Известия Института математики и информатики. Ижевск. 2006. №2(36)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВЫЧИСЛЕНИЯ

УДК 004.032.26

© **А. А. Айзикович, А. Ю. Усынин**
pmi@istu.ru, alexbox@udm.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРСЕПТРОНА В ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ[1]

Ключевые слова: нейронные сети, персептрон, цифровая фильтрация сигналов, адаптивная фильтрация.

Abstract. The algorithm of use of the perceptron is resulted in an adaptive filtration of signals.

Рассмотрим применение нейронной сети к задаче распознавания сигналов — задаче фильтрации.

Пусть непрерывный зашумленный входной сигнал $f(t)$ задан на отрезке $[a,b]$ и такой, что $f_{\min} = 0$, $f_{\max} = A$, из которого требуется выделить полезный сигнал. Проведем дискретизацию $t_i = a + \frac{b-a}{n} i$, квантование $f_j = \frac{A}{N} j$ и введем вектор $x = (x_1, \ldots, x_N)$, такой, что $x_k(t_i) = \delta_{kj}$, если $f(t_i) \in [f_j, f_{j+1}]$, где δ_{kj} — символ Кронекера ($\delta_{kk} = 1, \delta_{kj} = 0$ при $k \neq j$). Таким же образом введем векторы $y = (y_1, \ldots, y_N)$ и $d = (d_1, \ldots, d_N)$,

[1]Работа выполнена при поддержке гранта по программе «Студенты, аспиранты и молодые ученые — малому наукоемкому бизнесу «Ползуновские гранты» (2005).

определяемые соответственно выходным и образцовым сигналами. После проведенной формализации исходную задачу можно рассматривать как задачу, определенную на нейронных сетях.

Рассмотрим применение модели МакКаллока-Питса к данной задаче — простого персептрона с N нейронами [1].

Пусть w_{ij} — весовые коэффициенты входов сумматора, на которые поступают входные сигналы x_j , а w_{i0} — пороговое значение, поступающее с поляризатора. Нелинейная функция активации персептрона представляет собой дискретную функцию ступенчатого типа — функцию Хевисайда, вследствие чего выходной сигнал нейрона может принимать только два значения — 0 или 1 в соответствии с правилом

$$y_i(u_i) = \begin{cases} 1, u_i \geqslant 0, \\ 0, u_i < 0, \end{cases}$$

где

$$u_i = \sum_{j=0}^{N} w_{ij} x_j \ -$$

выходной сигнал сумматора, $x_0 = 1$.

Обучение персептрона требует наличие учителя и состоит в подборе весов w_{ij} таким образом, чтобы выходной сигнал y_i был наиболее близок к заданному значению d_i . Обучение персептрона будем производить с помощью правила персептрона:

$$w_{ij}(t) = w_{ij}(t-1) + x_j(t)\big(d_i(t) - y_i(t)\big),$$

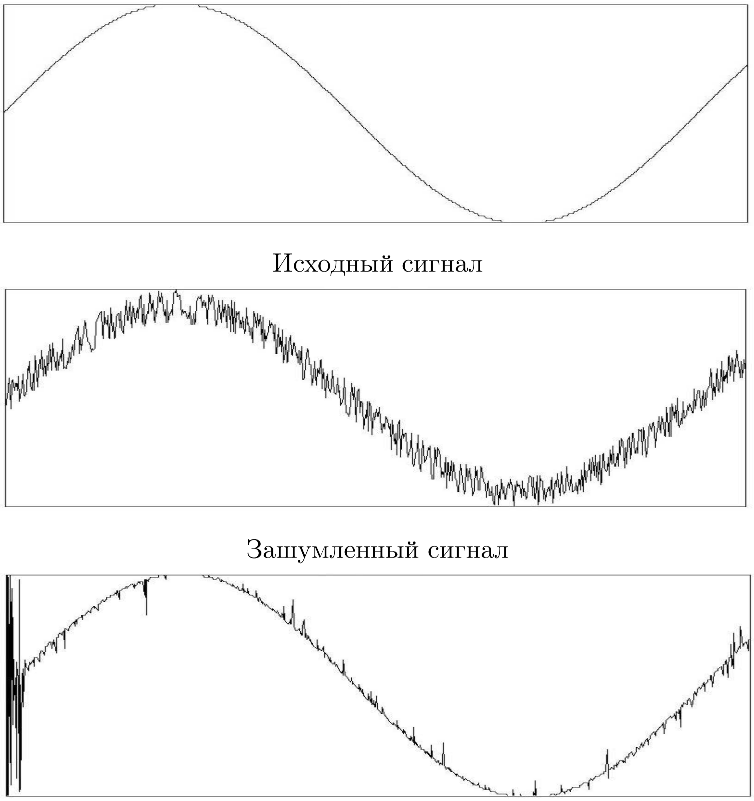
где t — текущий момент времени. Таким образом, на каждом шаге будем пересчитывать весовые коэффициенты w_{ij} , что позволит учитывать особенности изменения поведения сигнала.

Такое адаптивное обучение требует $2N^2 + 5N + 2$ сложений и $N^2 + 3N + 2$ умножений. Так как в решаемой задаче $x_j \in \{0, 1\}$, то можно модифицировать алгоритм следующим образом:

$$u_0 = w_{00} + w_{0j}, \ u_j = w_{j0} + w_{jj},$$

$$w_{i0}(t) = w_{i0}(t-1) + d_i(t) - y_i(t),$$
$$w_{ij}(t) = w_{ij}(t-1) + d_i(t) - y_i(t).$$

Модифицированный алгоритм требует $4N + 6$ сложений.



Исходный сигнал

Зашумленный сигнал

Отфильтрованный сигнал

Рис. 1: Пример работы программы

Описанный алгоритм реализован в среде разработки Delphi 6 и существенно отличается от рассмотренного в [2]. На рис. 1 представлен пример работы программы — фильтрация сигнала персептроном с $N = 100$ нейронами. В качестве исходного сигнала взят сигнал $\sin t$ с адаптивно добавленной случайной помехой со значениями из промежутка $[-0,2; 0,2]$. Видно, что на начальном этапе, когда только начат процесс обучения, фильтрации, как и следовало ожидать, еще нет.

Таким образом, показана возможность применения нейронных сетей к адаптивной фильтрации сигналов. Реализованные алгоритмы используют однослойную сеть с изменяемым числом нейронов типа персептрон. Обучение сети возможно в произвольные моменты времени. Проведенное упрощение правила персептрона, основанное на специфике задачи, позволило значительно уменьшить арифметические затраты.

* * *

1. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2004. 344 с.
2. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. 496 с.