta\omega_0}{kT}\right)} + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{U_2}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right) \right] + \\
&+ \left. \exp\left(-\frac{U_2}{kT} + \frac{\eta\omega_0}{2kT}\right) \right\},
\end{aligned}$$

где  $U_1 = (1/2+M)\hbar\omega_0$ ,  $U_2 = (1/2+M+N)\hbar\omega_0$ .

Динамическая скорость переходов  $W(t)$  для случая конечных температур также определяется выражением (V.27), причем теперь  $W_1 = W_+ + W_-$ ,  $W_2 = W_+ - W_-$ . Очевидно, что выражение для динамической скорости переходов, полученное для отличных от нуля температур, переходит при  $T=0$  в выражение (V.26).

#### IV-2. Характеристики стохастического резонанса.

Рисунки 25, 26 представляют зависимость магнитной восприимчивости от уровня шума квантовых флуктуаций намагниченности при некоторых конечных температурах; рис. 27,28 показывают существенную роль квантового механизма при низких температурах [148].

Выражение для отношения сигнал/шум, являющееся основной характеристикой эффекта стохастического резонанса, записывается на основе параметров динамической скорости переходов по аналогии с (II.14) в виде:

$$\text{SNR} \cong \frac{\pi W_2^2}{4W_1} \quad (\text{V.32})$$

Рисунок 29 представляет зависимость отношения сигнал/шум SNR от величины приложенного перпендикулярного поля  $H$ .

Хотелось бы отметить некоторые ограничения параметров системы, учет которых необходим при проведении эксперимента по наблюдению стохастического резонанса в квантовом режиме. Как видно из рисунка 30, следует подбирать частицы с наименьшим объемом, для того, чтобы

увеличить углы  $\delta_0$  устойчивых ориентаций вектора намагниченности, что обеспечивает лучшее разрешение наблюдаемого эффекта. Однако, существует некоторый нижний предел возможного выбора объемов мелкодисперсных частиц, возникающий вследствие соотношений неопределенностей. Так, по оценке Вонсовского [149], ферромагнетизм как кооперативное явление разрушается при размерах частиц порядка  $d_0 \approx 1$  нм для веществ, обладающих высокой точкой Кюри ( $\Theta \approx 500$ - 1000 К). Этот критерий является результатом сопоставления «нулевой энергии» и энергии магнитного упорядочения:

$$\Delta\varepsilon_0 \cong \frac{(\Delta p)^2}{2m} \cong \frac{\eta^2}{2md_0^2}, \quad \Delta\varepsilon_M \cong k\Theta. \quad (V.33)$$

Выбор амплитуды внешнего переменного поля ограничен не только сверху требованием сохранения бистабильности системы (V.17).

Величина амплитуды переменного поля должна обеспечивать поправку  $\Delta E_1$  к энергии системы, превышающую величину расщепления основного уровня симметричного потенциала  $\Delta E_0$ . В противном случае, система будет вести себя так, как будто нет вообще никакого переменного поля, и возникнет эффект макроскопической квантовой когерентности, характерный для симметричного бистабильного потенциала [150]. Нетрудно оценить нижний предел амплитуд переменного поля  $H_1$ . Из соотношений  $\Delta E_1 = \mu_0 M H_1 v$  и  $\Delta E_0 = (\hbar\omega_0/\pi)\exp(-S_E/\hbar)$  [25], легко получаем:  $H_1 \gg \hbar\omega_0/(\pi\mu_0 M v)$ . Таким образом, для объемов  $v=10^{-26}$  м<sup>3</sup> железных частиц следует выбирать переменные поля с амплитудой, превышающей десятков А/м. Температура кроссовера, определяющая границу преобладающего влияния туннельного механизма переходов,  $T_c \sim U_0\hbar/(S_E k)$  зависит через

Рис.25. Магнитная восприимчивость при низких температурах.

$K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>.

а)  $T = 10^{-2}$  К, б)  $T = 5 \cdot 10^{-3}$  К, в)  $T = 0$  К.

Рис.26. Магнитная восприимчивость при различных от нуля температурах.

$K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>.

а)  $T = 0.5$  К, б)  $T = 0.2$  К, в)  $T = 0.1$  К.

Рис.27. Зависимость магнитной восприимчивости от величины перпендикулярного поля.  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^2$  с<sup>-1</sup>,  $T = 2.5 \cdot 10^{-3}$  К,  
а) учет квантовых и тепловых флуктуаций, б) учет только тепловых флуктуаций.

Рис.28. Зависимость магнитной восприимчивости от величины перпендикулярного поля.  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^2$  с<sup>-1</sup>,  $T = 10^{-3}$  К,  
а) учет квантовых и тепловых флуктуаций, б) только тепловые флуктуации.

Рис.29. Отношение сигнала к шуму.

$K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $H_1/H_c = 0.01$ ,  $v = 10^{-26}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>.

а)  $T = 0.4$  К, б)  $T = 0.2$  К, в)  $T = 0$  К.

Рис.30. Вещественная часть магнитной восприимчивости при различных объемах частиц.

$$K = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3, M = 1.72 \cdot 10^6 \text{ А/м}, H_1/H_c = 0.01, \Omega = 10^5 \text{ с}^{-1}, T = 0 \text{ К}, \\ v_1 = 5 \cdot 10^{-27} \text{ м}^3, v_2 = 10^{-26} \text{ м}^3.$$

евклидово действие от многих параметров системы, и прежде всего, от объема частицы и величины напряженности постоянного поля  $H$ .

Однако, даже при минимальных  $H$ , значения  $T_c$  для железных однодоменных частиц составляют примерно 0.01-0.1 К. Нужно учитывать, что при уменьшении размеров частиц увеличивается поле анизотропии [10]. Это происходит вследствие влияния атомов поверхности и приводит к некоторому снижению эффекта. Для железных частиц диаметром 20 нм константа анизотропии примерно в 5 раз выше константы анизотропии соответствующего массивного образца [151].

Полезно заметить, что с точки зрения возможности наблюдения стохастического резонанса в квантовом режиме, рассматриваемый эффект имеет достаточно хорошее разрешение, т.е. значениям внешнего переменного поля, близким к критическому  $H_c$  соответствуют достаточно большие углы устойчивых ориентаций вектора магнитного момента:

при  $H_1 = 0$ ,

$H/H_c = 0.9$	$\delta_0 \cong 26^\circ$ ,
0.99	$8^\circ$ ,
0.999	$2.6^\circ$ ,
0.9999	$0.8^\circ$ ,

при  $H_1/H_c = 0.01$ ,

$H/H_{c1} = 0.9$	$\delta_0 \cong 31^\circ$ ,
0.99	$18^\circ$ ,
0.999	$14^\circ$ ,
0.9999	$13^\circ$ .

В настоящее время существуют экспериментальные установки на базе SQUID, позволяющие регистрировать скачки вектора магнитного

момента единственной изолированной однодоменной частицы при температурах, близких к 0 К [152].

Здесь мы не учитываем влияние процессов диссипации на динамику намагниченности [78, 150, 153]. Такие процессы могут являться результатом взаимодействия с фононами, ядерными спинами, возмущениями Стонера, вихревыми токами в магнетиках. За исключением ядерных спинов и возмущений Стонера, влияние других механизмов обычно мало.

Итак, в данной главе рассмотрен квантовый механизм реализации эффекта стохастического резонанса в системе малых магнитных частиц в рамках модели дискретных ориентаций и на основе численного моделирования. Введены необходимые поправки в динамическую скорость туннелирования вектора магнитного момента, отражающие квантовый характер рассматриваемой системы. Произведен учет влияния конечных температур на скорость туннелирования и основные характеристики стохастического резонанса. Результаты сравниваются с соответствующими результатами для классического механизма реализации стохастического резонанса в системе суперпарамагнитных частиц - надбарьерными тепловыми переходами намагниченности. Показано, что наличие постоянного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси, является необходимым условием возникновения стохастического резонанса в квантовом режиме. Определен диапазон изменения внутренних и внешних параметров системы, обеспечивающий максимальное взаимовлияние сигнала и шума.

## ГЛАВА VI.

### ВЛИЯНИЕ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ НА ДИНАМИКУ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ЧАСТИЦЫ В УСЛОВИЯХ СТОХАСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

В данной главе исследуется вопрос о характере влияния дополнительного постоянного поля, приложенного к одноосной суперпарамагнитной частице, на динамическую магнитную восприимчивость системы и отношение сигнал/шум системы. Отдельно рассмотрены случаи для постоянного поля, приложенного вдоль и перпендикулярно легкой оси. Расчеты выполнены в рамках модели дискретных ориентаций на основе управляющего уравнения для крамерсовых скоростей надбарьерных переходов вектора магнитного момента частицы.

В отсутствие постоянного магнитного поля стабильным состояниям системы соответствуют два противоположные направления вектора магнитного момента вдоль легкой оси частицы ( $\theta=0$  и  $\theta=\pi$ ). Наличие дополнительного постоянного магнитного поля приводит к смещению в пространстве устойчивых ориентаций вектора магнитного момента одноосной суперпарамагнитной частицы относительно ее легкой оси в плоскости, образованной легкой осью и вектором напряженности  $\mathbf{H}$  такого поля. Подобная задача рассматривалась в работе [154], авторы которой решали систему дифференциально-разностных уравнений для

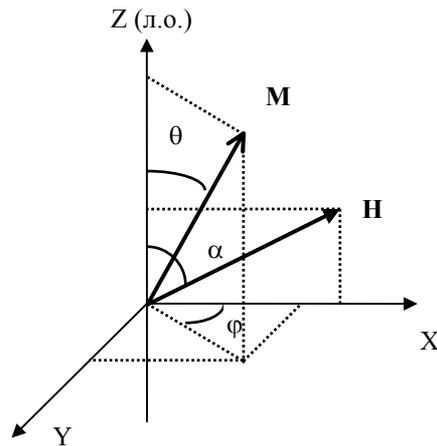
усредненных сферических гармоник. Существуют экспериментальные доказательства справедливости формулы для скорости Крамерса  $W \sim \exp(-Kv/(kT))$  суперпарамагнитной релаксации наночастиц с легкоосной магнитной анизотропией [155]. Были также проведены опыты и с приложением дополнительного постоянного поля на единичных  $\text{Co}$  и  $\text{BaFeCoTiO}$  частицах [156], которые показали хорошее соответствие между экспериментально полученными значениями времен релаксации для одноосных однодоменных частиц и результатами модели Брауна-Крамерса [28]. Еще более полное соответствие наблюдалось при сравнении результатов этого эксперимента с параметрами релаксации, определенными на основе численного решения уравнения Фоккера-Планка (без внешней модуляции).

Здесь же проблема теоретически исследуется в приближении двух состояний в динамике и изучается влияние постоянных полей на основные характеристики стохастического резонанса.

Энергия частицы в данном случае в отсутствие модулирующего переменного поля записывается в виде:

$$E = -Kv \cos^2 \theta - \mu_0 M H v (\cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha \cos \varphi) . \quad (\text{VI.1})$$

Здесь  $\theta$ - угол между легкой осью и вектором магнитного момента частицы (полярный угол в сферической системе координат, где ось  $Z$  направлена вдоль легкой оси),  $\alpha$ - угол между легкой осью и вектором  $\mathbf{H}$  (пусть  $\mathbf{H}$  лежит в плоскости  $XZ$ ),  $\varphi$ - угол между проекцией вектора  $\mathbf{M}$  на плоскость  $XY$  и осью  $X$  (азимутальный угол в сферической системе координат).



Энергия (VI.1) принимает минимальные значения при  $\varphi=0$ , что соответствует некоторым ориентациям вектора  $\mathbf{M}$  в плоскости  $XZ$ . Удобно сначала отдельно рассмотреть частные случаи для постоянного поля, направленного перпендикулярно и параллельно легкой оси. Помимо упрощения расчетов и возможности получения аналитических результатов, такая процедура позволяет наглядно представить влияние перпендикулярной и продольной компонент дополнительного постоянного поля на поведение магнитного момента.

### VI-1. Постоянное магнитное поле, приложенное перпендикулярно легкой оси

В данном случае в отсутствие переменного поля двухъямный потенциал

$$E(\theta) = -Kv \cos^2 \theta - \mu_0 M H v \sin \theta \quad (\text{VI.2})$$

имеет максимум при  $\theta_2 = \pi/2$  и минимумы при  $\theta_1 = \arcsin(\mu_0 M H / (2K))$ ,  $\theta_3 = \pi - \arcsin(\mu_0 M H / (2K))$ . При этом стабильные состояния остаются

эквивалентными по значениям энергии системы. Высота потенциального барьера, разделяющего минимумы равна

$$\Delta U = E(\theta_2) - E(\theta_1) = K v - \mu_0 M H v + \mu_0^2 M^2 H^2 v / (4K) . \quad (\text{VI.3})$$

С ростом величины  $H$  устойчивые ориентации вектора магнитного момента частицы смещаются в направлении постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси. Бистабильность системы исчезает при значении напряженности  $H = 2K / (\mu_0 M)$  - остается только один минимум при  $\theta = \pi/2$ .

В условиях модуляции частицы слабым внешним полем  $H_1 \cos(\Omega t)$ , приложенным вдоль легкой оси двухъямный потенциал

$$E(\theta, t) = -K v \cos^2 \theta - \mu_0 M H v \sin \theta - \mu_0 M H_1 v \cos \theta \cos(\Omega t) , \quad (\text{VI.4})$$

начинает «раскачиваться»: в одну половину периода модуляции  $2\pi/\Omega$  правый минимум становится более высоким, а левый - более низким; в другую половину периода - наоборот. Подчеркнем еще раз, что рассматриваемый внешний периодический сигнал предполагается слабым настолько, что не способен вызвать изменение ориентации вектора магнитного момента частицы, то есть переход системы из одного минимума в другой под действием только одного радиочастотного поля невозможен. Это предполагает выполнение условия  $\mu_0 M H_1 v < \Delta U$ . Термическая активация системы увеличивает скорость тепловых скачков вектора магнитного момента суперпарамагнитной частицы, что приводит к возможности преодоления потенциального барьера. По аналогии с расчетами, выполненными в главе 2, используем приближение дискретных ориентаций. При этом динамическая переменная  $x = M \cos \theta$  -

значение проекции вектора намагниченности на легкую ось может принимать только два возможных значения:

$$\pm M_0 = \pm M \cos \theta_1 = \pm M \sqrt{1 - \frac{(\mu_0 M H)^2}{4K^2}} . \quad (\text{VI.5})$$

Скорость Крамерса  $W_{\pm}(t)$  - скорость выхода из  $\pm$  состояния, соответствующего устойчивым направлениям вектора магнитного момента частицы под углами  $\theta_1, \theta_3$  по отношению к легкой оси - запишем по аналогии с (II.6) в виде :

$$W_{\pm}(t) = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U}{kT} \pm \mu_0 \frac{M_0 H_1 v}{kT} \cos \Omega t\right) . \quad (\text{VI.6})$$

Частота попыток  $\alpha_0$  имеет величину порядка частоты ферромагнитного резонанса и для железных однодоменных частиц обычно равна  $10^9 - 10^{10} \text{ c}^{-1}$ .

Выполнив вычисления, аналогичные представленным в главе 2 (II.7)-(II.14), получим отношение мощностей сигнала и шума на выходе системы:

$$\text{SNR} = \frac{\pi M_0^2 W^2 A^2}{2(W^2 + \Omega^2)} \left( \frac{W^2 + \Omega^2}{2M_0^2 W} \right) \left( 1 - \frac{W^2 A^2}{2(W^2 + \Omega^2)} \right)^{-1} \cong \frac{\pi A^2 W}{4} . \quad (\text{VI.7})$$

Здесь и далее

$$W = 2\alpha_0 \exp(-\Delta U/(kT)) \quad (\text{VI.8})$$

есть удвоенная Крамерсова скорость выхода системы из одного из минимумов симметричного немодулированного потенциала (VI.2),

$$A = \mu_0 M_0 H_1 v / (kT) \quad (\text{VI.9})$$

есть безразмерная амплитуда внешней модуляции. Температурная зависимость SNR, представленная на рис.31, имеет типичную для стохастического резонанса колоколообразную форму [157]. В расчетах используются следующие параметры модулированной железной однодоменной частицы:  $K = 4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M = 1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v = 10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega = 10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H_1 = 10^3$  А/м. С увеличением величины напряженности постоянного поля  $H$  высота потенциального барьера, разделяющего минимумы, уменьшается, и отношение сигнал/шум возрастает. При значениях напряженности  $H$  выше  $3 \cdot 10^4$  А/м потенциальный барьер исчезает, и подкоренное выражение в (VI.5) принимает отрицательные значения. Рассматриваемый эффект имеет достаточно хорошее разрешение сточки зрения возможности наблюдения - устойчивые ориентации вектора магнитного момента частицы не слишком отклоняются от легкой оси. Например, при  $H = 0$  А/м  $\theta_1 = 0^\circ$ , при  $H = 10^3$  А/м  $\theta_1 = 1.5^\circ$ , при  $H = 5 \cdot 10^3$  А/м  $\theta_1 = 7.7^\circ$ , а при  $H = 10^4$  А/м  $\theta_1 = 15.6^\circ$ . Приняв во внимание (II.19), получим асимптотическое среднее, зависящее от времени, значение  $\langle x(t) \rangle$ :

$$\begin{aligned} \langle x(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx = \frac{M_0 A W \cos(\Omega t - \phi)}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} = \\ &= \frac{M_0 A W \cos \phi \cos \Omega t}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} + \frac{M_0 A W \sin \phi \sin \Omega t}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} . \end{aligned} \quad (\text{VI.10})$$

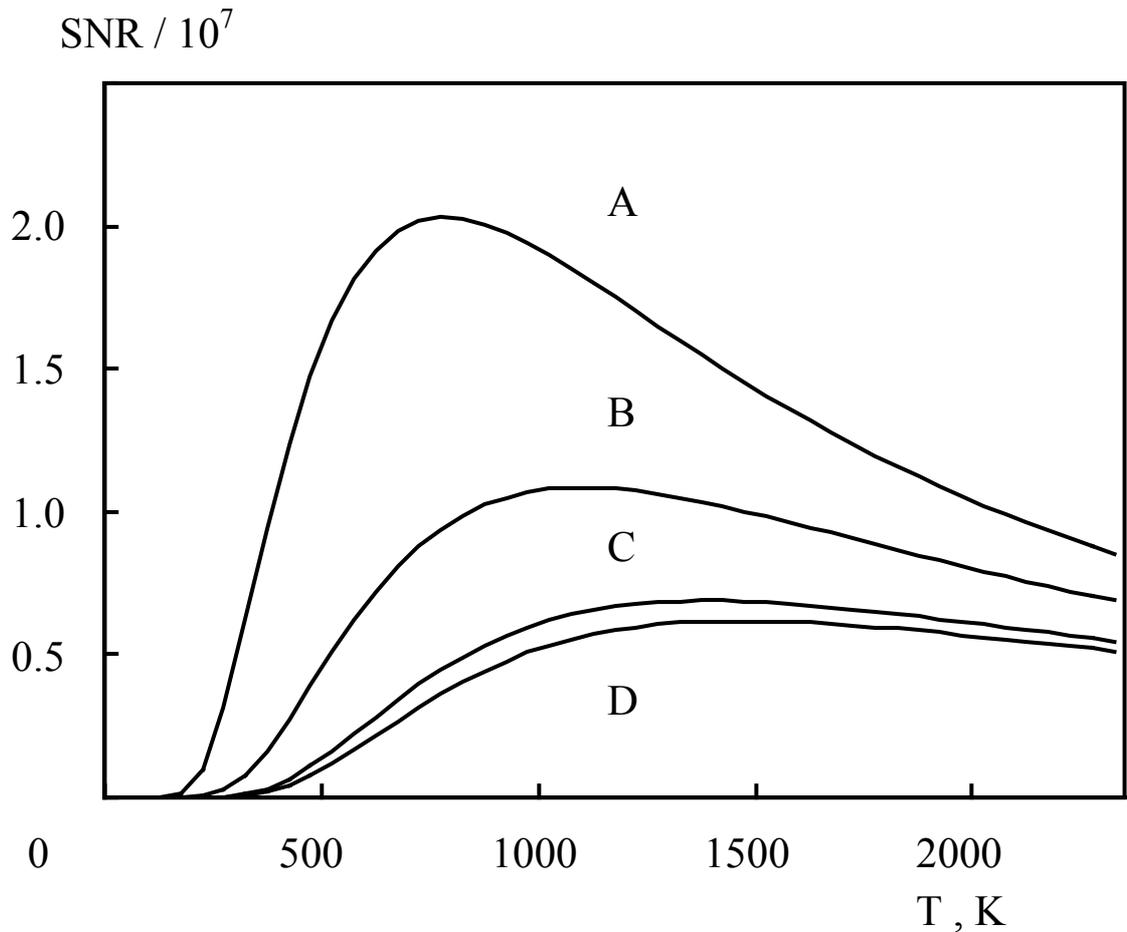


Рис.31. Зависимость отношения мощностей выходного сигнала и шума от температуры  $T$  для железной суперпарамагнитной частицы.

a)  $H=10^4$  А/м, b)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м, c)  $H=10^3$  А/м, d)  $H=0$ .

Реальная часть восприимчивости (соответствующая компоненте  $M$ , синфазно меняющейся с внешним полем) и мнимая часть (описывающая компоненту намагниченности, отстающую от  $H_1(t)$  по фазе на  $\pi/2$ ) определяются соотношениями [157, 158] :

$$\operatorname{Re}\chi = \frac{M_0 A W \cos\phi}{H_1 \sqrt{W^2 + \Omega^2}} = \frac{M_0 A W^2}{H_1 (W^2 + \Omega^2)}, \quad (\text{VI.11})$$

$$\operatorname{Im}\chi = \frac{M_0 A W \sin\phi}{H_1 \sqrt{W^2 + \Omega^2}} = \frac{M_0 A W \Omega}{H_1 (W^2 + \Omega^2)}.$$

При этом абсолютная величина восприимчивости

$$|\chi| = \sqrt{(\operatorname{Re}\chi)^2 + (\operatorname{Im}\chi)^2} = \frac{M_0 A W}{H_1 \sqrt{W^2 + \Omega^2}}. \quad (\text{VI.12})$$

Комплексная магнитная восприимчивость рассматриваемой железной однодоменной легкоосной частицы представлена на рис.32-34 как функция температуры образца.

Дополнительное постоянное поле  $H$ , приложенное перпендикулярно легкой оси, приводит к изменению значений величины потенциального барьера  $\Delta U$  (VI.3), входящей в  $W$  (VI.8), и проекций вектора намагниченности  $M_0$  (VI.5) на легкую ось в устойчивых состояниях. Как видно из рисунков, наличие такого поля приводит к увеличению отклика системы на внешнее возмущение.

По аналогии с ситуацией, рассмотренной в главе 5, можно исследовать величину эффекта в зависимости от напряженности

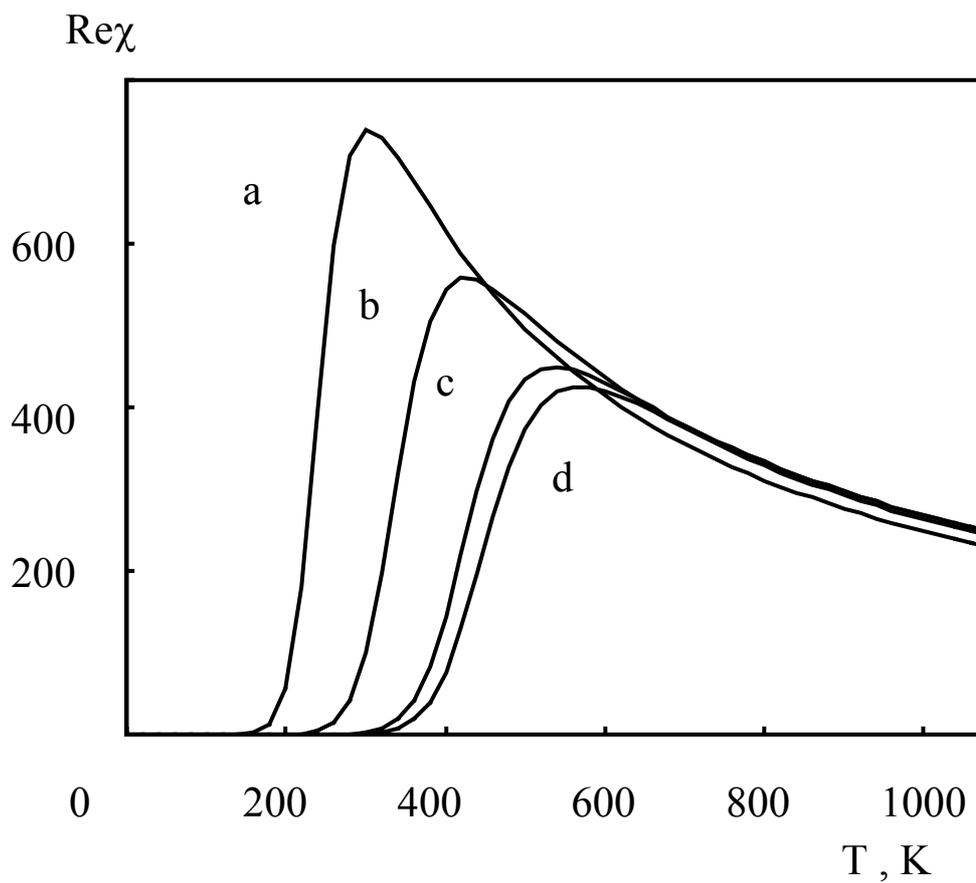


Рис.32. Вещественная часть динамической магнитной восприимчивости для железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса при наличии дополнительного постоянного поля, перпендикулярного легкой оси.  $\Omega=10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $H_1=10^3 \text{ А/м}$ .  
 а)  $H=10^4 \text{ А/м}$ , б)  $H=5 \cdot 10^3 \text{ А/м}$ , в)  $H=10^3 \text{ А/м}$ , г)  $H=0$ .

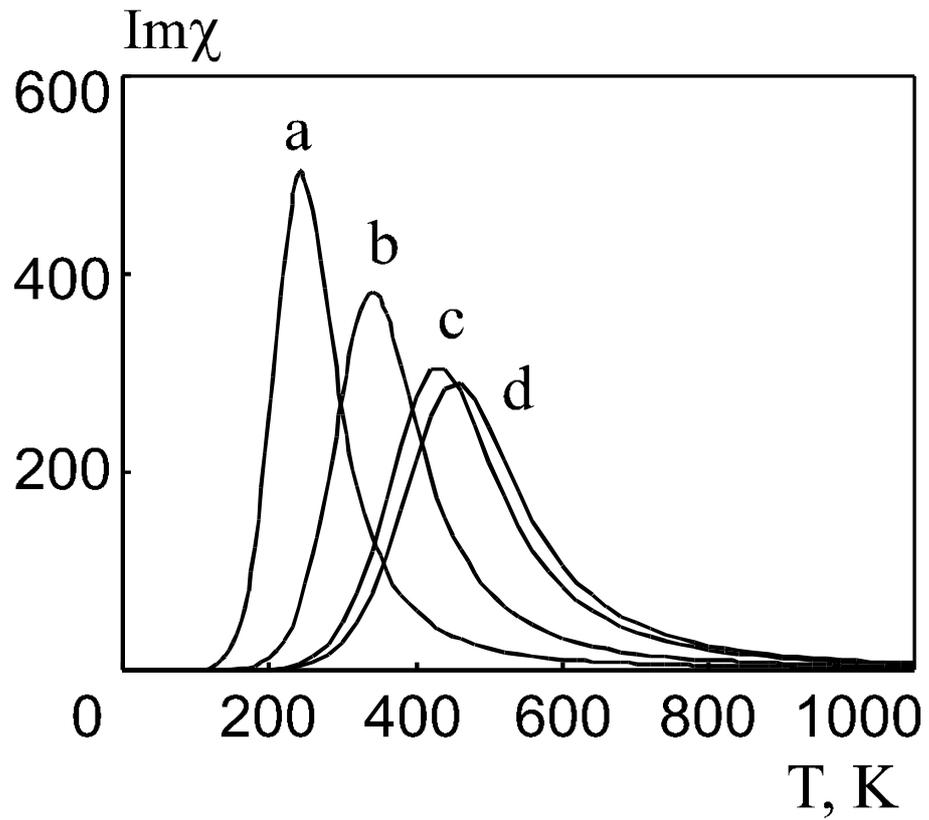


Рис.33. Температурная зависимость мнимой части динамической магнитной восприимчивости для железной суперпарамагнитной частицы.

a)  $H=10^4$  А/м, b)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м, c)  $H=10^3$  А/м, d)  $H=0$ .

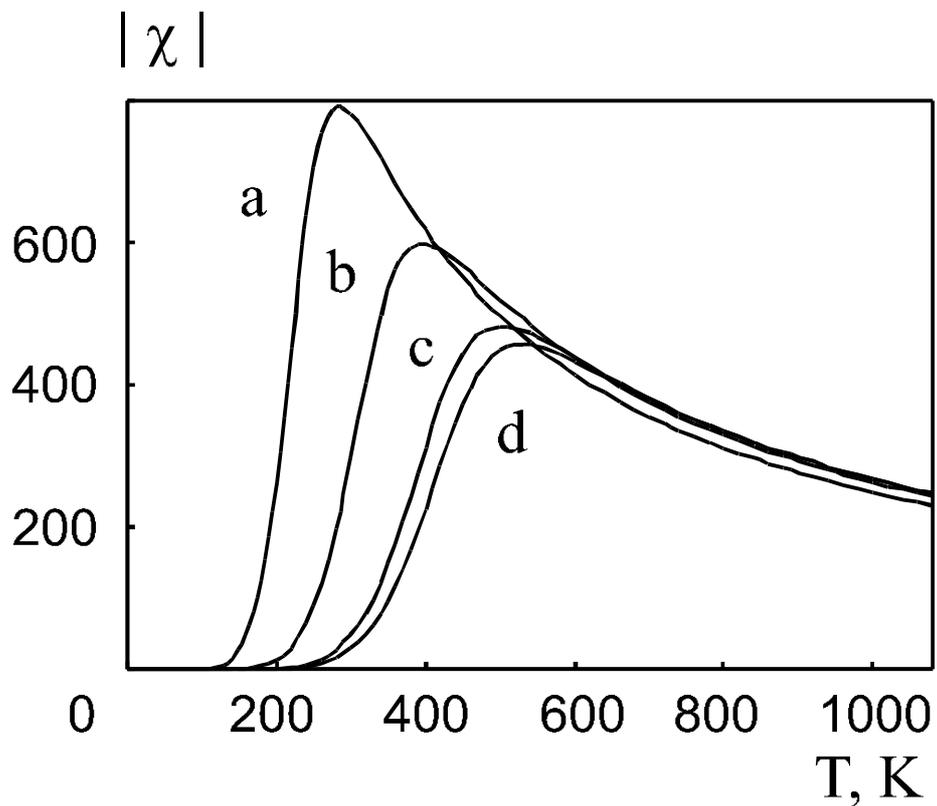


Рис.34. Абсолютное значение динамической магнитной восприимчивости для железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса при различных  $H$  .

a)  $H=10^4$  А/м, b)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м, c)  $H=10^3$  А/м, d)  $H=0$ .

постоянного магнитного поля перпендикулярного легкой оси. То есть регулировка внутреннего шума в системе – интенсивностей хаотических надбарьерных переходов вектора магнитного момента наночастицы между двумя минимумами – достигается не изменением температуры образца (иногда это неудобно или невозможно, скажем при температурах

близких к точке Кюри), а вариацией величины напряженности постоянного магнитного поля [158].

Динамическая магнитная восприимчивость железной однодоменной легкоосной частицы представлена на рисунках 35, 36, 37 как функция напряженности внешнего постоянного поля  $H$  при фиксированных температурах. Вид таких кривых также подтверждает сущность явления стохастического резонанса – прохождение через максимум немонотонной зависимости отклика системы на слабое внешнее периодическое воздействие при увеличении уровня шума в бистабильной системе. На рисунке 38 показана температурная зависимость разности фаз между входным и выходным сигналами.

#### VI-2. Динамическая магнитная восприимчивость модулированной одноосной суперпарамагнитной частицы по отношению к пробному полю.

В работах [45,46] был предложен двухчастотный радиоспектроскопический способ наблюдения стохастического резонанса в системе мелких магнитных частиц (в отсутствие дополнительного постоянного поля) и вычислена мнимая часть магнитной восприимчивости для пробного переменного поля. По аналогии с [45] рассмотрим сканирование модулированной

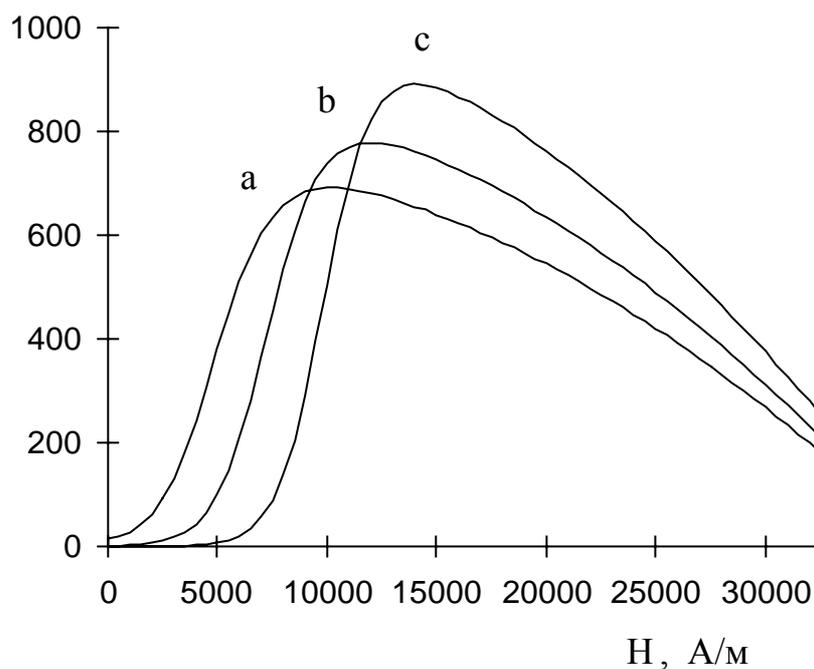


Рис.35. Вещественная часть динамической магнитной восприимчивости для железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса при наличии дополнительного постоянного поля, перпендикулярного легкой оси.  $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega=10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H_1=10^3$  А/м.  
 а)  $T = 350$  К, б)  $T = 300$  К, в)  $T = 250$  К.

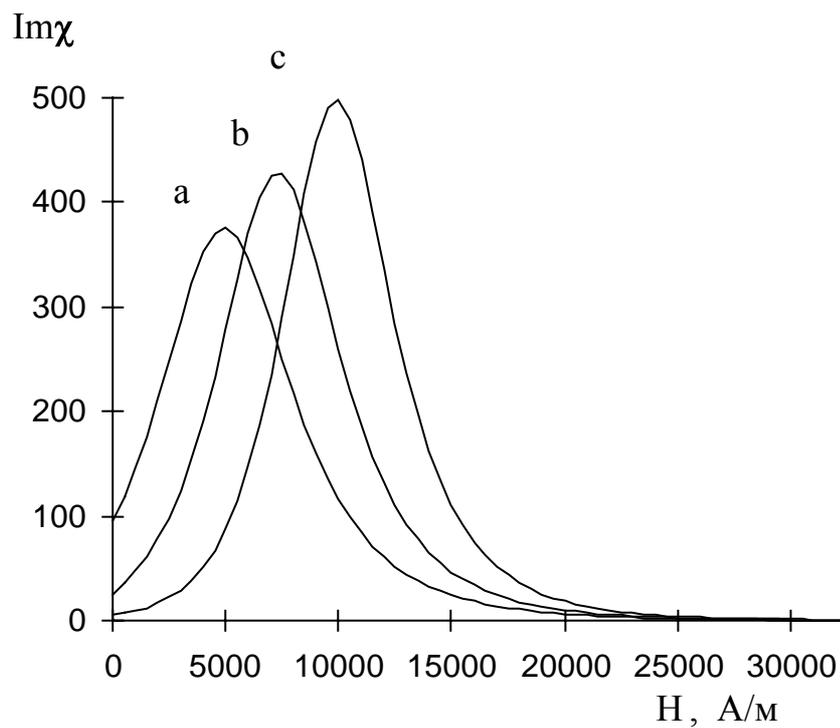


Рис.36. Мнимая часть динамической магнитной восприимчивости для железной суперпарамагнитной частицы.

a)  $T = 350$  К, b)  $T = 300$  К, c)  $T = 250$  К.

$|\chi|$

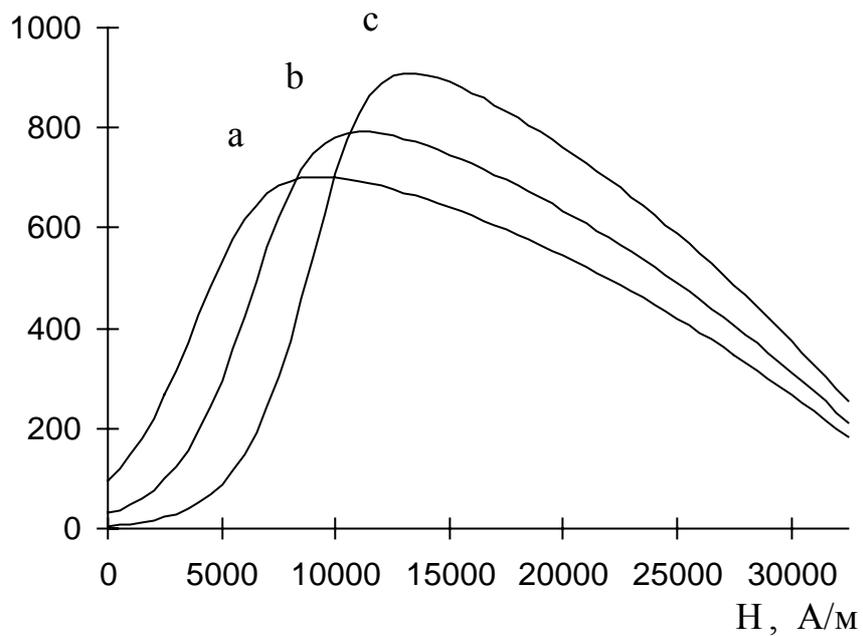


Рис.37. Абсолютное значение динамической магнитной восприимчивости для железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса.

a)  $T = 350 \text{ K}$ , b)  $T = 300 \text{ K}$ , c)  $T = 250 \text{ K}$ .

$\phi$ , рад.

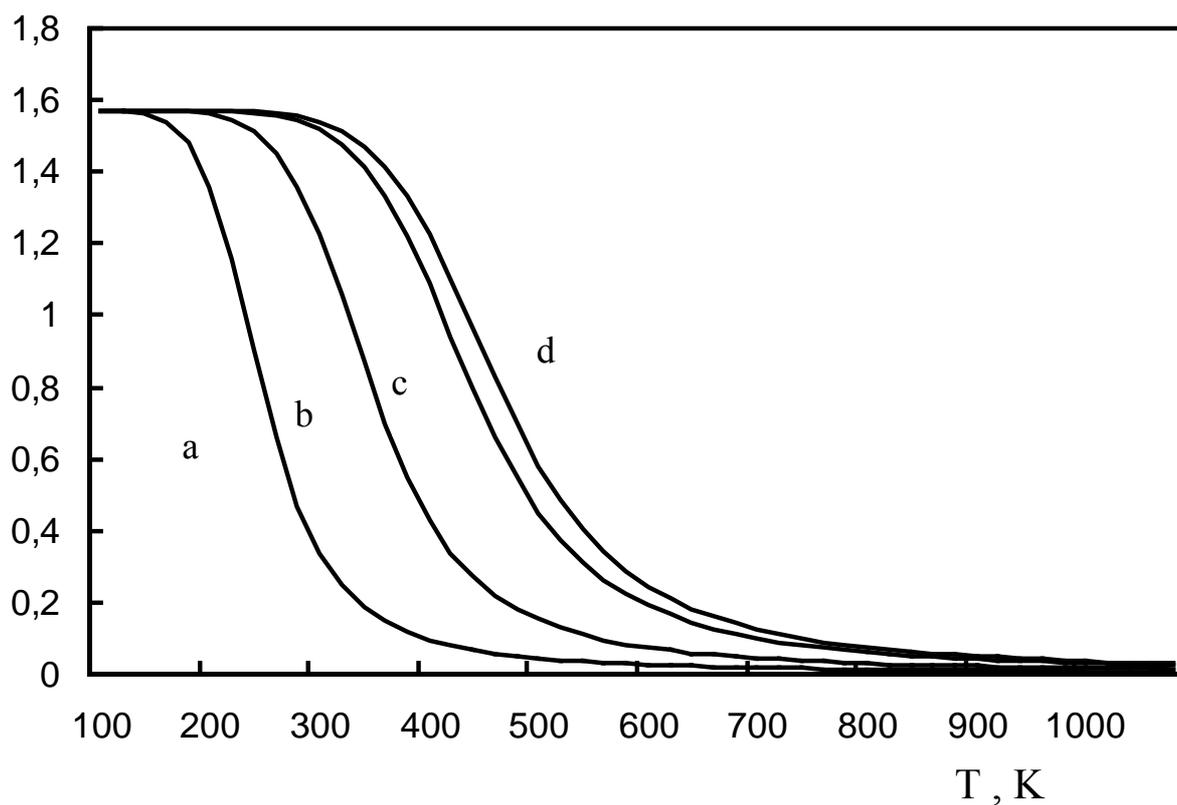


Рис.38. Фазовый сдвиг  $\varphi = \arctan[\text{Im}\chi(\Omega)/\text{Re}\chi(\Omega)]$  из (VI.10) между регулярной компонентой динамики  $\mathbf{M}$  на частоте модуляции  $\Omega$  и внешним переменным полем  $\mathbf{H}\cos\Omega t$  в зависимости от температуры при различных значениях напряженности постоянного магнитного поля.

a)  $H_1=10^4$  А/м, b)  $H_1=5 \cdot 10^3$  А/м, c)  $H_1=10^3$  А/м, d)  $H_1=0$ .

радиочастотным полем  $H_1\cos\Omega t$  частицы пробным полем  $H_2\cos\omega t$ , приложенным вдоль легкой оси, то есть ситуацию, когда энергия системы имеет вид:

$$E(t) = -Kv \cos^2 \theta - \mu_0 MHv \sin \theta - \mu_0 MH_1 v \cos \theta \cos(\Omega t) - \mu_0 MH_2 v \cos \theta \cos(\omega t). \quad (\text{VI.13})$$

Мнимую часть динамической магнитной восприимчивости выразим через спектральную плотность (предварительно заменив в П.13  $M \rightarrow M_0$  (VI.5),  $W_0 \rightarrow W$  (VI.8), и используя для  $A$  выражение (VI.9)) на основании флуктуационно-диссипационной теоремы :

$$\begin{aligned} \text{Im } \chi(\omega) &= \frac{\mu_0 v \Omega}{2kT} S(\omega) = \\ &= \left( 1 - \frac{W^2 A^2}{2(W^2 + \Omega^2)} \right) \frac{\mu_0 v M_0^2 \Omega W}{kT(W^2 + \omega^2)} + \frac{\pi \mu_0 v M_0^2 \Omega W^2 A^2}{4kT(W^2 + \Omega^2)} \delta(\omega - \Omega). \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

Получим вещественную часть восприимчивости [159], соответствующую синфазному отклику системы на внешнее возмущение, используя соотношение Крамерса - Кронига, полагая при этом  $\text{Re } \chi(\infty) \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} \text{Re } \chi(\omega) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im } \chi(y) dy}{y - \omega} \underset{\text{v.p.}}{=} \frac{\mu_0 v M_0^2 \Omega W}{2kT(W^2 + \Omega^2)} \cdot \\ &\cdot \left( \left( \frac{2}{\pi} \ln \left( \frac{\omega}{W} \right) + \frac{\omega}{W} \right) \frac{W^2 A^2 - 2(W^2 + \Omega^2)}{W^2 + \omega^2} + \frac{W A^2}{\Omega - \omega} \right). \end{aligned} \quad (\text{VI.15})$$

На рисунках 39 и 40 представлены компоненты восприимчивости (VI.14) и (VI.15), вычисленные по отношению к пробному полю при наличии постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси железной суперпарамагнитной частицы ( $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega=2 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H_1=H_2=10^3$  А/м). Форма графиков восприимчивости в зависимости от сканирующей частоты указывает на наличие отличной от нуля периодической составляющей в

динамике вектора магнитного момента частицы в условиях стохастического резонанса.

### VI-3. Постоянное магнитное поле, приложенное параллельно легкой оси.

Магнитная энергия одноосной однодоменной ферромагнитной частицы при наличии дополнительного внешнего постоянного магнитного поля, приложенного вдоль одного из направлений легкой оси имеет вид :

$$E(\theta) = -Kv \cos^2 \theta - \mu_0 M H v \cos \theta \quad . \quad (VI.16)$$

Двухъямный асимметричный потенциал (VI.16) имеет минимумы при  $\theta_1=0, \theta_2=\pi$  и максимум при

$$\theta_3 = \arccos\left(-\frac{\mu_0 M H}{2K}\right) \quad . \quad (VI.17)$$

Высоты потенциальных барьеров для двух ям равны (рис.41):

$$\Delta U_1 = E(\theta_3) - E(0) = \frac{(\mu_0 M H)^2 v}{4K} + Kv + \mu_0 M H v \quad , \quad (VI.18)$$

$$\Delta U_2 = E(\theta_3) - E(\pi) = \frac{(\mu_0 M H)^2 v}{4K} + Kv - \mu_0 M H v \quad . \quad (VI.19)$$

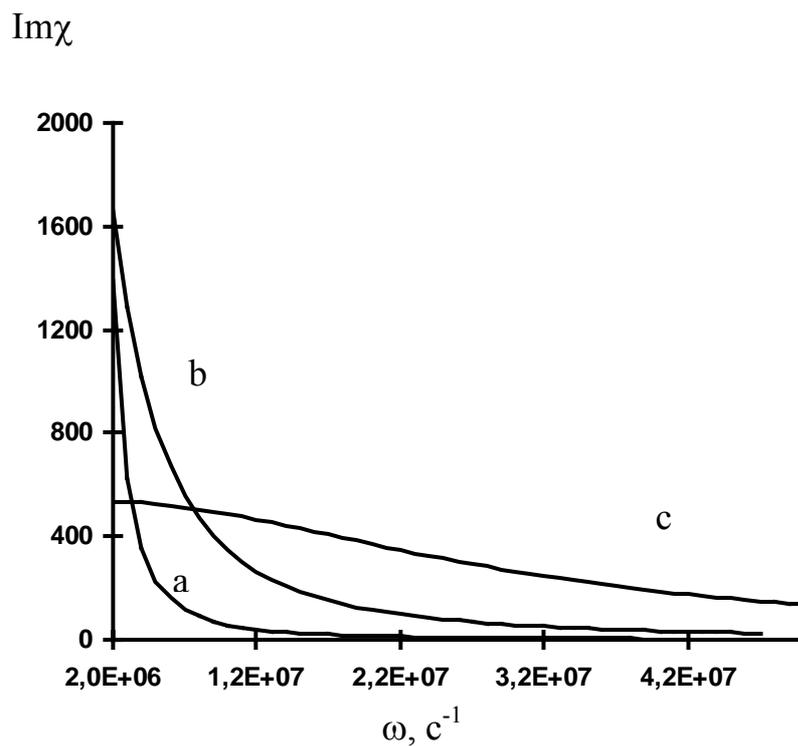


Рис.39. Мнимая часть динамической магнитной восприимчивости, вычисленная по отношению к пробному полю, для железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса при наличии дополнительного постоянного поля, перпендикулярного легкой оси.

a)  $H=0$  , b)  $H=5 \cdot 10^3 \text{ A/м}$ , c)  $H=10^4 \text{ A/м}$ .

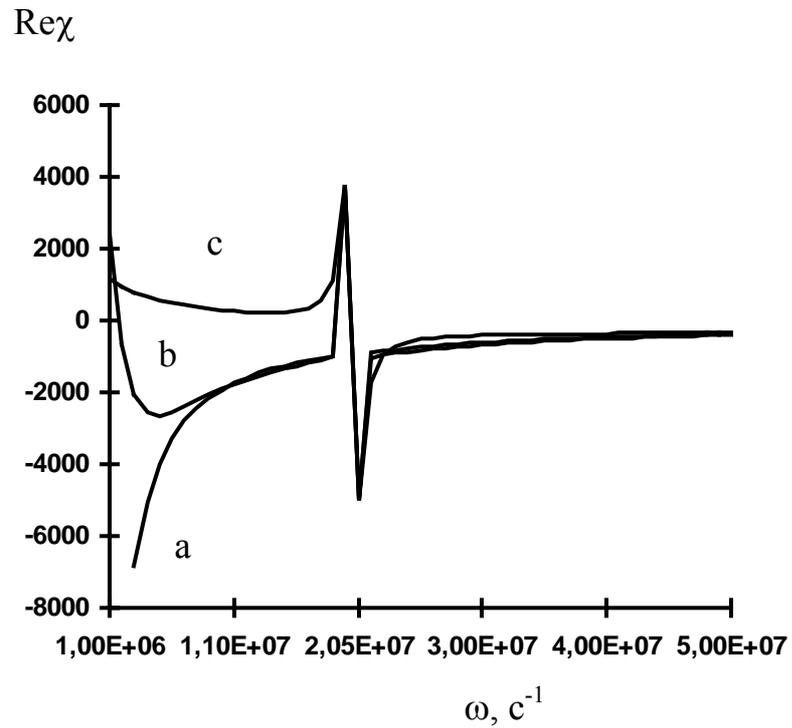


Рис.40. Вещественная часть динамической магнитной восприимчивости для рассматриваемой железной суперпарамагнитной частицы, вычисленная по отношению к пробному полю.

a)  $H=0$  , b)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м, c)  $H=10^4$  А/м.

Бистабильность системы исчезает при значении напряженности  $H=2K/(\mu_0 M)$  - при этом  $\Delta U_2 = 0$ .

В условиях модуляции частицы слабым внешним полем  $H_1 \cos(\Omega t)$ , приложенным вдоль легкой оси двухъямный потенциал записывается в виде

(VI.20)

$$E(\theta, t) = -Kv \cos^2 \theta - \mu_0 M H v \cos \theta - \mu_0 M H_1 v \cos \theta \cos(\Omega t) .$$

Динамическая переменную  $x = M \cos \theta$  - значение проекции вектора намагниченности на легкую ось - в данном случае может принимать только два возможных значения :  $-M$  при  $\theta_1 = 0$  и  $+M$  при  $\theta_2 = \pi$ , при этом стабильные состояния уже не эквивалентны по значениям энергии системы.

Скорости Крамерса на основании (II.6) могут быть представлены в виде :

$$W_-(t) = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_1}{kT} - A \cos \Omega t\right) , \quad (VI.21)$$

$$W_+(t) = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_2}{kT} + A \cos \Omega t\right) , \quad \text{где } A = \frac{\mu_0 M H_1 v}{kT} .$$

Разлагая  $W_{\pm}(t)$  в ряд по малому параметру  $A \cos \Omega t$ ,

(VI.21)

$$W_-(t) = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_1}{kT}\right) \cdot \left[1 - A \cos \Omega t + \frac{1}{2}(A \cos \Omega t)^2 - \dots\right] ,$$

$$W_+(t) = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_2}{kT}\right) \cdot \left[1 + A \cos \Omega t + \frac{1}{2}(A \cos \Omega t)^2 + \dots\right] ,$$

получим

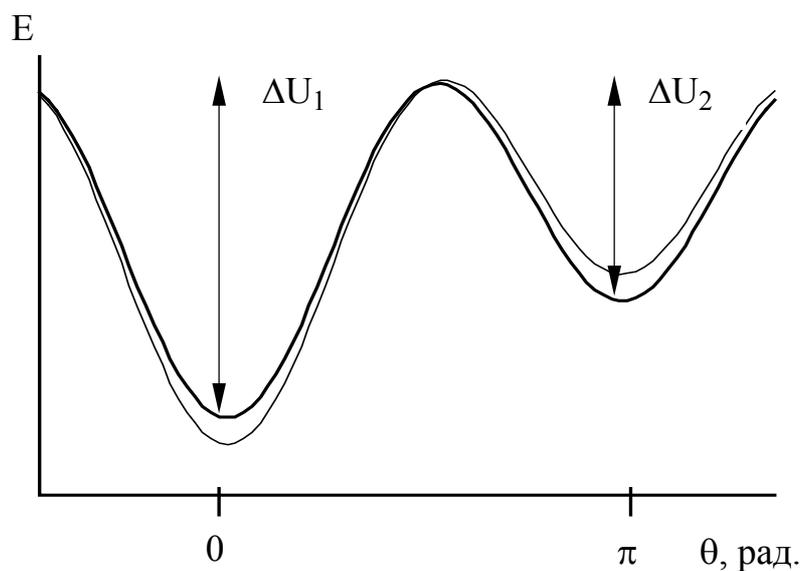


Рис.41. Магнитная энергия (VI.16) легкоосной однодоменной частицы в зависимости от угла между легкой осью и вектором магнитного момента частицы. Тонкая линия представляет модулированную систему (VI.20) в фиксированный момент времени при  $t = 0$ .

$$W = W_-(t) + W_+(t) \approx \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_1}{kT}\right) + \alpha_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_2}{kT}\right). \quad (\text{VI.22})$$

При этом решение управляющего уравнения (II.5) имеет вид [160] :

(VI.23)

$$n_+(t | x_0, t_0) = \exp(-W(t - t_0)) \left( n_+(t_0) - \frac{F}{W} - \frac{AF \cos(\Omega t_0 - \phi)}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} \right) + \frac{F}{W} + \frac{AF \cos(\Omega t - \phi)}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}},$$

где  $F = \alpha_0 \exp(-\Delta U_1 / (kT))$  - Крамерсова скорость выхода системы из более глубокого минимума асимметричного немодулированного потенциала (VI.16),  $\phi = \arctg(\Omega/W)$  - разность фаз между откликом системы и внешним периодическим сигналом.

Асимптотическая вероятность, соответствующая установившемуся режиму, получается из (VI.23) при  $t_0 \rightarrow -\infty$ :

$$n_+(t) = \frac{F}{W} + \frac{AF \cos(\Omega t - \phi)}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}}. \quad (VI.24)$$

Приняв во внимание (II.3), и учитывая, что  $n_-(t) = 1 - n_+(t)$ , получим асимптотическое среднее, зависящее от времени, значение  $\langle x(t) \rangle$  :

$$\begin{aligned} \langle x(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx = M(2n_+(t) - 1) = \\ &= M \left( \frac{2F}{W} - 1 + \frac{2AF \cos(\Omega t - \phi)}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} \right). \end{aligned} \quad (VI.25)$$

Отсюда выразим переменную, изменяющуюся с частотой внешней модуляции, компоненту проекции вектора намагниченности на легкую ось:

$$\begin{aligned} \langle x_{\Omega}(t) \rangle &= \frac{2MAF \cos \phi \cos \Omega t}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} + \frac{MAF \sin \phi \sin \Omega t}{\sqrt{W^2 + \Omega^2}} = \\ &= \frac{2MAFW \cos \Omega t}{W^2 + \Omega^2} + \frac{2MAF\Omega \sin \Omega t}{W^2 + \Omega^2} \end{aligned} \quad (VI.26)$$

Из данного выражения видно, что реальная часть восприимчивости, соответствующая компоненте  $\mathbf{M}$ , синфазно меняющейся с внешним полем, и мнимая часть, описывающая компоненту намагниченности, отстающую от  $H_1(t)$  по фазе на  $\pi/2$ , определяются соотношениями:

$$\operatorname{Re} \chi = \frac{2MAFW}{H_1(W^2 + \Omega^2)} = \frac{2\mu_0 v M^2 F W}{kT(W^2 + \Omega^2)}, \quad (VI.27)$$

$$\operatorname{Im} \chi = \frac{2MAF\Omega}{H_1(W^2 + \Omega^2)} = \frac{2\mu_0 v M^2 F \Omega}{kT(W^2 + \Omega^2)}. \quad (VI.28)$$

При этом абсолютная величина восприимчивости

$$|\chi| = \sqrt{(\operatorname{Re} \chi)^2 + (\operatorname{Im} \chi)^2} = \frac{2\mu_0 v M^2 F}{kT \sqrt{W^2 + \Omega^2}}. \quad (VI.29)$$

Динамическая магнитная восприимчивость рассматриваемой железной однодоменной легкоосной частицы представлена на рис.42-44 как функция температуры образца. Дополнительное постоянное поле  $H$ , приложенное параллельно легкой оси, приводит к искажению симметрии потенциала и, следовательно, к изменению значений скоростей  $W_{\pm}$  выхода системы из устойчивых состояний. Полученные результаты демонстрируют характерный для стохастического резонанса

немонотонный вид отклика теперь уже асимметричной бистабильной системы на слабое внешнее периодическое возмущение при возрастании интенсивности шума в системе. Как видно из рисунков, наличие такого поля приводит к уменьшению отклика системы на внешнее периодическое возмущение [160].

#### VI-4. Произвольное постоянное магнитное поле.

Здесь высоты потенциальных барьеров для различных  $N$  найдем численно из (VI.1) при  $\varphi=0$  как  $\Delta U_- = E_{\max} - E_{\min-}$  - для левой на рис.45, более глубокой потенциальной ямы,  $\Delta U_+ = E_{\max} - E_{\min+}$  - для правой, менее глубокой потенциальной ямы. Значение проекции вектора намагниченности на легкую ось, имеет следующие два возможных значения :  $M \cos \theta_{\min-}$  и  $M \cos \theta_{\min+}$  , которые также найдем численно из (VI.1).

Скорости выхода  $W_{\pm}(t)$  из  $\pm$  состояний, соответствующих двум устойчивым направлениям вектора магнитного момента частицы, могут быть представлены в виде :

$$W_-(t) = \omega_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_-}{kT} - A_- \cos \Omega t\right), \quad (\text{VI.30})$$

где 
$$A_- = \frac{\mu_0 M |\cos \theta_{\min-}| H_1 v}{kT},$$

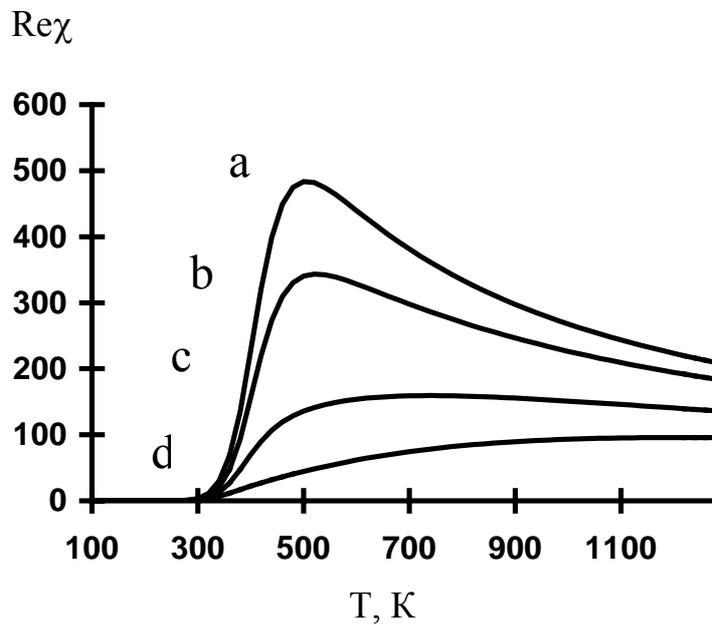


Рис.42. Вещественная часть динамической магнитной восприимчивости (VI.27) для железной суперпарамагнитной частицы ( $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega=10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H_1=10^3$  А/м) в условиях стохастического резонанса при наличии дополнительного постоянного поля  $H$ , параллельного легкой оси.

a)  $H=0$ , b)  $H=10^3$  А/м, c)  $H=3 \cdot 10^3$  А/м, d)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м.

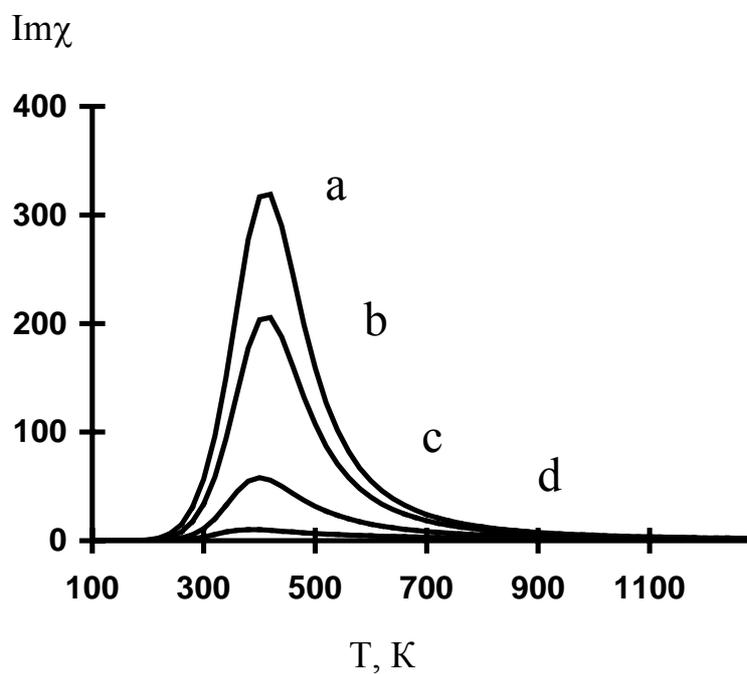


Рис.43. Температурная зависимость мнимой части динамической магнитной восприимчивости (VI.28) для железной суперпарамагнитной частицы.

a)  $H=0$ , b)  $H=10^3$  А/м, c)  $H=3 \cdot 10^3$  А/м, d)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м.

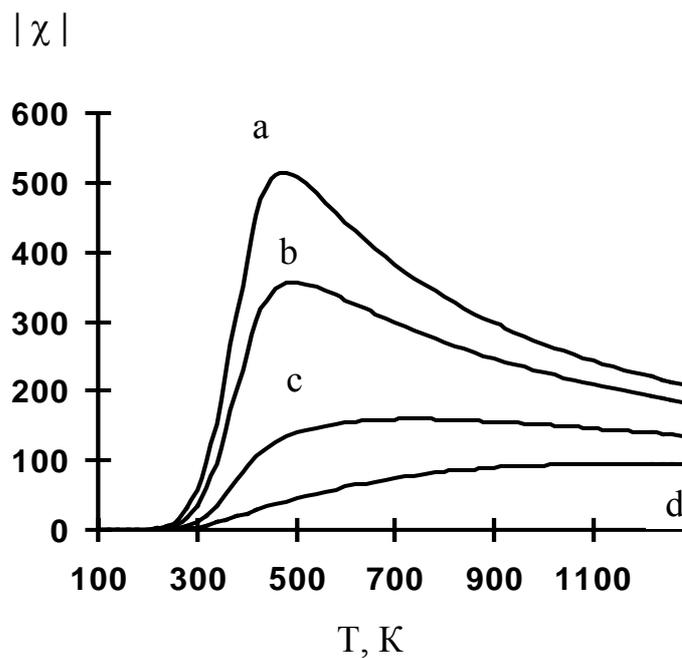


Рис.44. Абсолютное значение динамической магнитной восприимчивости (VI.29) для железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса при различных  $H$  .  
 a)  $H=0$ , b)  $H=10^3$  А/м, c)  $H=3 \cdot 10^3$  А/м, d)  $H=5 \cdot 10^3$  А/м.

$E(\theta)$

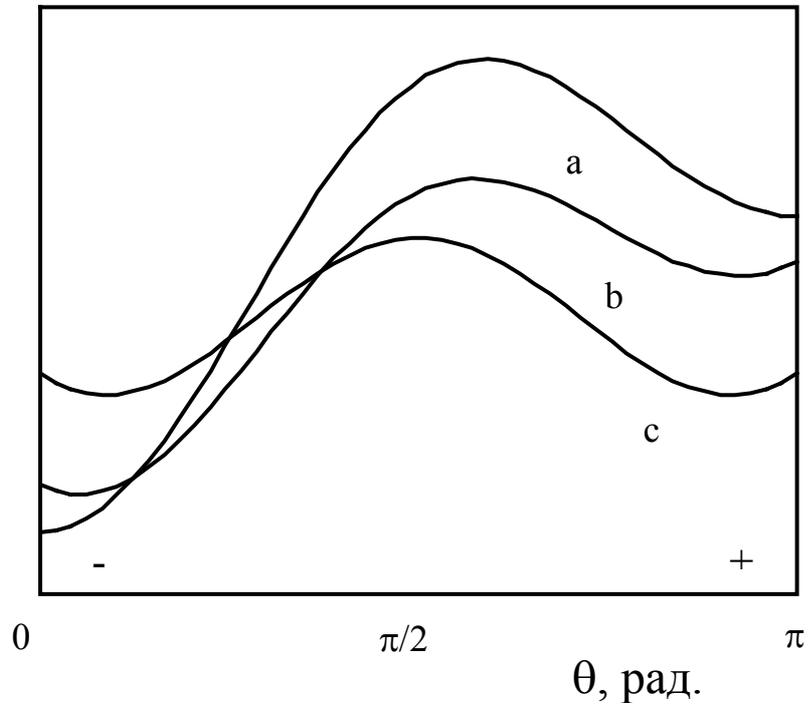


Рис.45. Энергия (VI.1) немодулированной железной суперпарамагнитной частицы при  $\varphi=0$ . Параметры системы :  $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $H = 10^4$  А/м.  
 а)  $\alpha = 0$ , б)  $\alpha = \pi/4$ , в)  $\alpha = \pi/2$ .

$$W_+(t) = \omega_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_+}{kT} + A_+ \cos \Omega t\right), \quad (\text{VI.31})$$

$$A_+ = \frac{\mu_0 M |\cos \theta_{\min+}| H_1 v}{kT} .$$

Как показывают выполненные численные оценки,  $|\cos \theta_{\min-}| \approx |\cos \theta_{\min+}|$  при  $\mu_0 M H < K$  (см. также рис.45), так что для упрощения расчетов примем  $A_+ = A_- = A$ . Здесь  $A$  - безразмерная амплитуда проекции внешней модуляции на легкую ось. Обозначим также  $M_0 = M \cos \theta_{\min-}$  и

$$W = W_-(t) + W_+(t) \approx \omega_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_-}{kT}\right) + \omega_0 \exp\left(-\frac{\Delta U_+}{kT}\right) . \quad (\text{VI.32})$$

Следуя алгоритму модели дискретных ориентаций, аналогичному вычислениям (VI.21)-(VI.26), получим соотношения для комплексной магнитной восприимчивости в случае произвольно направленного постоянного магнитного поля :

$$\text{Re} \chi = \frac{2M_0 A B W}{H(W^2 + \Omega^2)} = \frac{2\mu_0 v M_0^2 B W}{kT(W^2 + \Omega^2)} , \quad (\text{VI.33})$$

$$\text{Im} \chi = \frac{2M_0 A B \Omega}{H(W^2 + \Omega^2)} = \frac{2\mu_0 v M_0^2 B \Omega}{kT(W^2 + \Omega^2)} , \quad (\text{VI.34})$$

$$|\chi| = \sqrt{(\text{Re} \chi)^2 + (\text{Im} \chi)^2} = \frac{2\mu_0 v M_0^2 B}{kT \sqrt{W^2 + \Omega^2}} , \quad (\text{VI.35})$$

где  $B = \omega_0 \exp(-\Delta U_- / (kT))$  - Крамерсова скорость выхода системы из более глубокого минимума асимметричного (в общем случае) немодулированного потенциала.

Абсолютная величина динамической магнитной восприимчивость рассматриваемой железной однодоменной легкоосной частицы представлена на рис. 46, 47 как функция температуры образца [161] при различных абсолютных величинах и направлениях вектора напряженности дополнительного постоянного магнитного поля  $H$  ( $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega=10^7$  с<sup>-1</sup>,  $H=10^3$  А/м,  $\omega_0 = 5 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>).

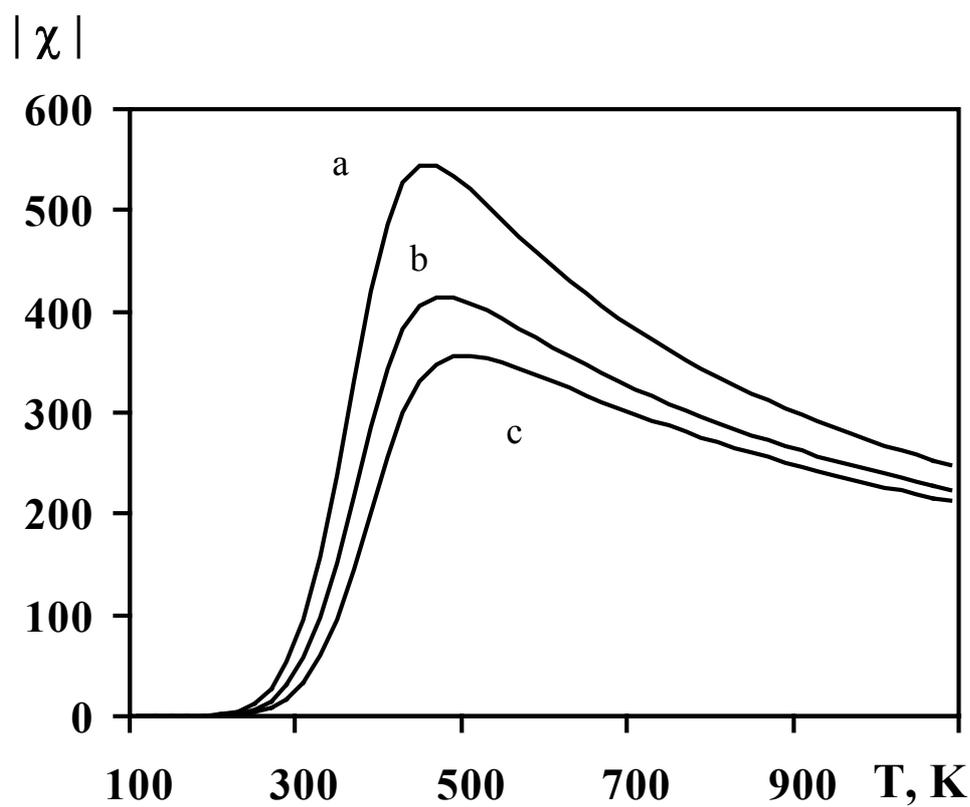


Рис.46. Абсолютная величина динамической магнитной восприимчивости (VI.35) железной суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса при  $H = 10^3$  А/м.

a)  $\alpha = \pi/2$  , b)  $\alpha = \pi/4$  , c)  $\alpha = 0$  .

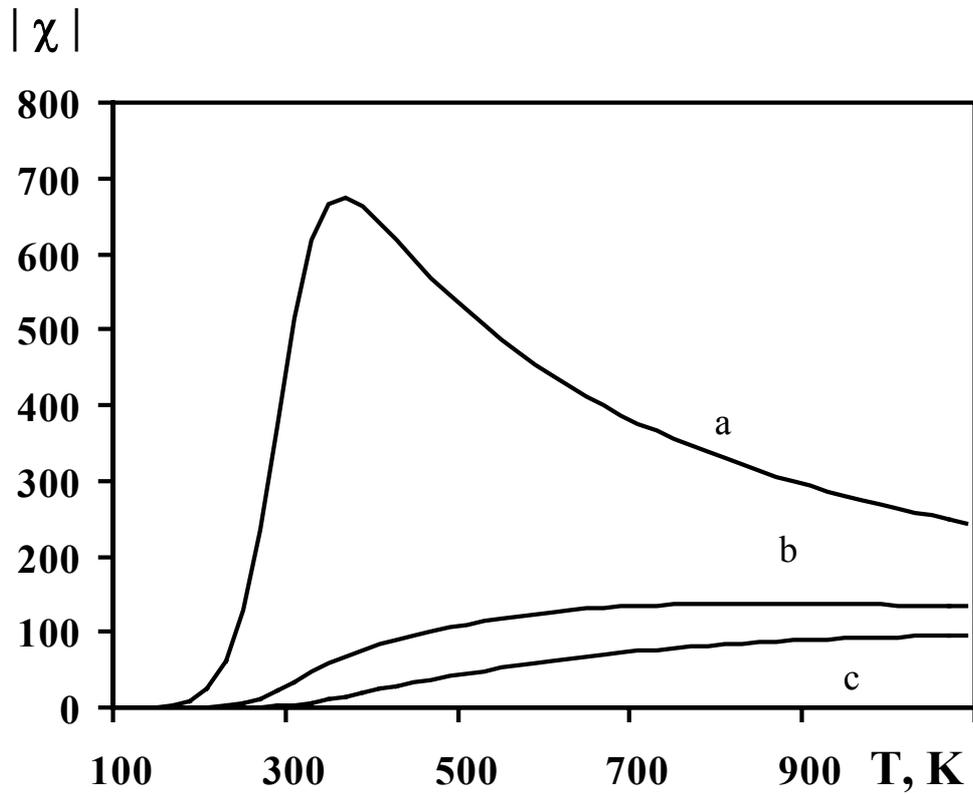


Рис.47. Абсолютная величина динамической магнитной восприимчивости (VI.35) железной модулированной суперпарамагнитной частицы при  $H = 5 \cdot 10^3$  А/м.  
 а)  $\alpha = \pi/2$  , б)  $\alpha = \pi/4$  , в)  $\alpha = 0$  .

## ГЛАВА VII.

### УЧЕТ ЗАВИСИМОСТИ ЧАСТОТЫ ПОПЫТОК ОТ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ СУПЕРПАРАМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ ДВУХ СОСТОЯНИЙ

В данной главе производится выбор аналитического выражения для скорости суперпарамагнитной релаксации модулированных радиочастотным полем одноосных частиц, адекватно описывающего динамику магнитного момента в условиях стохастического резонанса в приближении дискретных ориентаций. Вычислены компоненты комплексной магнитной восприимчивости для случая слабого внешнего переменного поля в режиме надбарьерного перемагничивания при оптимальном аналитическом представлении скорости релаксации. Выполнено сравнение с результатами численного моделирования, основанного на решении уравнения Фоккера-Планка с периодическим дрейфовым слагаемым.

Аналитическое решение, получаемое при решении управляющего уравнения (II.2), часто бывает полезным, например, как основа для последующих расчетов более сложных характеристик. Определим лучшее выражение для скорости выхода вектора магнитного момента одноосной суперпарамагнитной частицы из устойчивого состояния – одного из минимумов двухъямного потенциала (II.1). Такая формула должна обеспечивать результат, максимально приближенный к результату непрерывной модели во всем температурном диапазоне наблюдения стохастического резонанса в системе малых частиц. В расчетах, использующих теорию двух состояний, в качестве скоростей

суперпарамагнитной релаксации обычно рассматриваются скорости Крамерса (II.6), причем значение пре-фактора или частоты попыток  $\alpha_0$  для простоты часто предполагается постоянным.

Исследуем еще несколько выражений для скоростей суперпарамагнитной релаксации (I.14), полученных ранее для немодулированных одноосных частиц. Например, формула Брауна [28] для низкотемпературного диапазона ( $\sigma = K\nu/(kT) \gg 1$ , что соответствует области применения модели двух состояний) выглядит так:

$$W = \frac{kT\eta\gamma^2}{\nu(1 + \gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \frac{4\sigma^{3/2} \exp(-\sigma)}{\sqrt{\pi}}. \quad (\text{VII.1})$$

Здесь  $\gamma$  - гиромагнитное отношение,  $\eta$  - параметр диссипации из уравнения Гильберта [28].

С учетом внешней модуляции  $F = A\cos\Omega t$ , периодически изменяющей высоту потенциального барьера, запишем выражение для модулированных скоростей выхода системы из  $\pm$  состояний в виде:

$$W_{\pm} = \frac{kT\eta\gamma^2}{\nu(1 + \gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \frac{4(\sigma \mu F)^{3/2} \exp(-\sigma \mu F)}{\sqrt{\pi}}. \quad (\text{VII.2})$$

В модели дискретных ориентаций соотношения (II.20), (II.21) получены с учетом разложения (II.7) по малому параметру  $F = A\cos\Omega t$ , поэтому для вычисления компонент магнитной восприимчивости найдем величины  $W_0$  и  $W_1$  для скорости (II.2):

$$W_0 = 2W_{\pm}|_{F=0} = \frac{kT\eta\gamma^2}{\nu(1 + \gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \frac{8\sigma^{3/2} \exp(-\sigma)}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{VII.3})$$

$$W_1 = 2 \frac{dW_{\pm}}{dA} \Big|_{F=0} = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \frac{8(\sigma^{3/2} - 1.5\sqrt{\sigma}) \exp(-\sigma)}{\sqrt{\pi}} . \quad (\text{VII.4})$$

Действуя аналогичным образом, получим для (I.14), (I.16):

$$W_{\pm} = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot 2 \left( 1 + \frac{\sigma \mu F}{4} \right)^{5/2} \exp(-\sigma \pm F) , \quad (\text{VII.5})$$

$$W_0 = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot 4 \left( 1 + \frac{\sigma}{4} \right)^{5/2} \exp(-\sigma) , \quad (\text{VII.6})$$

$$W_1 = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot 4 \left( 1 + \frac{\sigma}{4} \right)^{3/2} \exp(-\sigma) \left( \frac{3}{8} + \frac{\sigma}{4} \right) , \quad (\text{VII.7})$$

что соответствует выражению для скорости суперпарамагнитной релаксации, предложенному в [71] для частиц в отсутствие внешнего переменного сигнала.

Авторы работы [74] отмечают, что вывели более точную формулу (I.18) по сравнению с [71]. Модифицировав ее для ситуации с внешней модуляцией, получим :

$$W_{\pm} = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \left( \frac{2(\sigma \mu F)^{3/2}}{\sqrt{\pi}(\sigma \mu F + 1)} + 2^{-(\sigma \mu F)} \right) \cdot \frac{2(\sigma \mu F)}{\exp(\sigma \mu F) - 1} . \quad (\text{VII.8})$$

В данном случае коэффициенты разложения (II.7) примут вид:

$$W_0 = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \left( \frac{2\sigma^{3/2}}{\sqrt{\pi}(\sigma+1)} + 2^{-\sigma} \right) \cdot \frac{4\sigma}{\exp(\sigma)-1}, \quad (\text{VII.9})$$

$$(\text{VII.10})$$

$$W_1 = \frac{kT\eta\gamma^2}{v(1+\gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \frac{(-4)}{\exp(\sigma)-1} \cdot \left[ \left( \frac{3\sqrt{\sigma}(\sigma+1) - 2\sigma^{3/2}}{\sqrt{\pi}(\sigma+1)^2} - 2^{-\sigma} \ln 2 \right) \cdot \sigma + \left( \frac{2\sigma^{3/2}}{\sqrt{\pi}(\sigma+1)} + 2^{-\sigma} \right) \cdot \frac{\exp(\sigma)-1 - \sigma \exp(\sigma)}{\exp(\sigma)-1} \right].$$

Результаты вычисления вещественной компоненты динамической магнитной восприимчивости в рамках теории двух состояний для различных описаний скорости надбарьерных переходов вектора магнитного момента частицы представлены на рисунке 48. Жирная линия (d) представляет зависимость  $\text{Re}\chi(T)$ , полученную на основе точного численного решения уравнения Фоккера-Планка методом цепных матричных дробей [111,112]. Из рисунка видно, что для описания модулированной системы лучшей является модель (с), предложенная в [71], а не в [74]. Использование выражения для скорости релаксации (VII.5) в теории двух состояний позволяет, как и при непрерывном описании динамики системы [111], учитывать влияние параметра диссипации  $\eta$  на величину магнитной восприимчивости.

Модель скорости (II.6) с постоянным фактором  $\alpha_0$  является самой простой и наименее точной (рисунок 49). Однако использование такой модели для описания стохастического резонанса в приближении дискретных ориентаций также может приводить к корректным результатам по вычислению комплексной магнитной восприимчивости при надлежащем выборе  $\alpha_0$  и использовании масштабирующего множителя для (II.20), (II.21). Например, пунктирная линия (d) на рис.2 построена при  $\alpha_0=6 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$  для величины  $\text{Re}\chi$  (II.20), умноженной на 0.8.

Существуют и другие аналитические представления скорости суперпарамагнитной релаксации для малых одноосных частиц, например [73], в том числе, и для случая приложения дополнительного постоянного магнитного поля [74, 162].

Сравнивая выражения для скоростей релаксации магнитного момента одноосной частицы (II.6) и (VII.5), в общем виде имеющих форму  $W = \alpha_0 \exp(-\Delta U/kT)$ , можно получить более корректное соотношение для частоты попыток  $\alpha_0$ , отражающее зависимость от параметров системы (температуры, коэффициента диссипации, размера частиц, константы анизотропии и величины намагниченности насыщения) :

$$\alpha_0 = \frac{2kT\eta\gamma^2}{v(1 + \gamma^2\eta^2M^2)} \cdot \left(1 + \frac{\sigma}{4}\right)^{5/2}. \quad (\text{VII.11})$$

На рисунке 50 представлена температурная зависимость частоты попыток при различных значениях параметра затухания  $\eta$ . Видно, что в температурном диапазоне реализации стохастического резонанса  $\alpha_0$  изменяется в несколько раз.

Полученные результаты показывают, что теория двух состояний, используемая для описания динамики вектора магнитного момента малых частиц в условиях стохастического резонанса, обеспечивает довольно хорошую точность аналитического решения задачи при выборе адекватного выражения для описания скорости суперпарамагнитной релаксации. Однако такая ситуация сохраняется лишь для малых амплитуд внешнего переменного поля (компоненты восприимчивости в (II.20), (II.21) не зависят от  $H$ ). При сильных переменных полях приближение дискретных ориентаций неприменимо, и для описания динамики магнитного момента однодоменных частиц следует использовать непрерывную модель [111,112].

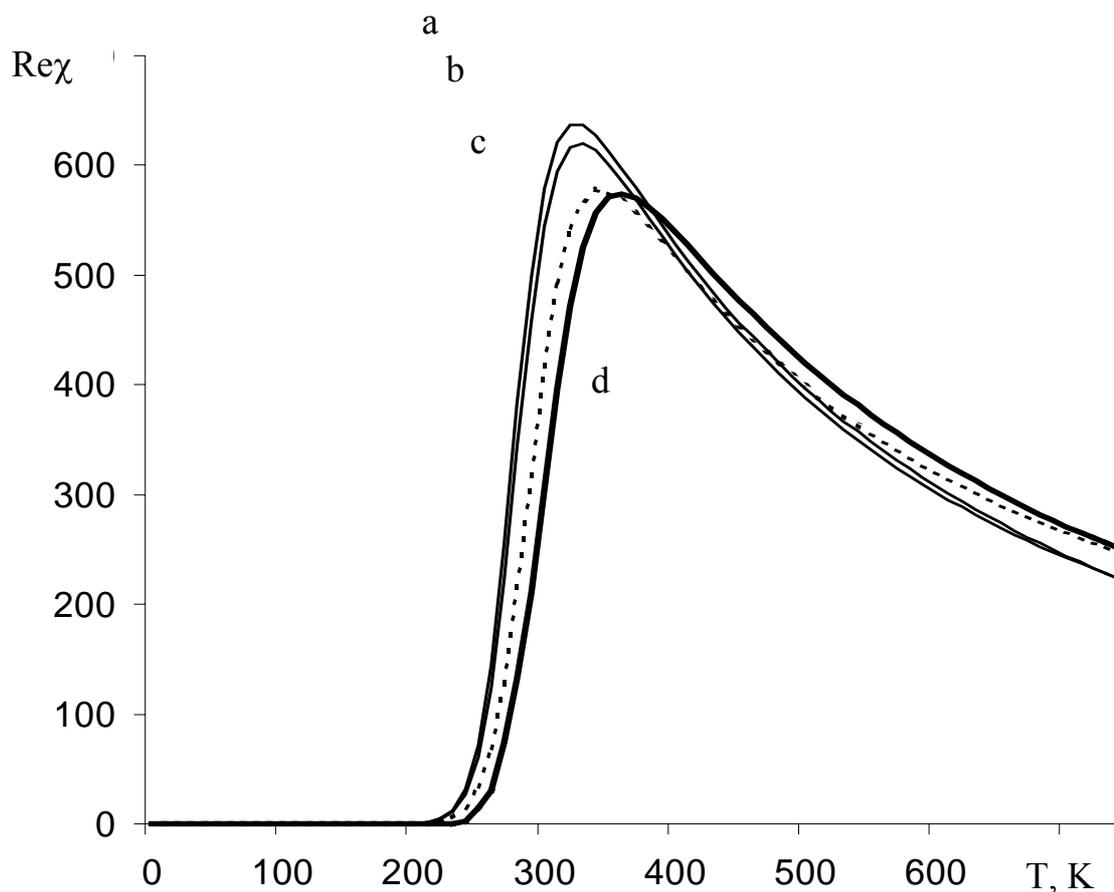


Рис.48. Вещественная составляющая комплексной магнитной восприимчивости одноосных суперпарамагнитных частиц в зависимости от температуры для различных моделей описания скорости релаксации магнитного момента. Параметры системы:  $K=4 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>3</sup>,  $M=1.72 \cdot 10^6$  А/м,  $v=10^{-24}$  м<sup>3</sup>,  $\Omega=10^5$  с<sup>-1</sup>,  $H=10^3$  А/м,  $\gamma\eta M=0.1$ .

а) модель Брауна [28], б) модель Крегга и др. [74], в) – пунктирная линия - модель Бессэ и др. [71], д) результат непрерывной модели [111].

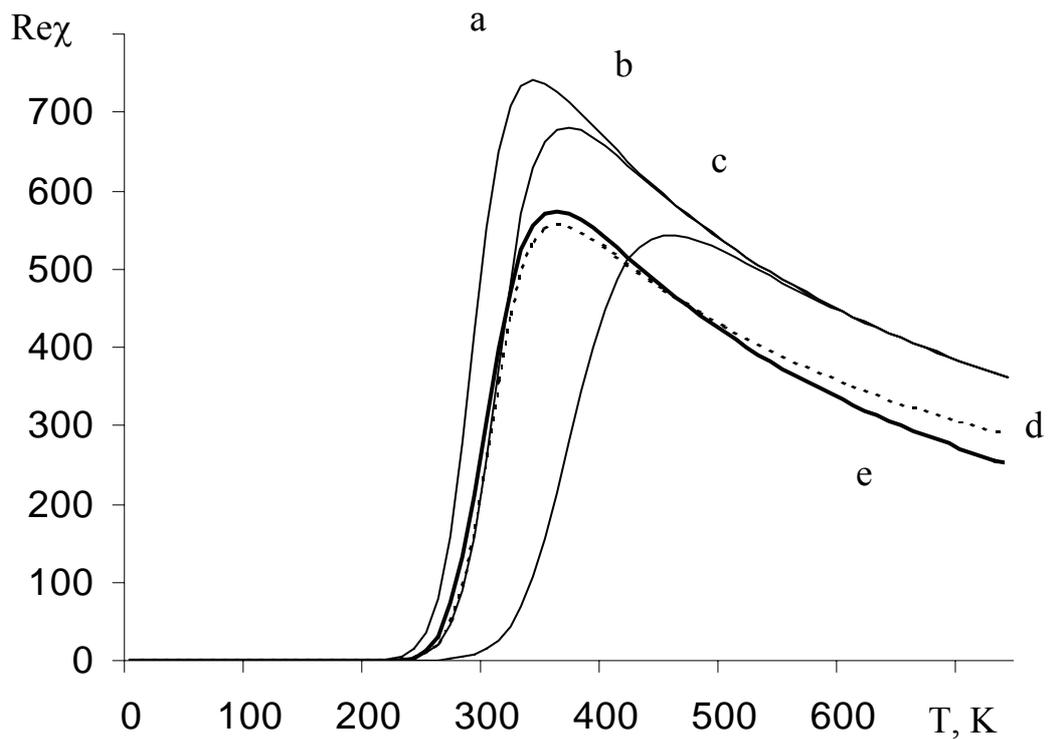


Рис.49. Температурная зависимость вещественной компоненты динамической магнитной восприимчивости для модели (П.6) с постоянным фактором  $\alpha_0$  и для непрерывной модели.

a)  $\alpha_0=10^9 \text{ c}^{-1}$ , b)  $\alpha_0=5 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$ , c)  $\alpha_0=10^8 \text{ c}^{-1}$ , d) – пунктирная линия,  $\alpha_0=6 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$ ,  $0.8\text{Re}\chi$ , e) – жирная линия - результат непрерывной модели [111].

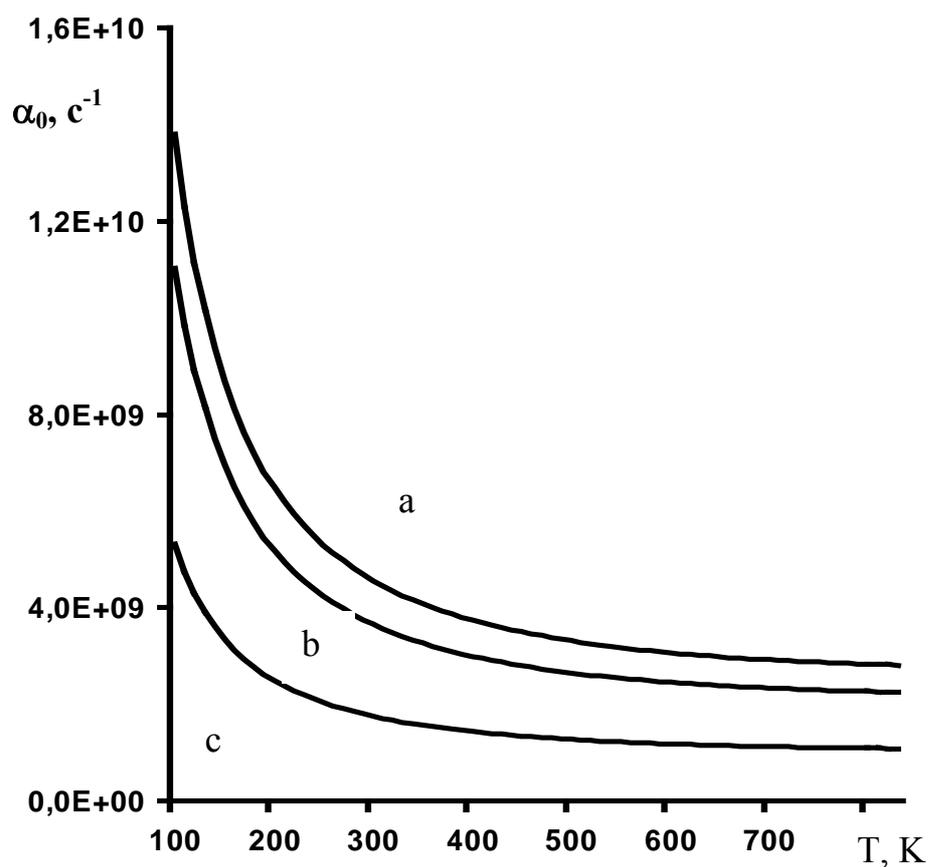


Рис.50. Температурная зависимость пре-фактора скорости суперпарамагнитной релаксации  $W=\alpha_0\exp(-\Delta U/kT)$  для различных величин параметра затухания.

a)  $\gamma\eta M = 1$ , b)  $\gamma\eta M = 0.5$ , c)  $\gamma\eta M = 0.2$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Стохастический резонанс – весьма распространенный феномен, имеющий довольно широкий диапазон приложений [163, 164]. Подобный эффект представляет собой проявление детерминированного хаоса [165-167] в стохастических системах [168]. Данное явление тесно связано с вопросами синергетики [169], с возможностью повышения самоорганизации открытых систем [170, 171], с надлежащим выбором и адекватным описанием поведения параметра порядка в таких системах [172].

Исследования, проведенные в настоящей работе, связаны с приложением теории стохастического резонанса к области мелкодисперсного магнетизма и являются продолжением изучения стохастического резонанса в бистабильных системах - малых частицах с магнитной анизотропией типа "легкая ось". Исследованы два механизма реализации стохастического резонанса, основанные на тепловых надбарьерных и туннельных переходах вектора магнитного момента таких частиц. Построены теоретические модели (дискретная и непрерывная), описывающие поведение намагниченности однодоменных частиц в условиях стохастического резонанса. Показано, что вид кривых динамической магнитной восприимчивости (и ее компонент) и отношения сигнал/шум имеет в данном случае характерную для стохастического резонанса немонотонную колоколообразную зависимость от интенсивности шума.

Аналитически, в рамках модели дискретных ориентаций, получены зависимости основных характеристик явления стохастического резонанса от различных параметров системы - частоты внешнего поля, размеров частиц, значений констант магнитной анизотропии и намагниченности насыщения. Полученные результаты указывают на возможность усиления переменного сверхтонкого поля на ядрах

суперпарамагнитных частиц в соответствующем температурном режиме. Отмечено, что в определенной температурной области происходит подавление шума в системе суперпарамагнитных частиц. В результате энергия неупорядоченной компоненты динамики вектора магнитного момента частицы трансформируется в энергию упорядоченных переходов между устойчивыми ориентациями.

Произведен учет непрерывного характера изменения вектора магнитного момента малых частиц. Метод, основанный на численном решении уравнения Фоккера-Планка, позволяет установить более корректную зависимость компонент динамической магнитной восприимчивости от параметров системы. Сравнение с соответствующими результатами дискретной модели показало довольно существенное различие в некоторых температурных областях. Использование непрерывной модели позволило также выйти за рамки теории линейного отклика, учесть влияние амплитуды внешнего радиочастотного поля и значения параметра затухания.

В качестве эффективного метода наблюдения стохастического резонанса в системе суперпарамагнитных частиц предложена гамма-резонансная спектроскопия. Численные расчеты сечения поглощения, использующие формализм супероператоров Лиувилля, указывают на возникновение спутных линий в режиме коллапса сверхтонкой структуры мессбауэровского спектра; интенсивность спутных линий проявляет немонотонную температурную зависимость типа стохастического резонанса.

Рассмотрена ситуация с дополнительным внешним постоянным магнитным полем, приложенным перпендикулярно легкой оси. Показывается, что такое поле вызывает туннельные переходы вектора намагниченности малых частиц между устойчивыми ориентациями. Кроме того, величина этого поля определяет интенсивность подбарьерных переходов. Исследованы зависимости динамической

магнитной восприимчивости и отношения сигнал/шум однодоменных частиц от величины этого поля. Произведен более корректный учет квантового характера динамики модулированной системы, по сравнению с предложенными ранее моделями. Данная поправка особенно важна при температурах, стремящихся к абсолютному нулю. Рассмотрено поведение системы и при отличных от нуля температурах, где проявляется действие как надбарьерного, так и подбарьерного механизма перемагничивания.

Показано, что дополнительное постоянное магнитное поле приводит к изменению и Крамерсовых скоростей надбарьерных переходов вектора магнитного момента суперпарамагнитной частицы. При этом перпендикулярная легкой оси компонента такого поля приводит к увеличению величины отклика системы (отношение сигнала к шуму, динамическая магнитная восприимчивость) на слабое переменное возмущение, а продольная компонента приводит к уменьшению отклика. Таким образом, регулировать уровень шума в системе суперпарамагнитных частиц можно не только с помощью изменения температуры образца, но и варьируя величину напряженности постоянного магнитного поля. И при наличии дополнительного постоянного магнитного поля, приводящего к смещению устойчивых ориентаций вектора магнитного момента частицы, также наблюдается характерная для стохастического резонанса немонотонная, проходящая через отчетливый максимум температурная зависимость динамической восприимчивости системы и выходного отношения сигнала к шуму. Показана возможность обнаружения стохастического резонанса в режиме сканирования пробным полем с изменяющейся частотой модулированной радиочастотным полем суперпарамагнитной частицы.

Найдена оптимальная аналитическая модель для описания скорости суперпарамагнитной релаксации в приближении дискретных ориентаций

в условиях стохастического резонанса. Определена зависимость частоты попыток от параметров системы.

Полученные модели описания динамики магнитных моментов однодоменных одноосных частиц в условиях стохастического резонанса имеют фундаментальное значение, а в прикладном аспекте позволяют, например, определить оптимальный диапазон изменения внутренних и внешних параметров системы (амплитуда и частота внешнего поля, температура, значения констант магнитной анизотропии и намагниченности насыщения, размеры частиц), в котором наблюдается максимальное взаимовлияние сигнала и шума, приводящее к увеличению отклика на выходе системы. Понимание природы явления стохастического резонанса дает возможность выделить, усилить регулярную компоненту изначально нерегулярной динамики вектора магнитного момента и ослабить случайную составляющую. В более широком понимании рассмотренный эффект является по сути еще одним из способов увеличения разрешения, резкости, контраста, изменения порога чувствительности сенсоров.

В заключение хотелось бы отметить, что наряду с рассмотренным в настоящей работе способом наблюдения динамики вектора магнитного момента, использующим модуляционную мёссбауэровскую спектроскопию, в настоящее время существует экспериментальная техника, позволяющая проводить наблюдение за отдельной суперпарамагнитной частицей [155, 156, 173], в том числе и при очень низких температурах [152, 174, 175]. Кроме того, есть еще одна возможность экспериментального наблюдения стохастического резонанса в системе однодоменных анизотропных частиц [117, 176, 177]. Она может оказаться особенно полезной в ситуации с дополнительным постоянным магнитным полем, рассмотренной в последней главе диссертации. Суть ее состоит в использовании феррожидкостей. Это дает следующие два преимущества. Во-первых, разбавляя и, затем,

замораживая магнитную жидкость, можно получить твердый образец с нужной концентрацией магнитных кластеров (например, чтобы свести к минимуму эффекты диполь-дипольных взаимодействий [178]). Во-вторых, замораживая феррожидкость в сильном постоянном магнитном поле, можно ориентировать легкие оси кластеров в одном выбранном направлении. Отсутствие подобного поля, естественно, приводит к случайному распределению осей анизотропии магнитных кластеров в немагнитной матрице.

Достигнутые результаты позволяют ставить и новые интересные задачи в различных областях. Например, изучение возможностей усиления воздействия слабых переменных полей на биологические объекты [179]. Концепция стохастического резонанса может быть использована для объяснения способности живых организмов воспринимать информацию на фоне достаточно сильного шума [163]. Также иногда необходимо решение и обратной задачи - определение параметров системы, при которых стохастический резонанс не возникает. Тем самым, становится возможным предотвращение необратимых катастрофических воздействий слабых, незаметных периодических магнитных полей на живые организмы [180].

Исследование влияния окрашенного шума, другая природа входного сигнала и шума, более сложные типы магнитной анизотропии, учет различных видов взаимодействия между частицами – эти и многие другие вопросы, связанные с приложением концепции стохастического резонанса к области мелкодисперсного магнетизма, наверняка вызовут исследовательский интерес у широкого круга теоретиков и экспериментаторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sugita N., Maekawa M., Ohta Y., Okinaka K., Nagai N. Advances in fine magnetic particles for high density recording // IEEE Trans. on Magn. - 1995. - V.31. - № 6. - Part 1. - p. 2854-2858 .
2. Jonsson T., Svedlindh P., Nordblad P. AC susceptibility and magnetic relaxation studies on frozen ferrofluids - evidence for magnetic dipole-dipole interactions // J.Magn.Magn.Mater. - 1995. - V.144. - Part 1. - p.401-402.
3. Fannin P.C., Charles S.W., Relihan T. A harmonic oscillator model of the complex ac susceptibility of a magnetic fluid // J.Magn.Magn.Mater. - 1995. - V.149. - № 1-2. - p.29-33.
4. Fannin P.C. An experimental observation of the dynamic behaviour of ferrofluids // J.Magn.Magn.Mater. - 1994. - V.136. - № 1-2. - p.49-58.
5. Garcia J.L., Lazaro F.J., Martinez C., Corma A. Zeolite supported magnetic clusters // J.Magn.Magn.Mater. - 1995. - V.140-144. - №1. - p.363-364.
6. Novak M., Sessoli R., Caneschi A., Gatteschi D. Magnetic properties of a Mn cluster organic compound // J.Magn.Magn.Mater. - 1995. - V.146. - № 1-2. - p.211-213.
7. Zhang L., Manthiram A. Fine magnetic particles in layered silicates and zeolites // IEEE Trans. on Magn. - 1995. - V.31. - № 6. - Part 2. - p.3784-3786.
8. Merikoski J., Timonen J., Manninen M., Jena P. Ferromagnetism in small clusters // Phys.Rev.Lett. – 1991. - V.66. - № 7. - p.937-941.
9. Hohl G.-F., Hihara T., Sukarai M., Konno T.J., Sumiyama K., Hensel F., Suzuki K. Superparamagnetic Fe clusters in Ag matrix produced by sputter-gas aggregation // Appl.Phys.Lett. – 1995. - V.66. - №3. - p.385-387.

10. Morup S. Mössbauer effect studies of microcrystalline materials // Mössbauer Spectroscopy Applied to Inorganic Chemistry, Ed. J. Long, Plenum Press N - Y and London 1984. - p.89-123.
11. Nakatani I., Furubayashi T., Takanashi T., Hanaoka H. Preparation and magnetic properties of colloidal ferromagnetic metals // J.Mag.Magn. Mat. – 1985. - V.65. - p.261-264.
12. Edelstein A.S., Das B.N., Holtz R.L., Koon N.S., Rubinstein M., Wolf S.A., Kihlstrom K.E. Phase-separated Fe and Co particles in BN matrix // J.Appl.Phys. – 1987. - V.61. - p.3320-3322.
13. Bridger K., Watts J., Tadros M. Magnetic characteristics of ultrafine Fe particles reduced from uniform iron oxide particles // J.Appl.Phys. – 1987. - V.61. - №8. - p.3323-3325.
14. Петров Ю.М. Физика малых частиц. - Наука. - М. - 1982. - 359 с.
15. Петраковский Г.А., Аплеснин С.С., Пискорский В.П. Аморфные магнетики и металлополимеры // Изв. ВУЗов, сер. Физика. – 1984. - №10. - с.46-68.
16. Kubo R., Kawabata A., Kobayashi Sh. Electronic properties of small particles // Ann.Rev.Mater.Sci. – 1984. - V.14. - p.49-66.
17. Haneda K. Recent advances in the magnetism of fine particles // Can.J.Phys. – 1987. - V.65. - p.1233-1244.
18. Гаврилюк А.Г., Садыков Р.А. Структура и магнитные свойства ультрадисперсных частиц железа с оксидной пленкой // Неорган. Матер. – 1994. - Т.30. - № 12. - с.1523-1526.
19. Morup S. Magnetic hyperfine splitting in Mössbauer spectra of microcrystals // J. Magn. and Magnetic Mater. – 1983. - V.37. - p.37-50.
20. Morup S., Christensen P.H., Clausen B.S. Magnetic hyperfine splitting in superparamagnetic particles in external magnetic fields // J. Magn. and Magnetic Mater. – 1987. - V.68. - p.160-170.
21. Morup S. Mössbauer effect in small particles // Hyperfine Interact. – 1990. - V.60. - p.959-974.

22. De Heer W.A., Milani P., Chatelain A. Spin relaxation in small free iron clusters // *Phys.Rev.Lett.* – 1990. - V.65. - № 4. - p.488-491.
23. Zaslavskii O.B. Tunneling of a large spin at finite temperature // *J.Phys: Cond.Matt.* – 1989. - V.1. - p.6311-6313.
24. Zaslavskii O.B. Quantum decay of a metastable state in a spin system // *Phys.Rev.B.* – 1990. - V.42. - №1. - p.992-993.
25. Zaslavskii O.B. Spin tunneling and the effective potential method // *Phys.Lett.A.* – 1990. - V.145. - № 8,9. - p.471-475.
26. Заславский О.Б. Квантовое туннелирование в модели взаимодействующих фермионов Липкина-Глика-Мешкова и метод эффективного потенциала // *УФЖ.* – 1990. - т.35. - № 1. - с.148-152.
27. Afanasev A.M., Suzdalev I.P., Manikin E.A. Study of the superparamagnetism of ferromagnetic particles by Mössbauer spectroscopy // *Proc. of the Conference on the application of the Mössbauer Effect (Tihany).* – 1969. - p.182-193.
28. Brown W.F. (jr.) Thermal fluctuation of a single domain particle // *Phys.Rev.* – 1963. - V.130. - №5. - p.1677-1686.
29. Гусев А.И. Эффекты нанокристаллического состояния в компактных металлах и соединениях // *УФН.* – 1998. - т.168. - №1, с.55-83.
30. Нанотехнология в ближайшем десятилетии. Прогноз направления исследований. - Пер. с англ. Москва, «Мир». - 2002.
31. Bean C.P., Livingston J.D. Superparamagnetism // *J.Appl.Phys. Suppl.* – 1959. - V.30. - №4. - p.120S-129S.
32. Bellouard C., Hennion M., Mirebeau I. Magnetization anomalies of fine particles interpreted as surface effects by inelastic neutron scattering // *J.Magn.Magn.Mater.* – 1995. - V.140-144. - № 1. - p.357-358.
33. Chudnovsky E.M., Gunther L. Quantum tunneling of magnetization in small ferromagnetic particles // *Phys.Rev.Lett.* – 1988. - V.60. - № 8. - p.661-664.

34. Райхер Ю.Л., Шлиомис М.И. К теории дисперсии магнитной восприимчивости мелких частиц // ЖЭТФ. – 1974. - т.67. - вып. 3(9). - с.1060-1073.
35. Садыков Э.К., Скворцов А.И. Мёссбауэровские спектры р.ч. модулированных магнитных стохастических бистабильных систем // Письма в ЖЭТФ. – 1990. - т.52. - №2. - с.752-755.
36. Григоренко А.Н., Конов В.И., Никитин П.И. Магнитостохастический резонанс // Письма в ЖЭТФ. – 1990. - т.52. - вып.11. - с.1182-1185.
37. McNamara B., Wiesenfeld K., Roy R. Observation of stochastic resonance in a ring laser // Phys.Rev.Lett. – 1988. - V.60. - № 25. - p.2626-2629.
38. Debnath G., Zhou T., Moss F. Remarks on stochastic resonance // Phys.Rev.A. – 1989. - V.39. - № 8. - p.4323-4326.
39. Presilla C., Marchesoni F., Gammaitoni L. Periodically time modulated bistable systems: Nonstationary statistical properties // Phys.Rev.A. – 1989. - V.40. - № 4. - p.2105-2113.
40. Gammaitoni L., Menichella-Saetta E., Santucci S., Marchesoni F., Presilla C. Periodically time modulated bistable systems: stochastic resonance // Phys.Rev.A. – 1989. - V.40. - № 4. - p.2114-2119.
41. Gang H., Nicolis G., Nicolis C. Periodically forced Fokker-Planck equation and stochastic resonance // Phys.Rev.A. – 1990. - V.42. - № 4. - p.2030-2041.
42. Gammaitoni L., Marchesoni F., Menichella-Saetta E., Santucci S. Stochastic resonance in bistable system // Phys.Rev.Lett. – 1989. - V.62. - № 4. - p.349-352.
43. Zhou T., Moss F. Analog simulations of stochastic resonance // Phys.Rev.A. – 1990. - V.41. - № 8. - p.4255-4264.
44. Zhou T., Moss F., Jung P. Escape - time distributions of a periodically modulated bistable system with noise // Phys.Rev.A. – 1990. - V.42. - № 6. - p.3161-3169.

45. Садыков Э.К. Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках // ФТТ. – 1991. - т.33. - № 11. - с.3302-3307.
46. Sadykov E.K. Stochastic resonance in a smallparticle magnetics: 1. The radiospectroscopic study // J.Physics: Cond.Matt. - 1992. - V.4. - p.3295-3298.
47. Скворцов А.И., Садыков Э.К. ЯМР отклик системы суперпарамагнитных частиц, модулированной р.ч. полем // ФТТ. – 1992. - т.34. - № 11. - с.3602-3604.
48. Benzi R., Sutera A., Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance // J.Phys.A. – 1981. - V.14. - № 11. - p.L453-L457.
49. Fauve S., Heslot F. Stochastic resonance in bistable system // Phys.Lett.A. – 1983. - V.97. - p.5-7.
50. McNamara B., Wiesenfeld K. The theory of stochastic resonance // Phys.Rev.A. – 1989. - V.39. - № 9. - p.4854-4869.
51. Jung P., Hanggi P. Stochastic nonlinear dynamics modulated by external periodic forces // Europhysics Letters. – 1989. - V.8. - № 6. - p.505-510.
52. Jung P. Thermal activation in bistable systems under external periodic forces // Z.Phys.B. – 1989. - V.76. - №4. - p.521-535.
53. Gammaitoni L., Martinelli M., Pardi L., Santucci S. Observation of stochastic resonance in bistable electron-paramagnetic resonance systems // Phys.Rev.Lett. – 1991. - V.67. - № 13. - p.1799-1802.
54. Grigorenko A.N., Nikitin P.I., Slavin A.N., Zhou P.Y. Experimental observation of magnetostochastic resonance // J.Appl.Phys. – 1994. - V.76. - №10. - p.6335-6337.
55. Wiesenfeld K., Pierson D., Pantazelou E., Dames C., Moss F. Stochastic resonance on a circle // Phys.Rev.Lett. – 1994. - V.72. - №14. - p.2125-2129.
56. Casademunt J., Jimenez-Aquino I., Sancho J.M. Decay of unstable states in the presence of colored noise and random initial conditions // Phys.Rev.A. – 1989. - V.40. - №10. - p.5905-5914.

57. Leiber Th., Marchesoni F., Risken H. Bistability and colored noise: application to the one-dimensional model potentials // *Phys.Rev.A.* – 1989. - V.40. - №10. - p.6107-6110.
58. Risken H. *The Fokker-Planck Equation.* - Springer – Verlag. – Berlin. – 1984. - 454c.
59. Caroli B., Caroli C., Roulet B., Saint-James D. On fluctuations and relaxation in systems described by a one dimensional Fokker-Planck equation with a time dependent potential // *Physica.* – 1981. - V.108A. - p.233-256.
60. Nicolis C., Nicolis G., Hu G. Comment on the ergodic properties of the periodically forced Fokker- Planck equation // *Phys.Lett.A.* - 1990. - V.151. - №3,4. - p.139-144.
61. Irwin A.J., Fraser S.J., Kapral R. Stochastically induced coherence in bistable systems // *Phys.Rev.Lett.* – 1990. - V.64. - №20. - p.2343-2346.
62. Jung P., Hanggi P. Amplification of small signals via stochastic resonance // *Phys.Rev.A.* – 1991. - V.44. - № 12. - p.8032-8042.
63. Zheng W.-M. Square-wave-driven stochastic resonance // *Phys.Rev.A.* 1991. - V.44. - №10. - p.6443-6447.
64. Gitterman M., Kiefer J. 2-State system in an oscillating field // *Physica A.* – 1993. - V.200. - №1-4. - p.258-266.
65. Kiss L.B., Gingl Z., Marton Z., Kertesz J., Moss F., Schmera G., Bulsara A.  $1/f$  Noise in systems showing stochastic resonance // *J.Stat.Phys.* - 1993. - V.70. - №1,2. - p.451-462.
66. Bryant P., Wiesenfeld K., McNamara B. The nonlinear effects of noise on parametric amplification: an analysis of noise rise in Josephson junctions and other systems // *J.Appl.Phys.* – 1987. - V.62. - p.2898-2913.
67. Agarwal G.S. Fluctuation-dissipation theorems for systems in non-thermal equilibrium and applications // *Z.Physik.* – 1972. - V.252. - № 1, p.25-38.

68. Raikher Yu.L., Stepanov V.I. Stochastic resonance in single-domain particles // J.Phys.: Condens. Matter. – 1994. - V.6. - p.4137-4145.
69. Белозерский Г.Н., Макаров К.А., Павлов Б.С. Модель дискретных ориентаций в теории суперпарамагнетизма // Вестник ЛГУ. – 1982. - №4. - вып.1. - с.12-18.
70. Aharoni A. Thermal agitation of single domain particles // Phys.Rev.A. – 1964. - V.135. - p.447-449.
71. Bessais L., Ben Jaffel L., Dormann J.L. Relaxation time of fine magnetic particles in uniaxial symmetry // Phys.Rev.B. – 1992. - V.45. - № 14. - p.7805-7815.
72. Bessais L., BenJaffel L., Dormann J.L. New method of resolution of Brown's model for the relaxation time of the fine magnetic particles: approximate formula and numerical calculations // J.Magn.Magn.Mater. – 1992. - V.104-107. - №3. - p.1565-1566.
73. Aharoni A. Susceptibility resonance and magnetic viscosity // Phys.Rev.B. – 1992. - V.46. - № 9. - p.5434-5441.
74. Cregg P.J., Crothers D.S.F., Wickstead A.W. An approximate formula for the relaxation time of a single domain ferromagnetic particle with uniaxial anisotropy and collinear field // J.Appl.Phys. – 1994. - V.76. - №8. - p.4900-4902.
75. Lofstedt R., Coppersmith S.N. Quantum stochastic resonance // Phys.Rev.Lett. – 1994. - V.72. - №13. - p.1947-1950.
76. Voss R.F., Webb R.A. Macroscopic quantum tunneling in 1-mm Nb Josephson junctions // Phys.Rev.Lett. – 1981. - V.47. - № 4. - p.265-268.
77. Devoret M.H., Martins J.M., Clarke J. Measurements of macroscopic quantum tunneling out of the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction // Phys.Rev.Lett. – 1985. - V.55. - № 18. - p.1908-1911.

78. Caldeira A.O., Leggett A.J. Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems // *Phys.Rev.Lett.* – 1981. - V.46. - №4. - p.211-214.
79. Paulsen C., Sampaio L.C., Barbara B., Fruchart D., Marchand A., Tholence J.L., Uehara M. Macroscopic quantum tunneling effects of Bloch walls in small ferromagnetic particles // *Europhys.Lett.* – 1992. - V.19. - №7. - p.643-648.
80. Chudnovsky E.M., Gunther L. Quantum theory of nucleation in ferromagnets // *Phys.Rev.B.* – 1988. - V.37. - №16. - p.9455-9459.
81. Caldeira A.O., Furuya K. Quantum nucleation of magnetic bubbles in a two-dimensional anisotropic Heisenberg model // *J.Phys.C.: Solid State Phys.* – 1988. - V.21. - p.1227-1241.
82. Tataru G., Fukuyama H. Macroscopic quantum tunneling of a domain wall in a ferromagnetic metal // *Phys.Rev.Lett.* – 1994. - V.72. - №5. - p.772-775.
83. Tejada J., Zhang X.X., Balcells L. Nonthermal viscosity in magnets: quantum tunneling of the magnetization // *J.Appl.Phys.* – 1993. - V.73. - №10. - p.6709-6714.
84. Awschalom D.D., McCord M.A., Grinstein G. Observation of macroscopic spin phenomena in nanometer-scale magnets // *Phys.Rev.Lett.* – 1990. - V.65. - № 6. - p.783-786.
85. Tejada J., Balcells L., Linderoth S., Perzynski R., Rigau B, Barbara B., Bacri J.C. Quantum tunneling of magnetization in single domain particles // *J.Appl.Phys.* – 1993. - V.73. - № 10. - 2B. - p.6952-6954.
86. Чудновский Е.М. Квантовые эффекты в малых ферромагнитных частицах // *ЖЭТФ.* – 1979. - т.77. - вып.5(11). - с.2157-2161.
87. Barbara B., Chudnovsky E.M. Macroscopic quantum tunneling in antiferromagnets // *Phys.Lett.* – 1990. - V.A145. - № 4. - p.205-208.
88. Bogachek E.N., Krive I.V. Quantum oscillations in small magnetic particles // *Phys.Rev.B.* – 1992. - V.46. - № 22. - p.14559-14562.

89. Krive I.V., Zaslavski O.B. Macroscopic quantum tunnelling in antiferromagnets // J.Phys.: Condens.Matter. – 1990. - V.2. - p.9457-9462.
90. Шнейдер С.И., Сеницын Е.В. Макроскопическое квантовое туннелирование в однодоменных ферро- и антиферромагнитных микрочастицах // Физика металлов и металловед. – 1991. - №12. - с.30-36.
91. Lederman M., Gibson G.A., Shultz S. Observation of thermal switching of a single ferromagnetic particles // J.Appl.Phys. – 1993. - V.73. - № 10. - 2B. - p.6961-6963.
92. Pfeiffer H. Influence of thermal fluctuations on the magnetic properties of particle assemblies // Phys.Stat.Solidi.A. – 1990. - V.122. - № 1. - p.377-389.
93. Степанов В.И., Шлиомис М.И. О совместной вращательной диффузии феррочастицы и ее магнитного момента // Изв. АН СССР, серия физическая. – 1991. - т.55. - № 6. - с.1042-1049.
94. Brown W.F. Relaxational behavior of fine magnetic particles // J.Appl.Phys.Suppl. – 1959. - V.30. - № 4. - p.130S-132S.
95. Пискорский В.П., Петраковский Г.А., Губин С.П., Кособудский И.Д. Магнитные свойства металлополимера, обусловленные диполь-дипольным взаимодействием микрочастиц железа // ФТТ. – 1980. - т.22. - вып.5. - с.1507-1509.
96. Кокорин В.В., Перекос А.Е. Магнитные свойства и дипольное взаимодействие в системах суперпарамагнитных частиц // Письма в ЖЭТФ. – 1978. - т.27. - вып.9. - с.500-503.
97. Кокорин В.В., Осипенко И.А. Ферромагнитное упорядочение в системах магнитных моментов суперпарамагнитных частиц // Письма в ЖЭТФ. – 1979. - т.29. - вып.11. - с.665-668.
98. Исавнин А.Г. Подавление шума в системе легкоосных суперпарамагнитных частиц в условиях радиочастотной модуляции // ФТТ. – 2002. - т.44. - № 7. - с.1277-1279.

99. Садыков Э.К., Исавнин А.Г. Усиление переменного магнитного поля в системе мелких магнитных частиц // ФТТ. – 1994. - т.36. - № 11. - с.3473-3475.
100. Дыкман М.И., Макклинток П.В.Е., Манелла Р., Стокс Н. Стохастический резонанс при линейном и нелинейном отклике бистабильной системы на периодическое поле // Письма в ЖЭТФ. – 1990. - т.52. - вып.3. - с.780-782.
101. Dykman M.I., Luchinsky D.G., Mannella R., McClintock P.V.E., Stein N.D., Stocks N.G. Stochastic resonance: Linear response and giant nonlinearity // J.Stat.Phys. – 1993. - V.70. - № 1-2. - p.463-478.
102. Dykman M.I., Mannella R., McClintock P.V.E., Stocks N.G. Comment on "Stochastic resonance in bistable system" // Phys.Rev.Lett. – 1990. - V.65. - № 20. - p.2606-2607.
103. Абрагам А. А. Ядерный магнетизм. – Москва. – 1963. - 551 с.
104. Садыков Э.К., Скворцов А.И., Антонов Ю.А., Исавнин А.Г. Об одном механизме усиления сверхтонкого поля на ядре // Известия Российской АН, серия "физическая". – 1994. - т.58. - №4. - с.101-104.
105. Lyberatos A., Chantrell R.W. Thermal fluctuations in a pair of magnetostatically coupled particles // J.Appl.Phys. - 1993. - V.73. - №10. - p.6501-6503.
106. Dormann J.L., Bessais L., Fiorani D. A dynamic study of small interacting particles: superparamagnetic model and spin-glass laws // J.Phys.C: Solid State Phys. – 1988. - V.21. - p.2015-2034.
107. Morup S., Tronc E. Superparamagnetic relaxation of weakly interacting particles // Phys.Rev.Lett. – 1994. - V.72. - №20. - p.3278-3281.
108. Stancu A., Papusoi C. Relaxation phenomena in a system of interacting Stoner-Wohlfarth particles // J.Magn.Magn.Mater. – 1995. - V.145. - № 3. - p.385-387.

109. Gang Hu, Qing G.R., Gong D.C., Weng X.D. Comparison of analog simulation of stochastic resonance with adiabatic theory // *Phys.Rev.A.* – 1991. - V.44. - №10. - p.6414-6420.
110. Raikher Yu.L., Stepanov V.I. Stochastic resonance and phase shifts in superparamagnetic particles // *Phys.Rev.B.* – 1995. - V.52. - №5. - p.3493-3498.
111. Садыков Э.К., Исавнин А.Г. К теории динамической магнитной восприимчивости одноосных суперпарамагнитных частиц // *ФТТ.* – 1996. - т.38. - № 7. - с.2104-2112.
112. Sadykov E.K., Isavnin A.G. Hyperfine field response to RF excitation in superparamagnetic particles // *Hyperfine Interactions.* – 1996. - V.99. - p.415-419.
113. Исавнин А.Г. Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках: сравнение дискретной и непрерывной моделей описания // *Известия высших учебных заведений, серия «Физика».* – 2002. - т.45. - №11. - с.73-77.
114. Cochran J.F., Rudd J.M., Muir W.B., Trayling G., Heinrich B. Temperature dependence of the Landau-Lifshitz damping parameter for iron // *J.Appl.Phys.* – 1994. - V.76. - №10. - p.6545-6547.
115. Sawada Y., Kageyama Y., Iwata M., Tasaki A. Synthesis and magnetic properties of ultrafine iron particles prepared by pyrolysis of carbonyl iron // *Jap.J.Appl.Phys.* – 1992. - Pt1. - V.31. - №12A. - p.3858-3861.
116. Gittleman J.I., Abeles B., Bozowski S. Superparamagnetism and relaxation effects in granular Ni-SiO<sub>2</sub> and Ni-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> films // *Phys.Rev.B.* – 1974. - V.9. - №9. - p.3891-3897.
117. Abu-Aljarayesh I., Bayrakdar A., Yusuf A., Abu-Satia H. AC susceptibility of cobalt in mercury magnetic fluids // *J.Appl.Phys.* – 1993. - V.73. - №10. - 2B. - p.6970-6972.
118. Ruyten W.M. Magnetic and optical resonance of two-level quantum systems in modulated fields. I. Bloch equation approach. II. Floquet

- Hamiltonian approach // *Phys. Rev. A.* – 1990. - V.42. - № 7. - p.4226-4245, 4246-4254.
119. Van Faassen E. Analytically soluble model for linear response of frequency-modulated oscillators with application to magnetic resonance // *Phys.Rev.A.* – 1990. - V 42. - № 2. - p.2785-2791.
120. Srivastava J.K. Radiofrequency acoustic microwave and optical perturbations of Mössbauer Spectra // *Adv.Möss.Spectroscopy: Appl.Phys. - Chem., Biol. - Amsterdam.* - 1983. - p.761-813.
121. Митин А.В. Гамма - резонансная спектроскопия во внешнем переменном поле // Диссертация на соискание ученой степени д.ф.-м.н. – Казань. – 1984. - 275 с.
122. Балдохин Ю.В., Борщ С.А., Клингер Л.М., Повитский В.А. Влияние радиочастотного перемагничивания на  $\gamma$ -резонансные спектры ферромагнетика // *ЖЭТФ.* – 1972. - т.63. - вып.2. - с.708-712.
123. Blume M. Stochastic theory of the line shape: generalization of the Kubo-Anderson Model // *Phys.Rev.* – 1968. - V.174. - № 2. - p.351-358.
124. Hartmann-Boutron F., Spanjard D. Study of radioactive impurities in solids. Part one; radiation characteristics // *J.de Physique.* – 1972. - V.33. - p.285-297.
125. Андреева М.А., Кузьмин Р.Н. Мёссбауэровская гамма оптика // М.: Изд. МГУ. – 1982. - 226 с.
126. Sadykov E.K., Isavnin A.G. The Mössbauer susceptibility of magnetic materials in conditions far from equilibrium // *Laser Physics.* – 1995. - V.5. - №2. - p.411-416.
127. Sadykov E.K., Isavnin A.G., Skvortsov A.I. Mössbauer transition dynamics in conditions of strong excitation of nuclear spins // *Hyperfine Interactions.* – 1997. - V.107. - p.257-275.
128. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. - М.: «Наука». – 1980. - 704 с.

129. Jeener J. Superoperators in magnetic resonance // *Advances in magnetic resonance*. – 1982. - V.10. - p.1-51.
130. Эрнст Р., Боденхаузен Дж., Вокаун А. ЯМР в одном и двух измерениях. - М.: «Мир». – 1990. - 570 с.
131. Turner R.E., Dahler J.S., Snider R.F. Projected evolution superoperators and the density operator: theory and applications to inelastic scattering // *Canad. J. Phys.* – 1982. -V.60. - № 10. - p.1371-1386.
132. Straud M.P., Berry R.S. Group representations in the Liouville representation and the algebraic approach // *J.Math.Phys.* - 1982. - V.23. - № 4. - p.587-593.
133. Zwanzig R. On the identity of three generalized master equations // *Physica*. - 1964. - V.30. - p.1109-1123.
134. Afanasev A.M., Gorobchenko V.D. On the theory of Mössbauer Emission Relaxation Spectra // *Phys.Stat.Solidi(b)*. – 1976. - V.73. - p.73-79.
135. Afanasev A.M., Gorobchenko V.D. Theory of time dependent Mössbauer Emission Spectra under Relaxation Conditions // *Phys.Stat.Solidi(b)*. – 1976. - V.76. - p.465-473.
136. Schwegler H. Line shape of Mössbauer Hyperfine Spectra // *Phys.Stat.Solidi (b)*. – 1970. - V.41. - p.353-357.
137. Shirley J.H. Solution of the Schrödinger equation with a hamiltonian periodic in time // *Phys.Rev.* - 1965. - V.138. - № 4B. - p.979-987.
138. Tak-San Ho, Kwanghsi Wang, Shin-I Chu Floquet-Liouville supermatrix approach: time development of density-matrix operator and multiphoton resonance fluorescence spectra in intense laser fields // *Phys.Rev.A*. – 1986. - V.33. - № 3. - p.1798-1816.
139. Белозерский Г.Н., Павлов Б.С. Форма мёссбауэровских спектров при явлении суперпарамагнетизма. Учет прецессии // *ФТТ*. – 1983. - т.25. - №6. - с.1690-1696.

140. Афанасьев А.М., Седов В.Е. О флуктуационных эффектах в мессбауэровских спектрах сверхтонкой структуры суперпарамагнитных кластеров // Изв.АН СССР серия физическая. – 1986. - т.50. - № 12. - с.2348-2353.
141. Sadykov E.K., Skvortsov A.I. Theory of R.F. Mössbauer spectra of the magnetics with magnetic anisotropy // Phys.Stat.Solidi(b). - 1990. - V.158. - p.685-694.
142. Сявакко М.С. Дробно аналитическая аппроксимация эволюционного оператора // Докл. АН СССР. – 1987. - т.297. - № 5. - с.1065-1067.
143. Stauffer D. Quantum tunneling nucleation for superparamagnetic spin cluster reversal // Solid State Commun. – 1976. - V.18. - № 4. - p.533-535.
144. Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. – М.: «Мир». – 1987. - 420 с.
145. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: «Наука». – 1986. – 544 с. – с.146.
146. Садыков Э.К., Исавнин А.Г., Болденков А.Б. К теории квантового стохастического резонанса в однодоменных магнитных частицах // ФТТ. – 1998. - т.40. - №3. - с.516-518.
147. Affleck I. Quantum statistical metastability // Phys.Rev.Lett. – 1981. - V.46. - №6. - p.388-391.
148. Исавнин А.Г. Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках: механизм подбарьерного перемагничивания // ФТТ. – 2001. - т.43. - № 7. - с.1216-1219.
149. Вонсовский С.В. Магнетизм. - М.: «Наука». - 1971. - 1032 с. – с.803.
150. Garg A. Dissipation in macroscopic quantum tunneling and coherence in magnetic particles // J.Appl.Phys. - 1994. - V.76. - №10. - p.6168-6173.
151. Bodker F., Morup S., Linderoth S. Surface effects in metallic iron nanoparticles // Phys.Rev.Lett. - 1994. - V.72. - №2. - p.282-285.

152. Wernsdorfer W., Hasselbach K., Maily D., Barbara B., Benoit A., Thomas L., Suran G. Mesoscopic effects in magnetism: submicron to nanometer size single particle measurements // J.Magn.Magn.Mater. - 1995. - V.145. - №1-2. - p.33-35.
153. Garg A., Kim G.H. Dissipation in macroscopic magnetization tunneling // Phys.Rev.Lett. - 1989. - V.63. - №22. - p.2512-2515.
154. Калмыков Ю.П., Титов С.В. Комплексная магнитная восприимчивость одноосных суперпарамагнитных в сильном постоянном магнитном поле // ФТТ. – 1998. – т.40. - №9. – с.1642-1649.
155. Wernsdorfer W., Bonet Orozco E., Hasselbach K., Benoit A., Barbara B., Demoncey N., Loiseau A., Pascard H., Maily D. Experimental evidence of the Néel-Brown model of magnetization reversal // Phys.Rev.Lett. - 1997. - V.78. - №9. - p.1791-1794.
156. Coffey W.T, Crothers D.S.F., Dormann J.I., Kalmykov Yu.P., Kennedy E.C., Wernsdorfer W. Thermally activated relaxation time of a single domain ferromagnetic particle subjected to a uniform field at an oblique angle to the easy axis: comparison with experimental observations // Phys.Rev.Lett. – 1994. – V.80. - №25. – p.5655-5658.
157. Исавнин А.Г. Стохастический резонанс в системе однодоменных магнитных частиц // Издательство Камского государственного политехнического института, г. Набережные Челны, 2004 г., 160 с.
158. Исавнин А.Г. Зависимость динамической восприимчивости суперпарамагнитных частиц от постоянного магнитного поля перпендикулярного легкой оси // Известия высших учебных заведений, “Физика”. - 2005. - т.48. - №5. - с.64-68.
159. Исавнин А.Г. Отклик суперпарамагнитных легкоосных частиц на радиочастотное поле с учетом постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси // Вестник

- Оренбургского государственного университета. – 2005. - №4. - с.123-126.
160. Исавнин А.Г. Стохастический резонанс в мелкодисперсных магнетиках: влияние постоянного магнитного поля, приложенного вдоль легкой оси // Известия высших учебных заведений, “Физика”. – 2005. - т.48. - №7. - с.26-31.
161. Исавнин А.Г. Влияние произвольно направленного постоянного магнитного поля на динамическую восприимчивость суперпарамагнитной частицы в условиях стохастического резонанса // Materials of International scientific-practical conference “The science: theory and practice”. - 20 июля - 5 августа 2005. - Днепропетровск, Украина. - с.18-20.
162. Калмыков Ю.П., Коффи В.Т., Титов С.В. О зависимости времени релаксации намагниченности однодоменных ферромагнитных частиц от коэффициента затухания в модели Брауна // ФТТ. – 2005. – т.47. - №2. – с.260-267.
163. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. Стохастический резонанс как модулированный шумом эффект увеличения степени порядка // УФН. – 1999. – т.169. -№1. – с.7-38.
164. Климонтович Ю.Л. Что такое стохастическая фильтрация и стохастический резонанс? // УФН. – 1999. – т.169. -№1. – с.39-47.
165. Трубецков Д.И. Турбулентность и детерминированный хаос // Соросовский образовательный журнал. – 1998. - №1. – с.77-83.
166. Кляцкин В.И., Гурарий Д. Когерентные явления в стохастических динамических системах // УФН. – 1999. – т.169. -№2. – с.171-207.
167. Абзель М.Я. Время, туннелирование и турбулентность // УФН. – 1998. – т.168. -№6. – с.613-623.
168. Олемской А.И. Теория стохастических систем с сингулярным мультипликативным шумом // УФН. – 1998. – т.168. -№3. – с.287-321.

169. Климонтович Ю.Л. Энтропия и информация открытых систем // УФН. – 1999. – т.169. -№4. – с.443-452.
170. Иваницкий Г.Р., Медвинский А.Б., Деев А.А., Цыганов А.А. От «демона Максвелла» к самоорганизации процессов массопереноса в живых системах // УФН. – 1998. – т.168. -№11. – с.1153-1194.
171. Изаков М.Н. Самоорганизация и информация на планетах и в экосистемах // УФН. – 1997. – т.167. -№10. – с.1087-1094.
172. Климонтович Ю.Л. Критерии относительной степени упорядоченности открытых систем // УФН. – 1996. – т.166. -№11. – с.1231-1243.
173. Lederman M., Schults S., Ozaki M. Measurement of the dynamics of the magnetization reversal in individual single-domain ferromagnetic particles // Phys.Rev.Lett. – 1994. – V. 73. - № 14. – p.1986-1989.
174. Fernandez J., Luis F., Bartolome J. Time dependent specific heat of a magnetic quantum tunneling system // Phys.Rev.Lett. – 1998. – V. 80. - № 25. – p.5659-5662.
175. Мухин А.А., Прохоров А.С., Горшунов Б.П., Звездин А.К., Травкин В.Д., Дрессель М. Субмиллиметровая спектроскопия электронных переходов и макроскопическое квантовое туннелирование намагниченности в молекулярных нанокристаллах // УФН. – 2002. – т.172. -№11. – с.1306-1313.
176. Svedlindh P., Jonsson T., Garcia-Palacios J.L. Intra-potential-well contribution to the AC susceptibility of a noninteracting nano-sized magnetic particle system // J.Magn.Magn.Mater. – 1997. - V.169. - №3. - p.323-334.
177. Zhang J., Boyd C., Luo W. Two mechanisms and a scaling relation for dynamics in ferrofluids // Phys.Rev.Lett. – 1996. – V.77. - №2. – p.390-393.
178. Исавнин А.Г. Динамическая восприимчивость легкоосных суперпарамагнитных частиц в слабом переменном поле // Вестник

Оренбургского государственного университета. - 2005. - №6. - с. 105-108.

179. Бинги В.Н., Савин А.В. Физические проблемы действия слабых магнитных полей на биологические системы // УФН. – 2003. – т.173. - №3. – с.265-300.
180. Птицына Н.Г., Виллорези Дж., Дорман Л.И., Ючки Н., Тясто М.И. Естественные и техногенные низкочастотные магнитные поля как факторы, потенциально опасные для здоровья // УФН. – 1998. – т.168. -№7. – с.767-791.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь представлены коды некоторых используемых при расчетах программ, разработанных и реализованных автором диссертации в среде Turbo Pascal.

1. Программа, используемая в расчетах модели дискретных ориентаций для нахождения динамической магнитной восприимчивости, отношения сигнала к шуму, в главах 2 (при  $H_1=0$ ), 6.

```
{M 5000,0,0}
program DOM; {Discrete orientations model}
uses CRT,DOS;
const row=50;
var alpha,a,b,t0,gyro,mu,H,H1,Mag,s,W, Amp,Ka,kb, vol, omega,
U,U1,U2,M0,E,T,Tmax,res,Signal,Noise,SuscRe, SuscIm,SuscA: real;
  f:text;
  path:string;
function ex(p:real):real;
begin if p<-85 then ex:=0
      else ex:=exp(p)
end;
procedure Parameters; {параметры системы}
begin
  path:='c:\grapher\im3.dat'; {путь к файлу данных-результатов}
  Ka:=4E4; {константа анизотропии}
  kb:=1.38E-23; {постоянная Больцмана}
  vol:=1E-24; {объем суперпарамагнитной частицы}
  omega:=1E7; {частота внешнего переменного поля }
  Mag:=1.72E6; {намагниченность насыщения}
  mu:=1.25E-6; {магнитная постоянная}
```

```

H:=1E3; {амплитуда внешнего переменного поля}
H1:=1E4 ; {0} {дополнительное постоянное магнитное поле}
gyro:=8.8E10; {магнитомеханическое отношение}
a:=0.1; {параметр диссипации}
b:=mu*Mag*H1/(2*Ka);
t0:=arctan(b/sqrt(1-b*b))*180/Pi; {угол, соответствующий первому
минимуму энергии}
writeln('theta0= ',t0);
M0:=Mag*sqrt(1-sqr(mu*Mag*H1)/(4*Ka*Ka));
{alpha:=2 * a*gyro*Ka/((1+a*a)*sqrt(2*Pi)*Mag);}
alpha:=5E9; {пре-фактор скорости Крамерса}
{высоты потенциальных барьеров}
U:=Ka*volmu*Mag*H1*vol + sqr(mu*Mag*H1)*
vol/(4*Ka);
U1:=sqr(mu*Mag*H1)*vol/(4*Ka)+Ka*vol+
mu*Mag*H1*vol;
U2:=sqr(mu*Mag*H1)*vol/(4*Ka)+Ka*vol-
mu*Mag*H1*vol;
end;
procedure Vector1; {Постоянное поле направлено вдоль легкой оси}
var i: byte;
index1,index2,FF:real;
begin
assign(f,path);
rewrite(f);
for i:=1 to row do begin
T:=80+i*20; {Температура, K}
Amp:=mu*Mag*H*vol/(kb*T);
index1:=U1/(kb*T);
index2:=U2/(kb*T);

```

```

W:=alpha*ex(-index1)+alpha*ex(-index2);
FF:=alpha*ex(-index1);
{Магнитн. восприимчивость: вещественная, мнимая компоненты,
абс.величина}
SuscRe:=2*Mag*Amp*FF*W/H/(W*W+sqr(omega));
SuscIm:=2*Mag*Amp*FF*omega/H/(W*W+sqr(omega));
SuscAbs:=sqr(SuscRe*SuscRe+SuscIm*SuscIm);
{ ! } RES:=SuscAbs;           { Результат }
writeln('T= ',t,' ', 'res= ',RES);
writeln(f,T:1:3,' ',res:1:3);
end;
close(f);
end;
procedure Vector2; {Постоянное поле направлено перпендикулярно
легкой оси}
var i: byte;
index,SNR,Lag,PnmPn:real;
begin
assign(f,path);
rewrite(f);
for i:=1 to row do begin
T:=80+i*20;
Amp:=mu*M0*H*vol/(kb*T);
index:=U/(kb*T);
W:=alpha*ex(-index);
SuscRe:=M0*Amp*W*W/H/(W*W+sqr(omega));
SuscIm:=M0*Amp*W*omega/H/(W*W+sqr(omega));
SuscAbs:=M0*Amp*W/H/sqr(W*W+sqr(omega));
{SNR:=Pi*sqr(Amp)*W/4/(1-sqr(W*Amp)/
(2*(W*W+sqr(omega)))));}

```

```

SNR:=Pi*Amp*Amp*W/4; {отношение сигнала к шуму}
Lag:=-arctan(omega/W); {фазовый сдвиг}
PnmPn:=1-sqr(W*Amp)/2/(W*W+sqr(omega)); {мощность шума}
Signal:=W*W*Amp*Amp/(W*W+sqr(omega));
Noise:=2*W/(W*W+sqr(omega));
{ ! } RES:=Susclm; { Результат }
{s:=1/index;}
writeln('T= ',t, ' ',res= ',res);
writeln(f,T:1:3,' ',res:1:3);
end;
close(f);
end;
procedure Gr; {рисует кривые, используя внешнюю программу}
begin
swarvectors;
chdir('c:\grapher');
exec('grapher.exe',' ');
chdir('c:\pas');
swarvectors;
end;
begin
Parameters;
Vector1;
{ Vector2; }
Gr;
end.

```

2. Программа для нахождения компонент динамической магнитной восприимчивости в рамках непрерывной модели, рассмотренной в главе 3, на основе алгоритма цепных комплекснозначных матричных дробей.

Включает в себя метод ложного положения для нахождения квазисобственных значений из определителя (III.24).

```

{$M 60000,70000,200000}
program MCF; { Matrix Continued Fraction technique }
uses CRT , DOS;
const mm =15; Nf = 3; row = 50;
type complex = record re,im: real end;
    Mat = array [1..mm, 1..mm] of complex;
    Vec= array [1..mm] of complex;
var Q,S: array [0..Nf] of ^Mat;
    C:array [0..Nf] of ^Vec;
    Q0,Qp,zm: ^Mat;
    mu,al,vol,QL,km,RL,omega,Amp,Mag,gyro,Tmax,
    H,Ka,kb,hn,nu: real;
    path:string;
    z,EV:complex;
    f:text;
{Алгебра комплексных чисел}
Procedure Comp(x,y:real; var z:complex); {Z=X+iY}
begin z.re:=x; z.im:=y end;
Procedure AddC(x,y:complex; var z:complex); {Z=X+Y}
begin z.re:=x.re+y.re; z.im:=x.im+y.im end;
Procedure SubC(x,y:complex; var z:complex); {Z=X-Y}
begin z.re:=x.re-y.re; z.im:=x.im-y.im end;
Procedure MulC(x,y:complex; var z:complex); {Z=X*Y}
begin z.re:=x.re * y.re - x.im * y.im;
    z.im:=x.re * y.im + x.im * y.re end;
Procedure DivC(x,y:complex; var z:complex); {Z=X/Y}
begin z.re:=(x.re*y.re+ x.im*y.im)/(y.re*y.re+y.im*y.im);

```

```

    z.im:=(x.im*y.re- x.re*y.im)/(y.re*y.re+y.im*y.im)
end;
Procedure SC (x: complex; var z:complex); {Z=X-iY}
begin z.re:=x.re; z.im:=-x.im end;
Procedure AbsC(x: complex; var z:real); {Z=abs(X)}
begin z:=sqrt(x.re* x.re+x.im*x.im) end;
FUNCTION D(i,j:byte): byte; {Символ Кронекера}
begin if i=j then D:=1 else D:=0 end;
{Процедура инвертирования комплекснозначной матрицы}
Procedure INV(a:Mat; size: byte; var zm:Mat);{ZM=1/XM}
label l1,l2;
var n1,k,k1,m,l,i,j,j1, ji,ki:byte;
ss,z,v:complex; p:Mat; b,u:Vec;
begin p:=a;
for ji:=1 to size do begin
for i:=1 to size do Comp(0,0,b[i]); Comp(1,0,b[ji]); a:=p; {sub}
for k:=1 to size-1 do begin
if (a[k,k].re<>0) or (a[k,k].im<>0) then goto l1;
for m:=k+1 to size do begin
if (a[m,k].re<>0) or (a[k,k].im<>0) then begin
for l:=1 to size do begin v:=a[k,l]; a[k,l]:=a[m,l]; a[m,l]:=v end;
v:=b[k]; b[k]:=b[m]; b[m]:=v end else end;
l1: for i:=k+1 to size do begin
MulC(a[i,k],b[k],z); DivC(z,a[k,k],z); SubC(b[i],z,b[i]);
for j1:=k to size do begin j:=size-j1+k;
DivC(a[k,j],a[k,k],z); MulC(a[i,k],z,z); SubC(a[i,j],z,a[i,j]);
end end end;
m:=size; DivC(b[m],a[m,m],u[m]);
l2: m:=m-1; ss.re:=0; ss.im:=0;
for l:=m to size-1 do begin MulC(a[m,l+1],u[l+1],z); AddC(ss,z,ss) end;

```

```

SubC(b[m],ss,z);      DivC(z,a[m,m],u[m]);
if m>1 then goto l2;  {endsub}
for ki:=1 to size do  zm[ki,ki]:=u[ki];
end end;

```

{Действия с комплекснозначными матрицами (умножение, сложение,...)}

```

Procedure MMM(xm,ym:Mat; size: byte; var zm:Mat); {ZM = XM * YM}

```

```

var i,j,k:byte;  z:complex;

```

```

begin

```

```

  for i:=1 to size do

```

```

    for j:=1 to size do

```

```

      begin zm[i,j].re:=0;  zm[i,j].im:=0;

```

```

        for k:=1 to size do

```

```

          begin MulC(xm[i,k],ym[k,j],z); AddC(zm[i,j],z,zm[i,j]) end

```

```

        end

```

```

      end;

```

```

Procedure MMV(xm:Mat; yv:Vec;  size:byte;  var zv:Vec); { ZV = XM *

```

```

YV }

```

```

var i,k:byte;  z:complex;

```

```

begin

```

```

  for i:=1 to size do

```

```

    begin zv[i].re:=0;  zv[i].im:=0;

```

```

      for k:=1 to size do

```

```

        begin MulC(xm[i,k],yv[k],z); AddC(zv[i],z,zv[i]);  end

```

```

      end

```

```

    end;

```

```

Procedure Plus(x,y:Mat;      size:byte;  var z:Mat); { Z = X + Y }

```

```

var i,j:byte;

```

```

begin

```

```

  for i:=1 to size do

```

```

    for j:=1 to size do
    begin z[i,j].re:=x[i,j].re+y[i,j].re;
        z[i,j].im:=x[i,j].im+y[i,j].im
    end
end;
Procedure Scal(number:real; x:Mat; size:byte; var z:Mat); {Z=NUMBER*X}
var i,j:byte;
begin
for i:=1 to size do
for j:=1 to size do
begin z[i,j].re:=number*x[i,j].re; z[i,j].im:=number*x[i,j].im end
end;
Procedure RealM(x:Mat; size:byte; var z:Mat); { Z = Re(X) }
var i,j:byte;
begin
for i:=1 to size do
for j:=1 to size do
begin z[i,j].re:=x[i,j].re; z[i,j].im:=0 end
end;
Procedure Parameters; {параметры системы}
begin
Ka:=4E4; {константа анизотропии}
kb:=1.38E-23; {постоянная Больцмана}
vol:=1E-24; {объем частицы}
Mag:=1.72E6; {намагниченность насыщения}
H:=1E3; {амплитуда внешнего переменного поля}
mu:=12.5E-7; {магнитная постоянная}
Amp:=mu*Mag*H;
omega:=1E5; {частота внешнего переменного поля}
al:=0.1;

```

```

gyro:=8.8E10; {гиромагнитное отношение}
nu:=al/Mag/gyro;
hn:=nu/((1/sqr(gyro))+sqr(nu*Mag));
QL:=hn*Ка;
RL:=hn*Amp;
Comp(0,0,EV);           {QuasiEigenValue "mu"}
Tmax:=2700;             {Температура, Кельвин}
Path:='c:\grapher\snrn.dat'
end;
Procedure Matrices; {Вычисление элементов матриц Q0,Qp}
var i,j,n:byte;
begin
  for n:=0 to Nf do begin
    for i:=0 to mm-1 do
      for j:=0 to mm-1 do begin
        Q0^[i+1,j+1].re:=4*QL * ( D(i,j) * ((i+3)*sqr((i+1))/(sqr(2*i+1)*(2*i+3)) +
          (i+3)*i/(sqr(2*i+1)*(2*i-1))-(1+km/QL/2*i*(i+1))/(2*i+1)-i*i/(4*i*i-1))+
          D(i,j-2) * ( (i+5)*(i+2)*(i+1)/((2*i+1)*(2*i+5)*(2*i+3)) -
            (i+2)*(i+1)/((2*i+3)*(2*i+1)) ) +
          D(i,j+2) * (i+1)*i*(i-1)/((2*i+1)*(2*i-3)*(2*i-1)) ) -
          D(i,j) * 2*EV.re/(2*i+1);
        Q0^[i+1,j+1].im:=D(i,j)*2/(2*i+1)*(-n*omega-EV.im);
        Qp^[i+1,j+1].re:=0.5 * 2*RL * ( D(i,j+1) * (i+1)*i/
          ((2*i-1)*(2*i+1)) + D(i,j-1) * ( (i+3)*(i+1)/
            ((2*i+3)*(2*i+1)) - (i+1)/(2*i+1) ) ) ;
        Qp^[i+1,j+1].im:=0;
      end;
      Q[n]^:=Q0^
    end
  end;
end;

```

```

Procedure Smat; {To find S[0] and matrix "SYS" of the system}
var n:byte;
begin Scal(0,S[Nf]^,mm,S[Nf]^);
      for n:=Nf downto 1 do
      begin MMM(Qp^,S[n]^,mm,zm^);
            Plus(Q[n]^,zm^,mm,zm^);
            INV(zm^,mm,zm^);
            MMM(zm^,Qp^,mm,zm^);
            Scal(-1,zm^,mm,S[n-1]^)
      end
end;
Procedure Solvsys;
var i,j:byte; sys,subsys:Mat;      bv,zv: Vec;
begin MMM(Qp^,S[0]^,mm,zm^);      RealM(zm^,mm,zm^);
      Scal(2,zm^,mm,zm^);      Plus(Q[0]^,zm^,mm,sys);
      for i:=1 to mm-1 do begin
      for j:=1 to mm-1 do begin
      subsys[i,j].re:=sys[i+1,j+1].re;
      subsys[i,j].im:=0
      end;
      bv[i].re:=-sys[i+1,1].re;      bv[i].im:=0
      end;
      INV(subsys,mm-1,zm^);      MMV(zm^,bv,mm-1,zv);
      C[0]^[1].re:=1;      C[0]^[1].im:=0;
      for i:=2 to mm do begin
      C[0]^[i].re:=zv[i-1].re;      C[0]^[i].im:=zv[i-1].im
      end;
      MMV(S[0]^,C[0]^,mm,C[1]^);
end;
procedure RegFal; { Метод ложного положения }

```

```

label 1,2;
var ee,ss,gg,det:complex;
    matsysc:mat;
    i,j,ii,k,b,c,u:integer;
    lam:real;
begin assign(f,'c:\grapher\rfim.dat');
    rewrite(f);
    ClrScr;
for ii:=1 to row do begin
    km:=800{T,K}*kb*hn/vol;
    new(Q0);      new(Qp);  new(zm);
for j:=0 to Nf do begin new(Q[j]); new(S[j]);  end;
    lam:=-10*omega*(1-2*ii/row)+1;
    Comp(0,lam,EV);  Matrices;  Smat;
    MMM(Qp^,S[0]^,mm,zm^);
    Plus(Q[0]^,zm^,mm,matsysc);
    SC(EV,EV);      Matrices;  Smat;  SC(EV,EV);
    MMM(Qp^,S[0]^, mm,zm^);
    Plus(matsysc,zm^,mm,matsysc);
    { Calculation of det(matsysc) }
u:=1;              Comp(1,0,det);
for k:=1 to mm-1 do begin  Comp(0,0,ee);
for i:=k to mm do begin
for j:=k to mm do begin
if (abs(ee.re)>=abs(matsysc[i,j].re)) or
    (abs(ee.im)>abs(matsysc[i,j].im)) then continue;
ee:=matsysc[i,j]; b:=i; c:=j;
end;
end;
if k=b then goto 1;

```

```

    for j:=k to mm do
    begin ss:=matsysc[k,j]; matsysc[k,j]:=matsysc[b,j];
    matsysc[b,j]:=ss;
    end;          u:=-u;
1:  if k=c then goto 2;
    for i:=k to mm do begin
    ss:=matsysc[i,k]; matsysc[i,k]:=matsysc[i,c];
    matsysc[i,c]:=ss;
    end;          u:=-u;
2:  for i:=k+1 to mm do begin
    DivC(matsysc[i,k],matsysc[k,k],gg);
    for j:=k to mm do begin
    MulC(gg,matsysc[k,j],z);
    SubC(matsysc[i,j],z,matsysc[i,j]);
    end;
    end;
end;
for i:=1 to mm do begin
matsysc[i,i].re:=matsysc[i,i].re/QL;
matsysc[i,i].im:=matsysc[i,i].im/QL;  {Scaling}
MulC(det,matsysc[i,i],det);
end;    det.re:=u*det.re;    det.im:=u*det.im;
WRITELN(f,lam/omega:5:3,' ',DET.im :5:3); { ! }
writeln('lam/omega= ',lam/omega:5:3,'    det.re= ',
        det.re:5:3,'    det.im= ',det.im:5:3);
    dispose(Q0);    dispose(Qp);    dispose(zm);
for j:=0 to Nf do begin dispose(Q[j]); dispose(S[j]); end;
    IF KEYPRESSED THEN BREAK
end;
close(f);    readln;

```

```

repeat sound(600); delay(500); nosound; delay(500) until keypressed;
    swapvectors;                chdir('c:\grapher');
    exec('grapher.exe',' ');    chdir('c:\pas');
    swapvectors;
end;
Procedure Main;
var i,j:byte;
    s5,T,SuscRe,SuscIm,Lag,SNR,SuscAbs,result: real;
begin assign(f,path);          {here}
    rewrite(f);
    ClrScr;
    for i:=1 to row do begin
        T:=50+Tmax*i/row;      {Temperature, K}
        km:=T*kb*hn/vol;      s5:=kb*T/Ka/vol;
        new(Q0);              new(Qp);  new(zm);
    for j:=0 to Nf do begin new(Q[j]); new(S[j]); new(C[j]) end;
        Matrices;            Smat;     Solvsys;
        dispose(Q0);         dispose(Qp); dispose(zm);
    for j:=0 to Nf do begin dispose(Q[j]); dispose(S[j]); dispose(C[j]) end;
        SuscRe:=2*Mag/H/3 * C[1]^2.re;
        SuscIm:=2*Mag/H/3 * -C[1]^2.im;
        SuscAbs:=2/3*Mag/H*sqrt(sqrt(C[1]^2.re)+
                                sqrt(C[1]^2.im));
        Lag:=arctan(C[1]^2.im/C[1]^2.re);
        SNR:=Pi*sqrt(H*SuscAbs)*vol*omega*mu/
                (4*kb*T*SuscIm);
    {} RESULT := snr ;
    writeln(f, s5:1:3, ' ', result:5:4);
    writeln('N',i,' kT/Kv= ',s5:1:3, ' result= ',result:5:2); {}
        IF KEYPRESSED THEN BREAK

```

```

end;
close(f);
repeat sound(600); delay(500); nosound; delay(500) until keypressed;
swapvectors;
chdir('c:\grapher');
exec('grapher.exe',' ');
chdir('c:\pas');
swapvectors
end;
BEGIN
Parameters;
Main;
{ RegFal;}
END.

```

3. Вычисление динамической магнитной восприимчивости для туннельного режима перемагничивания при температурах, отличных от абсолютного нуля (глава 5)

```

{$M 5000,0,0}
program MQTft; {Macroscopic Quantum Tunneling at finite temperatures}
uses dos;
const n=60;
var a,U1,U2,e,s0,gyro,mu,H,Hc,Hc1,H1,w0,Mag,Amp,
Ka,kb, vol, omega, W1,W2,Wp,Wm,hp,i1,T,Tc:real;
ReX,ImX,X:array [1..n] of real;
delta,theta,U:array [0..2] of real;
bit:text; {Name of the data file to assign}
procedure param;

```

```

begin
  Ka:=4E4;      {Anisotropy constant for Fe}
  kb:=1.38E-23; {Boltzman's const}
  vol:=1E-26;   {Particle volume}
  omega:=1E5;   {Frequency of external modulation}
  Mag:=1.72E6;  {Saturation magnetization value}
  mu:=1.25E-6;  {Magnetic const}
  gyro:=8.8E10; {Gyromagnetic ratio}
  hp:=1.055E-34; {Planck's const, dashed}
  Hc:=2*Ka/(mu*Mag);
  a:=0.01;      {H1/Hc}
  H1:=a*Hc;     {External alternating field amplitude}
  Hc1:=Hc*(1-3/2*exp(2/3*ln(a)));
  Amp:=mu*Mag*H1*vol; {Dimensionless external RF amplitude}
  s0:=0.95;     {Start point}
  T:=1E-2;     {Temperature, K}
  i1:=hp*w0/(kb*T); {Frequently used index}
end;

function ex(index:real):real;
begin
  if index < -85 then ex:=0 else ex:=exp(index);
end;

procedure cubic(r,s,t:real; var x1,x2,x3:real); {x^3+rx^2+sx+t=0}
var p,q,rho,phi,D,appendx:real;
begin
  p:=(3*s-r*r)/3;
  q:=2*r*r*r/27-r*s/3+t;
  rho:=sqrt(-p*p*p/27);
  D:=p*p*p/27-q*q/4; {дискриминант, д.б. < 0}
  if D>0 then writeln('Cubic eq. has complex solutions! Result is wrong!');

```

```

if -q/(2*rho)<0 {Cos(phi)} then appendix:=Pi else appendix:=0;
phi:=arctan(sqrt(1/sqr(-q/(2*rho))-1)) + APPENDX;
x1:=2*ex(1/3*ln(rho))*cos(phi/3)-r/3;
x2:=2*ex(1/3*ln(rho))*cos(phi/3+2*Pi/3)-r/3;
x3:=2*ex(1/3*ln(rho))*cos(phi/3+4*Pi/3)-r/3;
end;
procedure Vec;
var i,j: integer; ii:real;
begin
  assign(bit,'c:\grapher\mqft.dat');
  rewrite(bit);
  close(bit);
  append(bit);
  for i:=1 to n do
    begin
      ii:=s0+(i-1)*(1-s0)/n;
      H:=Hc1*ii;           {Transverese permanent field}
      e:=1-H/Hc;
      Cubic(-a,-2*e,2*a,delta[0],delta[1],delta[2]);
      for j:=0 to 2 do
        begin
          theta[j]:=Pi/2-delta[j];
          U[j]:=Ka*vol*sqr(sin(theta[j]))-H*mu*Mag*vol*sin(theta[j])+
            Amp*cos(theta[j]);
          {0-max, 1-right min, 2-left min}
        end;
      U1:=U[0]-U[2];
      U2:=U[0]-U[1];
      w0:=gyro*mu*H/sin(theta[2]); {Attempt frequency}
      (* writeln(' w0= ',w0);

```

```

Tc:=hp*w0/(2*Pi*kb); {Crossover temperature}
writeln(' Tc = ',Tc);
  writeln(ii,' delta = ',delta[2]*180/Pi); *)
  Wp:=w0*( (1-ex(-i1))/(1-ex(2*Pi-i1)) * (ex(-2*Pi*U1/
  (hp*w0)+Pi) - ex(-U1/(kb*T)+i1/2)) + 1/2*ex(-U1/
  (kb*T) +i1/2)*(1-ex(-i1)) + ex(-U1/(kb*T)-i1/2) );
(*   w0:=gyro*mu*H/sin(theta[1]);
{Attempt frequency for lower min}
  writeln('   w01= ',w0);   *)
  Wm:=w0*( (1-ex(-i1))/(1-ex(2*Pi-i1)) * (ex(-2*Pi*U1/
  (hp*w0)-(U2-U1)/(kb*T)+Pi) - ex(-U2/ (kb*T)+i1/2))
  +1/2*ex(-U2/(kb*T)+i1/2)*(1-ex(-i1)) + ex(-U2/(kb*T) - i1/2) );
W1:=Wp+Wm;
W2:=Wp-Wm;
  ReX[i]:=Mag*sin(Pi/2-theta[2])*W1*W2 / (H1*
(W1*W1+sqr(omega))); {Real part of susceptibility}
  ImX[i]:=Mag*sin(Pi/2-theta[2])*omega*W2 / (H1*
(W1*W1+sqr(omega))); {Imaginary part of susceptibility}
  X[i]:=Mag*sin(Pi/2-theta[2])*W2 / (H1*sqrt (W1*W1 +
          sqr(omega))); { Susceptibility }
  writeln(bit,ii,' ',X[i]);
end;
close(bit);
swapvectors;
chdir('c:\grapher');
exec('grapher.exe ');
chdir('c:\pas');
swapvectors;
end;
procedure energy;

```

```

var i:integer;
    theta,U:array [0..n] of real;
begin
    assign(bit,'c:\grapher\energy.dat');
    rewrite(bit); close(bit); append(bit);
    H:=Hc/1.7;
    Amp:=Amp*3.2;
    for i:=1 to n do
        begin
            theta[i]:=0.03+Pi/n*i;
            U[i]:=Ka*vol*sqr(sin(theta[i]))-H*mu*Mag* vol*
                sin(theta[i])+Amp*cos(theta[i]);
            writeln(bit,theta[i], ' ',U[i]);
        end;
        close(bit); swapvectors;
        chdir('c:\grapher');
        exec('grapher.exe ',");
        chdir('c:\pas'); swapvectors;
    end;
begin
Param;
Vec;
{Energy;}
end.

```