Известия Института математики и информатики. Ижевск. 2006. №2(36)

УДК 697.34

© С. В. Вологдин, А. В. Мошкин
ABMoshkin@mail.ru

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕГУЛЯТОРОВ ТЕПЛОВОЙ СЕТИ

Ключевые слова: теплоснабжение, тепловая сеть, оптимизация, гидравлический режим, регулятор.

Abstract. The problem of management by regulators of resistance of a thermal network for maintenance of the hydraulic mode close to set is considered. The offered methods of the decision are considered, their convergence is investigated.

Введение

Система централизованная теплоснабжения - система, состоящая из следующих основных элементов: источников теплоты, тепловой сети, сетевых сооружений и потребителей теплоты. Одним из необходимых требований для ее безотказного функционирования является условие обеспечения оптимальных гидравлических режимов в соответствии с нормативными требованиями.

§ 1. Методы решения задачи оптимизации регуляторов тепловой сети

Рассмотрим постановку задачи управления гидравлическим режимом тепловой сети (формулы (1.1)-(1.3)), посредством регуляторов сопротивлений для достижения минимального отклонения фактического давления (p) от требуемого (p^*) в узлах сети.

Таким образом, целевая функция имеет вид:

$$\Phi(s) = \Sigma_{i=1}^{m}(p_i(s) - p_i^*)^2 \to min \tag{1.1}$$

Система ограничений задачи оптимизации с учетом требований надежности:

- ограничения на потери напора на участках тепловой сети:

$$h_j^{min} \leqslant h_j \leqslant h_j^{max}, j = 1, \ldots, n; \tag{1.2}$$

где n - число участков;

- ограничения на сопротивление регуляторов:

$$s_v^{min} \leqslant s_v \leqslant s_v^{max}, v = 1, \ldots, r; \tag{1.3}$$

где r - число участков с регуляторами;

Зависимость $h_j(s)$ определяется через решение системы уравнений, составленной на основе первого (закон неразрывности потока) и второго (сумма перепадов давлений всех линейно независимых контуров цепи равна нулю) законов Кирхгофа [1],

Задача (1.1) - (1.3) нелинейная. Для ее решения можно использовать несколько оптимизационных подходов. Первый - метод штрафных функций; второй - метод линеаризации; третий - метод последовательного квадратичного программирования. Для сведения данной задачи к задаче безусловной оптимизации воспользуемся комбинированным методом штрафных и барьерных функций. Для этого рассмотрим вспомогательную функцию:

$$\begin{gathered}\Phi(s,k) = \textstyle\sum_{i=1}^{m}\left(p_i(s) - p_i^*\right)^2 + \\ +\frac{1}{k}\left(-\textstyle\sum_{v=1}^{r}\frac{1}{s_v - s_v^{max}} - \textstyle\sum_{v=1}^{r}\frac{1}{s_v^{min} - s_v}\right) + \\ +k\left(\textstyle\sum_{j=1}^{n}\left(\left(h_j - h_j^{max}\right)^+\right)^2 + \textstyle\sum_{j=1}^{n}\left(\left(h_j^{min} - h_j\right)^+\right)^2\right),\end{gathered} \tag{1.4}$$

где k - параметр штрафа, $x^+ = x + |x|$. Решение задачи (1.1)-(1.3) получается в результате решения последовательности задач безусловной минимизации функции (1.5):

$$\Phi(s_v, k) \to min \tag{1.5}$$

Для применения второго подхода необходимо линеаризовать целевую функцию $\Phi(s)$ и ограничения в некоторой точке $s^{(k)}$. Получим линейную задачу, которая решается симплекс-методом.

Решение линейной задачи обозначим как $\overline{s}^{(k)}$. Тогда $s^{(k+1)} = s^{(k)} + \alpha(\overline{s}^{(k)} - s^{(k)})$, $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$, $\alpha = argmin_{0 \leqslant \alpha \leqslant 1} f_k(\alpha)$, $f_k(\alpha) = \Phi(s^{(k)} + \alpha(\overline{s}^{(k)} - s^{(k)}))$.

Третий подход. Решение задачи (1.1)-(1.3) можно свести к последовательному решению задач квадратичного программирования. Рассмотрим задачу нелинейной оптимизации:

$$\begin{gathered} \Phi(x) \to min \\ g_i(s) \leqslant 0, i = 1, \ldots, k. \end{gathered} \tag{1.6}$$

Метод заключается в квадратичной аппроксимации функции Лагранжа, линеаризации ограничений, решении вспомогательной задачи квадратичного программирования:

$$\begin{gathered} \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla \Phi(s^{(k)})^T d \to min, \\ \nabla g_i(s^{(k)})^T d + g_i(s^{(k)}) \leqslant 0, i = 1, \ldots, k. \end{gathered} \tag{1.7}$$

Матрица H_k аппроксимационная матрица Гессе функции Лагранжа.

$\lambda_i, i = 1, \ldots, k$ – оценки множителей Лагранжа, оцениваются на каждом шаге процесса оптимизации из условия: $\lambda = argmin_\lambda ||\nabla\Phi(s^{(k)}) + A^*\lambda||$, где A^* - матрица активных ограничений в точке $s^{(k)}$. Следующее $(k+1)$ приближение решения задачи (1.6) находится следующим образом: $s^{(k+1)} = s^{(k)} + \alpha \cdot d$, $\alpha = argmin_{0 \leqslant \alpha \leqslant 1} f_k(\alpha)$, $f_k(\alpha) = \Phi(s^{(k)} + \alpha \cdot d)$.

§ 2. Результаты расчетов

Результаты расчетов представлены в таблице.

Результаты оптимизации (K - количество итераций, $\Phi(s^*)$ - значение функции в найденном решении)

Кол-во регуляторов / кол-во ветвей тепловой сети	Метод штраф. функций		Метод линейной аппроксимации		Метод квадратичной аппроксимации	
	K	$\Phi(s^*)$	K	$\Phi(s^*)$	K	$\Phi(s^*)$
3/20	65	10^{-6}	2	10^{-28}	5	$2 \cdot 10^{-28}$
5/20	103	10^{-4}	11	10^{-28}	5	$3 \cdot 10^{-20}$
8/28	20	10^{-3}	300	$6 \cdot 10^{-4}$	31	$3 \cdot 10^{-5}$
8/36	200	10^{-2}	1000	$0,6$	21	$5 \cdot 10^{-5}$
10/36	200	10^{-2}	расходится		51	$7 \cdot 10^{-23}$
11/41	200	10^{-3}	расходится		35	$3 \cdot 10^{-23}$

Анализ сходимости показал, что сходимость предложенных методов оптимизации зависит от количества ветвей тепловой сети, мест расположения регуляторов и их количества. В частности, с увеличением размерности тепловой сети и увеличения числа регуляторов замедляется скорость сходимости итерационного процесса.

* * *

1. Сеннова Е. В., Сидлер В. Н. Математическое моделирование и оптимизация развивающихся систем теплоснабжения. Новосибирск: Наука, 1995.