УДК 332.145

© **С. В. Дмитриев, К. В. Кетова**
sergey_dm83@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОТКРЫТОЙ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА В ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СФЕРЕ

Ключевые слова: моделирование экономической системы, оптимальное управление.

Abstract. In work the problem of optimum control by distribution of capital investments in the open macroeconomic system in view of influence of factors of scientific and technical progress is considered.

Введение

Рассмотрим макромодель открытой экономической системы, основанную на работах Рамсея, Касса, Купманса [1-3]. Будем предполагать, что для развития производства используются как собственные, так и заемные средства. Валовый региональный продукт (ВРП) ежегодно распределяется на потребление (C), инвестиции в основные производственные фонды (ОПФ) (I) и на погашение кредитной задолженности (R). Также будем различать трудоспособное население $L\,(t)$ и все население экономической системы $L^{\circ}\,(t)$. Определение численности различных групп населения осуществляется на основе решения задачи демографической динамики [4]. Предположим, что до момента $t < t_0$ имело место расширенное воспроизводство ВРП, когда научно-техническим прогрессом можно пренебречь. Начиная с момента времени $t \geq t_0$, включаются факторы научно-технического и социально-образовательного прогресса, то есть начинается инновационный путь развития экономики.

Опишем динамику производственных фондов и внешних инвестиций на стадии предварительной разработки. Эти функции времени будут введены в модель экзогенно.

§ 1. Описание динамики производственных фондов

Будем различать два вида производственных фондов: фонды $K_1(t)$, к которым не применяются факторы научно-технического прогресса (старые фонды), и производственные фонды $K_2(t)$, которые формируются в условиях научно-технического прогресса (новые фонды). Для старых фондов имеет место уравнение

$$\frac{dK_1}{dt} = \varepsilon I - \eta K_1,\ K_1(t_0) = K_0, \tag{1.1}$$

где ε — доля инвестиций, направляемых на поддержание и воспроизводство старых производственных фондов, определяемая их величиной, $0 \le \varepsilon \le 1$; η — коэффициент износа фондов.

Для описания динамики новых производственных фондов введем функцию распределения производственных фондов по возрастам $\vartheta(t,\xi)$, где ξ — возраст основных производственных фондов.

Полагая, что коэффициент износа фондов (η) во всех случаях постоянен, можно записать

$$\frac{\partial\vartheta(t,\xi)}{\partial t} + \frac{\partial\vartheta(t,\xi)}{\partial\xi} = -\eta\vartheta(t,\xi). \tag{1.2}$$

Начальное условие при $t = t_0$:

$$\vartheta(t_0,\xi) = 0,\ \xi \ge 0. \tag{1.3}$$

Граничное условие при $\xi = 0$:

$$\vartheta(t,0) = (1-\varepsilon) I(t) = (1-\varepsilon) sY, \tag{1.4}$$

где $s = I/Y$ — норма капиталовложений.

В дальнейшем будем предполагать аддитивность старых и новых фондов не по их стоимости, а по их отдаче, учитывая при этом более высокую эффективность новых фондов, например, с помощью экспоненциальной функции:

$$\tilde{\vartheta}(t,\xi) = e^{\gamma(t-t_0-\xi)}\vartheta(t,\xi), \tag{1.5}$$

где γ — темп научно-технического (инновационного) развития основных производственных фондов.

В таком случае:

$$\tilde{K}_2(t) = \int_0^{\infty} e^{\gamma(t-t_0-\xi)}\vartheta(t,\xi)\,d\xi. \tag{1.6}$$

Следовательно, $\tilde{K}(t) = K_1(t) + \tilde{K}_2(t)$.

§ 2. Описание динамики внешних инвестиций

Будем полагать, что внешние инвестиции, поступающие на развитие экономической системы, предоставляются под один и тот же процент с одинаковым сроком погашения; при этом погашение кредита осуществляется ежегодно равномерными долями. Общая кредитная задолженность текущего года будет определяться по формуле:

$$R(t) = \int_0^{\varsigma_T} \left[p(t)b(t,\varsigma) + \nu B(t-\varsigma)\right] d\varsigma, \tag{2.1}$$

где $p(t)$ — процентная норма кредита; $b(t,\varsigma)$ — функция плотности распределения долга по текущему сроку погашения кредита (ς); ς_T — общий срок погашения кредита; $\nu = 1/\varsigma_T$ — коэффициент возврата кредита, учитывающий график его погашения; $B(t)$ — объем внешних инвестиций.

§ 3. Задача оптимального управления распределением капиталовложений

Производственную функцию примем в виде:

$$Y = A\tilde{K}^{\alpha}L^{1-\alpha}, \tag{3.1}$$

где $\tilde{K} = K_1 + \tilde{K}_2$; Y — ВРП.

В новых условиях

$$Y + B - R = I + C. \tag{3.2}$$

Постановку задачи оптимального управления распределением капиталовложений рассмотрим с точки зрения максимизации потребления:

$$w = \max_{s,g} \int_0^T c^{\circ} e^{-\delta t} dt, \; s + \theta + r - g = 1, \tag{3.3}$$

где $c^{\circ} = C/L^{\circ}$ — удельное потребление; $\theta = C/Y$ — норма потребления; $r = R/Y$ — норма внешнего долга; $g = B/Y$ — норма внешних инвестиций.

Таким образом,поставлена задача оптимального управления распределением капиталовложений в открытой экономической системе.

Список литературы

1. Ramsey F. P. A mathematical theory of saving // Econ. Journ. 1928. C. 543–559.
2. Koopmans T. C. On the concept of optimal economic growth // Ex Aedibvs Academicis in Civitate Vaticana. 1965. C. 225–287.
3. Cass D. Optimum saving in an Aggreativ Model of Capital Accumulation. 1963.
4. Русяк И. Г., Кетова К. В. Математическое моделирование демографических показателей // Сб. ст. 2002. С. 163–169.