

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КАТАСТРОФ

Сокращенный конспект доцента Дудника Евгения Николаевича

Что нужно моделировать в катастрофических явлениях:

1. Процессы, предшествующие катастрофе и ведущие к ней. Это необходимо для предотвращения, если эти процессы целиком зависят от человека, или же для прогнозирования и смягчения последствий - в том случае, когда от человека эти процессы мало зависят.

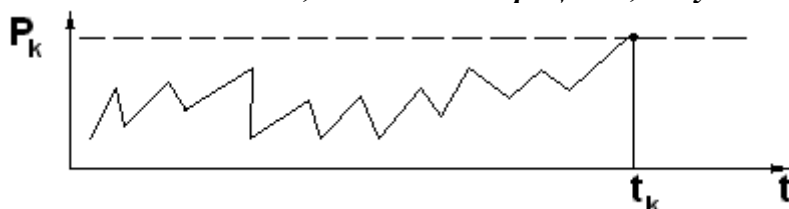
2. Моделировать надо так же и процессы непосредственного развертывания катастроф, для их успешной и эффективной ликвидации.

Примеры процессов, предшествующих катастрофе:

износ оборудования в опасных производствах, в опасных транспортных средствах, накопление нежелательных явлений в среде обитания, опасных концентраций, парниковый эффект, повышение интенсивности дециметрового радиоизлучения и т. д.

Пример развития катастрофы: аварийный выброс отравляющих веществ. Здесь важно рассчитать, какое количество будет выброшено в результате поломки того или иного агрегатов, куда ветер понесет выброшенное отравляющее вещество, с какой скоростью и т. д.

Важно: *Накапливаясь, негативные процессы, могут взаимно усиливать друг друга.*



На рис 1. показано самое простое и самое типичное представление развития процесса, ведущее к катастрофе.

Как правило, люди эффективно и успешно могут противостоять развитию процесса, изображенного на этом рисунке. Чаще всего только двойные, тройные или даже множественные «накладки» ведут к катастрофе. Пример с Чернобылем.

Важно: *человеческий фактор является важнейшей причиной тяжелых последствий при катастрофах.*

(Даже такое мало зависящее от людей событие, как падение небесного тела – астероида - на Землю не столь губительно, если правительства к нему подготовятся, а не будут заниматься только коррупцией)

Существует три больших группы факторов, ведущих к катастрофе:

1. **Внезапное освобождение больших количеств энергии.**

1.1 Землетрясения, цунами

1.2 Ураганы

1.3 Пожары

1.4 Взрывы

1.5 Прорыв плотины

1.6 Сели, сходы лавин

1.7 Падение небесных тел

2. **Накопление и распространение биологически опасных веществ.**

2.1 Токсины

2.2 Микроорганизмы

2.3 Радиация

2.4 Интенсивность ультракоротковолнового излучения

2.5 Фальсифицированные продукты питания (ксенобиотики)

3. **Социальные факторы.**

- 3.1 Национальные конфликты (накопление напряженности)
- 3.2 Религиозные конфликты (накопление напряженности)
- 3.3 Накопление криминогенных факторов
- 3.4 Падение нравов, не связанное с прямой преступностью

Важно: социальные катастрофы всегда результат накопления нежелательных факторов. Они в принципе не имеют внезапно появившихся причин.

При математическом моделировании катастроф следует учитывать, что все они происходят в некоем объеме или некоторой площади и развиваются в течение времени. Причем наиболее часто приходится моделировать развитие процессов во времени и на площади.

Следует также помнить, что в принципе любой катастрофе, а не только социальной, всегда предшествует какое-то накопление опасных факторов, однако зачастую скрытое. Примеры: накопление энергии в коре Земли перед землетрясением, накопление отклонений в траектории небесного тела. Они так же важны, как и накопление коррупционных факторов перед революцией. Поэтому для моделирования предшествующих катастрофе состояний, в первую очередь необходимо прогнозировать и анализировать именно процессы всяческого постепенного накопления, выявляя скрытые факторы.

Способы управления рисками.

Они заключаются в соблюдении следующих принципов:

1. *Главный принцип управления рисками заключается в том, чтобы исключать из жизни действия не только заведомо негативных, но и сомнительных факторов, вредность которых пока полностью не доказана.*
2. *Второй принцип управления рисками заключается в том, что необходимо разводить в пространстве и во времени «накладки» неблагоприятных факторов. Всячески понижать вероятность совпадения неблагоприятных факторов.*

Катастрофа всегда представляется, отображается распространением какого-то параметра по площади. **Поэтому катастрофа и её развитие всегда отображается на карте.**

Распространение какого-то параметра по объему или площади моделируется функцией четырёх или трёх переменных.

$$u(x, y, z, t) \quad u(x, y, t)$$

$$u(\rho, \varphi, z, t) \quad \text{или} \quad u(\rho, \varphi, t)$$

$$u(r, \theta, \varphi, t)$$

В зависимости от того, являются ли взаимодействия, приводящие к распространению вредоносного фактора по площади, локальными или нелокальными, они моделируются разными математическими моделями.

Рассмотрим их по отдельности.

1. Локальные взаимодействия

Распространение параметров (факторов) по поверхности происходит чаще всего в результате каких-то локальных взаимодействий

Что такое локальное взаимодействие, можно пояснить следующим образом.

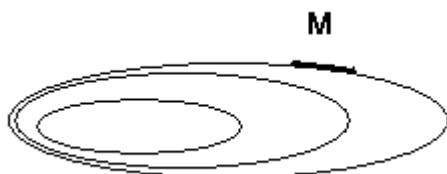


Рис2. М – маленький участок границы

Допустим, есть некоторая область G (например, область разлива ОБ). Как это загрязнение распространяется? Мы можем выделить маленький участок на границе этой области и исследовать, как распространяется зона поражения на небольшом расстоянии от этого

участка. Это необходимо сделать для всех маленьких участков границы и учесть особенности распространения на каждом из них.

В результате мы получим ответ на вопрос, как изменится граница области поражения через небольшой промежуток времени. В результате мы получим, как изменится Δi за Δt . Проводя вычисления для множества этапов, получим эволюцию (развитие зоны поражения во времени). Говоря математически более строго, локальное взаимодействие описывается с использованием законов природы, связывающих исследуемые факторы, как функции координат и времени, и частные производные этих факторов.

Например: при распространении концентрации отравляющего вещества используется закон диффузии. Диффузия - это явление проникновения молекул одного вещества в объем другого вещества. Локальное взаимодействие описывается дифференциальными уравнениями в частных производных или соответствующим им разностными уравнениями.

Отличие между производными и конечными разностями состоит в том, что производная – это такая «бывшая конечная» разность, над которой проделана математическая операция предельного перехода. Поскольку при расчетах на компьютере принципиальная разница между производной и конечной разностью исчезает (для компьютера все разности конечны), то дифференциальные уравнения в частных производных при расчете опасных процессов заменяются конечно-разностными.

Приложение.

П1. Частная производная.

Обыкновенная производная - это производная от функции одной переменной.

Частной производной называется производная функции нескольких переменных, взятая по одной или по нескольким переменным. Обозначается косыми дифференциалами.

$$\frac{\partial f(x, y_0)}{\partial x}, \quad \frac{\partial f(x_0, y)}{\partial y}.$$

Вычисляется точно так же, как и обыкновенная производная, но при этом все переменные кроме одной считаются константами. Нолик указывает, что эта переменная принимает фиксированное значение.

Геометрический смысл частной производной 1-го порядка от функции двух переменных: тангенс угла наклона плоской кривой, рассматриваемой в секущей плоскости для поверхности $f(x, y)$.

Частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 f(x, y_0)}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f(x_0, y)}{\partial y^2}$$

Смешанные производные: $\frac{\partial^2 f(x, y_0)}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f(x_0, y)}{\partial y^2}$

У частных производных второго порядка и смешанных геометрический смысл уже не так прост.

П2. Гладкой называется функция, которая не имеет разрывов и в каждой точке имеет касательную. Гладкая функция двух переменных имеет в каждой точке касательную плоскость.

подавляющее большинство естественных физических процессов описывается гладкими функциями.

Примеры дифференциальных уравнений в частных производных: уравнения, описывающие диффузию или распространение тепла:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 f(x, y_0)}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 f(x_0, y)}{\partial y^2} + f(x, y, t)$$

Для того, чтобы решить дифференциальное уравнение в частных производных, нужно найти такую функцию U от своих переменных, которая при постановке в уравнение сделает из него верное равенство для всех интересующих исследователя значений переменных. Функция f в правой части уравнения полагается известной. Это функция, описывающая внешнее воздействие. Для решения дифференциальных уравнений в частных производных необходимо знать так называемые граничные условия, а именно значения функции U и ее производных на границе области G в начальный момент времени.

Очень часто при моделировании опасных процессов на компьютере вместо уравнений в частных производных используют разностные уравнения.

Можно полагать, что дифференциальные уравнения получаются после предельного перехода в разностных схемах, а можно считать, что разностные схемы получаются в результате огрубления дифференциальных уравнений.

Недостатки моделей с частными производными: они мало подходят для объектов малой площади, или очень грубы для них. Например, когда вы рассматриваете пожар в лесу или распространение отравляющих веществ сквозь лес, вы имеете дело с отдельными деревьями, являющимися преградой. Но в указанных моделях эти отдельные деревья должны описываться как некая сплошная стена, характеризующаяся некими непрерывными плавно меняющимися функциями. Это справедливо только приближенно и только для больших площадей. Например, на длине 100 м (малого участка границы большого леса) несколько сотен деревьев можно представить как точки достаточно плавной кривой.

2. Нелокальные (интегральные) взаимодействия

Иногда опасные процессы в принципе невозможно описать с помощью локальных взаимодействий. Рассмотрим на примере. Самолет летит над поверхностью, загрязненной радиоактивными веществами. На экипаж воздействует радиация от этой поверхности. В каждый момент времени до экипажа доходит излучение от разных частей поверхности. Поскольку разные части поверхности находятся на разных расстояниях до экипажа, то вклад их излучения в суммарную дозу, получаемую экипажем неодинаков. Вместе с тем каждую секунду на экипаж воздействует суммарное воздействие, взятое с некой площади подстилающей поверхности.

Принято говорить, что в этом случае имеет место не локальное, а интегральное воздействие излучения на экипаж в каждую секунду. Оно описывается уравнениями, в которых неизвестная функция входит под знак интеграла. Подобные уравнения называются интегральными уравнениями.

Суммируя, можно сказать, что очень многие опасные процессы неплохо описываются дифференциальными уравнениями в частных производных и интегральными уравнениями. При использовании указанных моделей наибольшую трудность представляет сбор и учет информации, описывающих граничные условия. Это накладывает серьезные ограничения на практическую применимость таких моделей.

Зачастую граничные условия настолько разнообразны, разорваны и сложны, что моделирование непрерывными, и, тем более, гладкими функциями, столь успешное на микроуровне физических процессов, не дает исследователю удобных представимых результатов. Как моделировать вредные влияния от нескольких радиоактивно зараженных зданий, имеющих разную форму, различные материалы стен, и т.д.?

Как моделировать опасные социальные явления?

В этих случаях дифференциальные и интегральные уравнения мало пригодны или же совсем не пригодны.

В подобных ситуациях моделирование осуществляется на компьютерах с помощью так называемого имитационного моделирования.

3. Имитационное моделирование

Имитационные модели в английском языке называются симуляторами (такowymi являются почти все компьютерные игры).

При использовании симуляторов наиболее характерным является применение генераторов дискретных случайных величин, описывающих наступление тех или иных событий. Например, факт получения дозы радиоактивного излучения отдельным человеком описывается некой случайной величиной, вероятность реализации которой зависит от конкретной моделируемой обстановки. Аналогичным образом можно моделировать количество дорожно-транспортных происшествий, число заболевших СПИДом, и т.д.

Негативные социальные процессы моделируются с помощью так называемого агентного моделирования. Агентное моделирование- это разновидность имитационного моделирования, которое опирается на понятие агента. Агент- это некий объект, обладающий инициативой и обучаемостью. С помощью агентов можно моделировать деятельность отдельных животных или популяций, а также отдельных людей или организаций.

В частности, можно моделировать поведение людей в чрезвычайной ситуации: сколько народу куда побежит, сколько впадет в панику, как это зависит от обучения, обстоятельств и т.д.

Агентное моделирование до недавнего времени было трудно реализовать на практике. Не хватало вычислительных мощностей компьютеров, требовались непомерно большие затраты труда программистов. В настоящее время, когда мощности компьютеров сильно возросли, и широкое распространение получило объектно-ориентированное программирование, которое сильно облегчает задачу написания программ для моделей агентов, агентное моделирование получило мощный импульс для развития.