Известия Института математики и информатики. Ижевск. 2006. №2(36)

УДК 519.853.4

© **С. В. Дмитриев, В. А. Тененев**
sergey_dm83@mail.ru

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ГИБРИДНЫХ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ

Ключевые слова: гибридный генетический алгоритм, оптимизация многоэкстремальных функций.

Abstract. In work minimization of multiextreme functions by means of the hybrid genetic algorithms uniting advantages of genetic algorithm and classical methods of optimization is considered.

§ 1. Гибридный генетический алгоритм

Классические методы оптимизации, как правило, не справляются с определением глобального минимума многоэкстремальных функций, поэтому в ряде работ было предложено использовать для решения многоэкстремальных задач так называемые гибридные генетические алгоритмы [1, 2]. Их суть заключается в совместной работе генетического алгоритма и некоторого классического метода оптимизации. Генетический алгоритм на этапе своей работы обеспечивает эффективное сужение пространства поиска, а классический метод оптимизации в свою очередь высокую скорость сходимости вблизи точки экстремума. На каждой итерации происходит сравнение решений, полученных генетическим алгоритмом и классическим методом и более лучшее решение передается тому методу, которым было получено более худшее решение.

В работе бинарного генетического алгоритма применялись следующие операторы: 1) турнирный отбор (с размером турнира 4); 2) двухточечный оператор кроссовера; 3) оператор мутации: пусть p_g — вероятность того, что в данном гене произойдет мутация, тогда, если p_b — вероятность мутации отдельного бита данного гена, то данный бит инвертируется в случае, если $p_1 < p_g$ и $p_2 < p_b$, где p_1, p_2 — достаточно маленькие числа.

§ 2. Постановка задачи

В качестве инструментов, с помощью которых решались задачи оптимизации многоэкстремальных функций, были рассмотрены следующие методы: 1) BGA: генетический алгоритм [1, 2]; 2) BGA+BGA: генетический алгоритм+генетический алгоритм (но уже с более узким пространством поиска) [2]; 3) BGA+HJ: генетический алгоритм +метод Хука-Дживса [2, 3]; 4) BGA+DFP: генетический алгоритм +метод Дэвидона-Флетчера-Пауэлла [1, 3].

В качестве тестовых экспериментов были рассмотрены следующие функции.

1. Schwefel's function (F1):

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n} -x_i \cdot \sin\left(\sqrt{|x_i|}\right), \tag{2.1}$$

где $-500 \leq x_i \leq 500$. Глобальный минимум: $f(\mathbf{X}^*) = -n \cdot 418,9829$; $x_i = 420,9687$; $i = 1 : n$.

2. Stretched V sine wave function (Ackley) (F2):

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(x_{i+1}^2 + x_i^2\right)^{0,25} \cdot \left(\sin^2\left(50 \cdot \left(x_{i+1}^2 + x_i^2\right)^{0,1}\right) + 1\right), \tag{2.2}$$

где $-10 \leq x_i \leq 10$. Глобальный минимум: $f(\mathbf{X}^*) = 0$; $x_i = 0$; $i = 1 : n$.

3. Ackley's Path function (F3):

$$f(\mathbf{X}) = -a \cdot \exp\left(-b \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \cos\left(2\pi x_i\right)\right) + a + e, \tag{2.3}$$

где $a = 20$; $b = 0,2$; $-32,768 \leq x_i \leq 32,768$. Глобальный минимум: $f(\mathbf{X}^*) = 0$; $x_i = 0$; $i = 1 : n$. Размерность указанных функций принималась равной 100. Результаты фиксировались по 10 запускам алгоритма. За положительный результат засчитывалось достижение точности меньшей, чем 10^{-6}. Если указанная точность не достигалась в течение 5 мин. (300с) работы процессора Celeron 2,2 GHz, то в качестве результата засчитывался наилучший результат по 10 запускам.

§ 3. Результаты оптимизации

Результаты минимизации представлены в таблице, где F — оптимизируемая функция; K — количество итераций; N_F — количество обращений к функции; t — время (в секундах) работы алгоритма; % — показывает (в процентах) в скольки случаях из 10 был достигнут глобальный минимум. Здесь для всех функций была достигнута точность 10^{-6}, за исключением метода BGA+BGA для функции F2, наименьшее отклонение здесь составило 0,346.

Результаты минимизации функций для $n = 100$

Метод	F	K	N_F	t,c	%
BGA	F1	826-1195	49620-71760	28,3-42,9	100
	F2	1553-3460	93240-207660	103,6-258,7	70
	F3	1316-1792	79020-107580	33,7-68,4	100
BGA	F1	841-1009	142022-168410	57,7-69,9	100
+	F2	3968	624008	299,9	0
BGA	F3	1485-1653	242685-272853	108,0-117,1	100
BGA	F1	128-244	85351-144361	5,2-9,8	100
+	F2	2636-3235	1388116-1826553	276,2-288,8	20
HJ	F3	29-32	31567-33698	1,3-1,4	100
BGA	F1	95-168	31590-62733	3,7-6	100
+	F2	3542	1758228	275,0	10
DFP	F3	249-404	103557-167277	8,7-14,6	100

§ 4. Анализ результатов и выводы

По результатам проведенной оптимизации можно сделать следующие выводы: 1. Как правило, гибридный алгоритм показывает более лучшие результаты в оптимизации (время расчета, количество итераций), чем каждый из составляющих его методов. Однако среднее количество обращений к целевой функции за одну итерацию у гибридного алгоритма достаточно велико. 2. В некоторых случаях чистый генетический алгоритм оказывается более эффективным (см. функцию F2). Это связано с рельефом оптимизируемой функции, когда классические методы оптимизации делают большое количество нерезультативных итераций. 3. Сочетание BGA+BGA безусловно в некоторых случаях приносит выигрыш в количестве затраченных итераций, но при этом возрастает время счета и неизбежно встает вопрос о выборе области, в которой второй генетический алгоритм будет осуществлять локальный поиск. 4. Сам генетический алгоритм, а также метод Хука-Дживса требуют настройку различных характеристик и применение в случае генетического алгоритма различных операторов, выбор которых зависит от предпочтений и опыта исследователя.

Список литературы

1. Тененев В. А., Паклин Н. Б. Гибридный генетический алгоритм с дополнительным обучением лидера // Интеллектуальные системы в производстве. 2003. № 2. С. 181–206.
2. Дмитриев С. В., Тененев В. А. Применение прямых методов оптимизации в гибридном генетическом алгоритме // Интеллектуальные системы в производстве. 2005. № 2. С. 11–22.
3. Лесин В. В., Лисовец Ю. П. Основы методов оптимизации. М.: Изд-во МАИ, 1995. 344 с.