УДК 533, 536.2

© М. С. Вологдина, В. А. Тененев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГАЗОДИНАМИКИ В НАГРЕВАТЕЛЕ W - ОБРАЗНОЙ ФОРМЫ

Ключевые слова: цилиндрическая система координат, вязкая жидкость, сопряженная задача теплообмена.

Abstract. The processes, running in radiant heater, are prototyped in cylindrical coordinate system. The account of the interaction with surrounding ambience and presence in designs of the heater reflecting element brings about associate problem of heat interchange.

§ 1. Постановка задачи

Системы инфракрасного лучистого отопления являются эффективным средством создания комфортных тепловых условий на рабочих местах при существенной экономии расхода энергоносителей. Они представляют собой установки, в состав которых входят излучающие трубы (излучатель)(см. рис.1.1), отражатель, блок горелок, система дымоудаления и блок автоматики.

На вход труб 1 и 3 подаются продукты сгорания, потоки которых, равномерно смешиваясь в криволинейной области стыка 4, поступают в трубу 2 (массовый расход удваивается).

Поскольку поперечное сечение трубы представляет собой полуокружность, то задача решается в цилиндрической постановке для вязкого неизотермического течения:

$$\mathbf{F}_z + \mathbf{G}_r + \mathbf{E}_\varphi = \mathbf{P} + \mathbf{R}_z + \mathbf{H}_r + \mathbf{M}_\varphi + \mathbf{S} \tag{1.1}$$

$$\mathbf{F} = ru \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \end{bmatrix},\ \mathbf{G} = rv \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \end{bmatrix},\ \mathbf{E} = w \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \end{bmatrix},\ \mathbf{P} = -r \begin{bmatrix} 0 \\ p_z \\ p_r \\ p_\varphi/r \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = r\mu \begin{bmatrix} 0 \\ u_z \\ v_z \\ w_z \end{bmatrix},\ \mathbf{H} = r\mu \begin{bmatrix} 0 \\ u_r \\ v_r \\ w_r \end{bmatrix},\ \mathbf{M} = \frac{\mu}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ u_\varphi \\ v_\varphi \\ w_\varphi \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ (r\mu\, u_z)_z + (r\mu\, v_z)_r + (\mu\, w_z)_\varphi - \frac{2}{3} r \left(\mu div\, \mathbf{V}\right)_z \\ (r\mu\, u_r)_z + (r\mu\, v_r)_r + (\mu\, w_r)_\varphi - \frac{3\mu}{r}\frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{2\mu v}{r} + \rho w^2 - J_1 \\ (\mu\, u_\varphi)_z + \frac{1}{r}\left((r\mu\, v_\varphi)_r + (\mu\, w_\varphi)_\varphi\right) - w\left(\frac{\mu}{r} + \frac{\partial \mu}{\partial r} + \rho v\right) - J_2 \end{bmatrix},$$

$$J_1 = \frac{w}{r}\frac{\partial \mu}{\partial \varphi} + \frac{2}{3} r \left(\mu div\, \mathbf{V}\right)_r,\ J_2 = -\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{2\mu v}{r}\right) - \frac{2}{3}\left(\mu div\, \mathbf{V}\right)_\varphi .$$

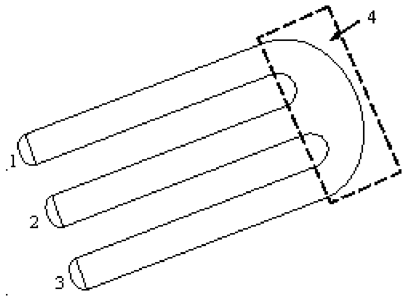

Рис. 1.1: Излучатель

Температура газа T_g определяется из уравнения баланса тепла

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho u r T_g\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\rho v r T_g\right) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\rho w T_g\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(r\frac{\lambda}{c_p}\frac{\partial T_g}{\partial z}\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\lambda}{c_p}\frac{\partial T_g}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\lambda}{r c_p}\frac{\partial T_g}{\partial \varphi}\right) \qquad (1.2)$$

Для поставленной задачи задаются следующие граничные условия: 1) на входе - скорость и температура; 2) на стенке - условия прилипания для скорости и мягкие условия для температуры;

3) на выходе - давление, температура экстраполируется.

Плотность определяется уравнением состояния $\rho = \frac{p}{RT}$.

§ 2. Сопряженная задача теплообмена

Теплообмен с окружающей средой приводит к понижению температуры продуктов сгорания с T_g на T_{gk} : $\theta = T_g - T_{gk}$, описываемое уравнением:

$$\begin{aligned}
&\tfrac{\partial}{\partial z}\left(\rho c_p r u\theta - r\lambda\tfrac{\partial\theta}{\partial z}\right) + \tfrac{\partial}{\partial r}\left(\rho c_p r v\theta - r\lambda\tfrac{\partial\theta}{\partial r}\right) + \\
&+\tfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\rho c_p w\theta - \tfrac{\lambda}{r}\tfrac{\partial\theta}{\partial\varphi}\right) = S, \\
&S = \tfrac{\partial}{\partial z}\left(\rho c_p r u T_g - r\lambda\tfrac{\partial T_g}{\partial z}\right) + \tfrac{\partial}{\partial r}\left(\rho c_p r v T_g - r\lambda\tfrac{\partial T_g}{\partial r}\right) + \\
&+\tfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\rho c_p w T_g - \tfrac{\lambda}{r}\tfrac{\partial T_g}{\partial\varphi}\right)
\end{aligned} \qquad (2.1)$$

Уравнение (2.1) решается при граничных условиях: 1) на входе $\theta = 0$; 2) на выходе $\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = 0$; 3) на стенке $\frac{\partial\theta}{\partial n} = \alpha_k(T_g - \theta_\delta - T_w$, где T_w - температура стенки; θ_δ - значение поправки к температуре на границе пограничного слоя; α_k - коэффициент конвективной теплоотдачи на прогреваемых поверхностях.

Для определения температуры стенки необходимо решать сопряженную задачу лучистого теплообмена системы тел: излучающие трубы и отражатель (рис.2.1). Поверхности рассматриваемых тел разбиваются на элементарные площадки $A_iB_iC_iD_i$, и составляется система уравнений теплового баланса:

$$R_i - (1-\varepsilon_i)\sum_{j=1}^{m_2} R_j\varphi_{ij} - \varepsilon_i\sigma T_i^4 = 0, \quad i = 1, m_2$$

$$R_i - \sum_{j=1}^{m_2} R_j\varphi_{ij} - \varepsilon_{oi}\sigma T_i^4 - \alpha_o(T_i - T_0) = 0, \quad i = 1, m_1 \qquad (2.2)$$

$$R_i - \sum_{j=1}^{m_1} R_j\varphi_{ij} + \alpha_g(T_i - T_g) - \frac{\lambda_t h_s}{r_s^2\Delta^2\omega}(T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}) = 0, i = m_1+1, m_2$$

где R_i, T_i – поток излучения и температура i-го элемента; φ_{ij} – коэффициенты облученности; σ –постоянная Стефана-Больцмана; $\varepsilon_i, \varepsilon_{oi}$ – степень черноты; α_0, α_g – коэффициенты теплоотдачи с окружающей средой и с продуктами горения; r_s, h_s, λ_t – радиус, толщина стенки и коэффициент теплопроводности трубы нагревателя; T_0 – температура окружающей среды; m_1 – количество элементов на отражателе; m_2 – общее количество элементов в системе. Последнее слагаемое в уравнении ((2.2)) учитывает перенос тепла по окружности трубы, а $\Delta\omega$ – шаг по угловой координате.

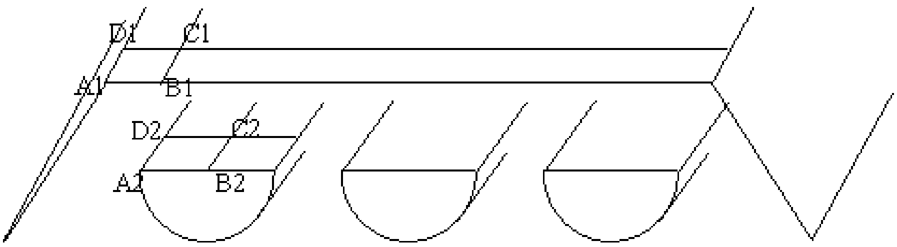

Рис. 2.1: Схема инфракрасного нагревателя

Для решения уравнений ((1.1),(1.2),(2.1)) предполагается применять численный метод SIMPLE [2]. Для решения разностных уравнений применяется метод сопряженных градиентов с регуляризацией [3], нелинейная система ((2.2)) – методом Ньютона [1].

Список литературы

1. Курбацкий А. Ф. Моделирование турбулентных течений//Изв.СОАН СССР. 1989. №5. С. 119-144.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М., 1984. 150 с.
3. Тененев В. А., Шухардин М. В. Трехмерные течения продуктов сгорания в энергетических установках // Проблемы энерго- и ресурсосбережения и охраны окружающей среды. Ижевск, 1998. С. 65-70.