УДК 123.456

© **Л. С. Чиркова**
lmvstk@udm.ru

# НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ УКЛОНЕНИЯ ОТ МНОГИХ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЕЙ

**Ключевые слова:** групповое преследование, фазовые ограничения, уклонение от встречи, «мягкая» поимка.

**Abstract.** It is proved the possibility of an escape of the meeting in the second and third order differential game of a group of pursuers and an evader. It is proved the possibility of an escape of the «soft» meeting a inertion evader of group inertion objects.

## § 1. Уклонение от многих преследователей в конусе

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра второго порядка $k+1$ лиц: $k$ преследователей и один убегающий. Закон движения каждого из преследователей $P_i$ имеет вид

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_i = u_i, && \|u_i\| \leqslant 1, \\ &x_i(0) = x_i^0, && \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Закон движения убегающего $E$ имеет вид

$$\begin{aligned} &\ddot{y} = v, && \|v\| \leqslant 1, \\ &y(0) = y^0, && \dot{y}(0) = \dot{y}^0. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Дополнительно предполагается, что убегающий в процессе игры не покидает пределы множества $D$ вида

$$D = \{y \mid y \in \mathbb{R}^n,\ (q_j, y) \leqslant 0,\ j = 1, \ldots, m\},$$

где $q_j$ - единичные векторы.

Вместо систем (1.1),(1.2) рассмотрим систему:

$$\begin{aligned}&\ddot{z}_i = u_i - v,\\ &z_i(0) = z_i^0 = x_i^0 - y^0,\\ &\dot{z}_i(0) = \dot{z}_i^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}^0.\end{aligned} \tag{1.3}$$

О п р е д е л е н и е 1.1. *Говорят, из начального состояния* $z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \ldots, z_k^0, \dot{z}_k^0)$ *в дифференциальной игре* (1.3) *возможно убегание, если по любым измеримым функциям* $u_i(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $\|u_i(t)\| \leqslant 1$, $i = 1, \ldots, k$, *можно построить такую измеримую функцию* $v(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $\|v(t)\| \leqslant 1$, *что* $\|z_i(t)\| \neq 0$ *для всех* $i = 1, \ldots, k$, $t \geqslant 0$ *и* $y(t) \in D$ *для всех* $t \geqslant 0$. *При этом в момент* $t \geqslant 0$ *управление убегающего формируется на основе информации о состоянии* $z^0 = (z_1(s), \dot{z}_1(s), \ldots, z_k(s), \dot{z}_k(s))$ *при* $s \leqslant t$ *и о значениях* $u_i(t)$, $i = 1, \ldots, k$ *в тот же момент времени. Управление преследователей в момент* $t \geqslant 0$ *формируется на основе информации о состоянии* $z(t)$ *дифференциальной игры* (1.3).

Т е о р е м а 1.1. *Пусть* $k \leqslant n-1$, $\dot{y}^0 \in D$, *тогда в игре* $\Gamma$ *из начального состояния* $z^0$ *происходит уклонение от встречи.*

## § 2. Уклонение от инерционных объектов

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра $\Gamma$ третьего порядка $k+1$ лиц: $k$ преследователей $P_1, \ldots, P_k$ и убегающий $E$. Закон движения каждого из преследователей имеет вид:

$$\begin{aligned}&\dddot{x}_i = u_i, \qquad \|u_i\| \leqslant 1,\\ &x_i(0) = x_i^0, \quad \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0, \quad \ddot{x}_i(0) = \ddot{x}_i^0.\end{aligned} \tag{2.1}$$

Закон движения убегающего имеет вид:

$$\begin{aligned}&\dddot{y} = v, \qquad \|v\| \leqslant 1,\\ &y(0) = y^0, \quad \dot{y}(0) = \dot{y}^0, \quad \ddot{y}(0) = \ddot{y}^0.\end{aligned} \tag{2.2}$$

Вместо систем (2.1), (2.2) рассмотрим систему:

$$\begin{aligned}
&\ddot{z}_i = u_i - v,\\
&z_i(0) = z_i^0 = x_i^0 - y^0,\\
&\dot{z}_i(0) = \dot{z}_i^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}^0,\\
&\ddot{z}_i(0) = \ddot{z}_i^0 = \ddot{x}_i^0 - \ddot{y}^0.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

О п р е д е л е н и е 2.1. *Говорят, из начального состояния* $z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \ddot{z}_1^0, \ldots, z_k^0, \dot{z}_k^0, \ddot{z}_k^0)$ *в дифференциальной игре* (2.3) *возможно убегание, если по любым измеримым функциям* $u_i(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $\|u_i(t)\| \leqslant 1$, $i = 1, \ldots, k$, *можно построить такую измеримую функцию* $v(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $\|v(t)\| \leqslant 1$, *что* $\|z_i(t)\| \neq 0$ *для всех* $i = 1, \ldots, k$, $t \geqslant 0$. *При этом в момент* $t \geqslant 0$ *управление убегающего формируется на основе информации о состоянии* $z^0 = (z_1(s), \dot{z}_1(s), \ddot{z}_1(s), \ldots, z_k(s), \dot{z}_k(s), \ddot{z}_k(s))$ *при* $s \leqslant t$ *и о значениях* $u_i(t)$, $i = 1, \ldots, k$, *в тот же момент времени. Управление преследователей в момент* $t \geqslant 0$ *формируется на основе информации о состоянии* $z(t)$ *дифференциальной игры* (2.3).

Т е о р е м а 2.1. *Если* $0 \notin co\{\ddot{z}_1^0, \ldots, \ddot{z}_k^0\}$, *то в игре* $\Gamma$ *из начального состояния* $z^0$ *происходит уклонение от встречи.*

## § 3. Уклонение в задаче о "мягкой"поимке

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра $\Gamma$ $k+1$ лиц: $k$ преследователей $P_1, \ldots, P_k$ и убегающий $E$. Закон движения каждого из преследователей $P_i$ имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\ddot{x}_i + a\dot{x}_i + bx_i = u_i, \quad &&\|u_i\| \leqslant 1,\\
&x_i(0) = x_i^0, &&\dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Закон движения убегающего $E$ имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\ddot{y} + a\dot{y} + by = v, \quad &&\|v\| \leqslant 1,\\
&y(0) = y^0, &&\dot{y}(0) = \dot{y}^0.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

В уравнениях (3.1), (3.2) константы $a$, $b$ такие, что $\lambda_1 \neq \lambda_2$, $\lambda_1$, $\lambda_2$ — отрицательные вещественные корни характеристического уравнения $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$.

О п р е д е л е н и е 3.1. *Говорят, что в дифференциальной игре* (3.1), (3.2) *возможно убегание, если существует кусочно-постоянная функция* $v(t)$, $\|v\| \leqslant 1$, $t \geqslant 0$, *что при любых кусочно- постоянных функциях* $u_i(t)$, $\|u_i\| \leqslant 1$, $i = 1, \ldots, k$, $t \geqslant 0$, *пара* $(x_i(t), y(t))$ *для* $t \geqslant 0$ *не попадает в терминальное множество* $M = \{x_i(t) = y(t),\ \dot{x}_i(t) = \dot{y}(t),\ t \geqslant 0\}$. *При этом в момент* $t \geqslant 0$ *управление убегающего формируется на основе информации* $x^0 = (y(s), \dot{y}(s), x_1^0, \dot{x}_1^0, \ldots, x_k^0, \dot{x}_k^0)$, $s \leqslant t$ *и о значениях* $u_i(t)$, $i = 1, \ldots, k$, *в тот же момент времени. Управление преследователей формируется на основе информации о состоянии* $x(t) = (y(t), \dot{y}(t), x_1(t), \dot{x}_1(t), \ldots, x_k(t), \dot{x}_k(t))$ *дифференциальной игры* (3.1), (3.2).

Т е о р е м а 3.1. *В дифференциальной игре* $\Gamma$ *из начального состояния* $z^0$ *происходит уклонение от встречи.*

## Список литературы


1. Прокопович П.В., Чикрий А.А. Одна дифференциальная игра убегания // Доклад АН УССР. Сер. А. 1989. С. 71-74.
2. Иванов Р.П. К вопросу о мягкой поимке в дифференциальных играх со многими догоняющими и одним уклоняющимся игроком // Тр. матем. ин-та АН СССР. 1988. Т.185. С.74-84.
3. Петров Н.Н. "Мягкая"поимка в примере Л.С. Понтрягина со многими участниками // Прикладная математика и механика. 2003. Т.67, Вып.5. С.759-770.
4. Петров Н.Н. Теория игр. Ижевск: Изд-во Удм. ун-та, 1997.
5. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами//Кибернетика. 1976. № 3. С. 145-146.