

УДК 519.852.61 К89

© А. А. Кузнецова
kuzne@udm.net

ПЛАНИРОВАНИЕ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ИССЛЕДОВАНИЮ МЕМБРАНЫ ИММУНОСЕНСОРА

Ключевые слова: факторный эксперимент, область планирования, схема управляемого эксперимента, входные факторы, отклик объекта, разложение Адамара-Уолша.

Abstract. Factorial experiment of research of immunosensor membrane dynamic behavior is being planned. Three input guided factors are supplied to the membrane and are changed according to the certain program during the experiment. Output index is current, taken from the sensor and containing together with the useful signal an additive noise, that's why it represents random sequence. The aim of the experiment is the establishment of the opportunity of using of the spectral characteristics, generated by realizations expansion into the series of Adamar-Wolsh approximation functions, as well as the establishment of response dependence on the considered factors.

Факторный эксперимент планируется с целью получения математического описания зависимости амплитуды сигнала биодатчика от физико-химических свойств полимерного носителя (объекта исследования) и связан с разработкой новых образцов иммуносенсоров. Предварительные эксперименты составляют основу такого исследования. На первом этапе рассматривается линейная по параметрам регрессионная модель $(Y, X\beta, \sigma^2 I_N)$ представленная в виде объекта с тремя входами и одним выходом. Входные переменные x_1 - концентрация о саждаемого антитела,

x_2 - концентрация антигена в среде, x_3 - температура исследуемого раствора изменяются в N опытах по определенной программе. Нормированные величины факторов x_1, x_2, x_3 составляют столбцы $j = \overline{1, 3}$ матрицы базисных функций $\mathbf{X} = (x_{ij})$, где $i = \overline{1, N}$ - номер опыта, $x_{i0} = 1 \quad \forall i$. Результаты измерений величины тока, снимаемого с датчика представлены случайным вектором $\mathbf{Y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_N)$, содержащим аддитивную помеху $\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)$. Элементы вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ некоррелированы и имеют одинаковую дисперсию ($C(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}_N$). Вектор неизвестных параметров $\boldsymbol{\beta}^T = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ - оценивается по результатам измерений. Область планирования эксперимента задается в виде куба, вписанного в шар (см. рис. 1).

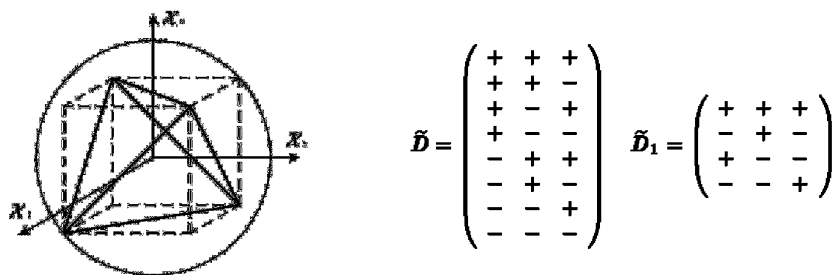


Рис. 1: Область планирования и расположение точек плана

Опыты ставятся на двух уровнях: знак «+» означает максимальное значение, а знак «-» минимальное значение фактора x_j . Точки полного факторного плана, представленного матрицей $\tilde{\mathbf{D}}$ лежат в вершинах куба. Каждый столбец матрицы $\tilde{\mathbf{D}}$ задает программу изменения фактора x_j . Вначале входные переменные варьируются по программе насыщенного симплекс-плана $\tilde{\mathbf{D}}_1$, для которого точки лежат в вершинах правильного симплекса. План реализует неслучайную часть полного факторного эксперимента и удовлетворяет условиям центрированности, орто-

гональности, нормированности. Это упрощает вычисления. Построение матриц базисных функций по правильным насыщенным симплекс-планам эквивалентно построению матриц Адамара той же размерности [1]. В общем случае для $N = 2^g$ элементами матрицы Адамара будут элементарные размерности 2^{g-1} матрицы $\mathbf{A}_{2^g} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{2^{g-1}} & \mathbf{A}_{2^{g-1}} \\ \mathbf{A}_{2^{g-1}} & -\mathbf{A}_{2^{g-1}} \end{pmatrix}$. Для матриц выполняется равенство $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T = N \mathbf{I}_N$. Планы, построенные по такой схеме, принадлежат к классу $D-$, $G-$, $A-$ и $E-$ оптимальных.

На втором этапе планируется «раскачивание» процесса с помощью управляемых факторов $\mathbf{x}(k) = (\mathbf{x}_1(k), \mathbf{x}_2(k), \mathbf{x}_3(k))$, подаваемых на вход объекта в дискретные равноотстоящие моменты времени $k = \overline{0, N-1}$ по схеме полного факторного плана $\tilde{\mathbf{D}}$. На выходе объекта снимаются результаты измерений $\mathbf{y}(k)$, представляющие смесь полезного сигнала с аддитивной помехой $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$. На длительности T проводится $N = 2^g$ опытов. Зависимость отклика от рассматриваемых факторов исследуется по спектральным признакам, порожденным разложением экспериментальных данных по системе базисных функций Уолша [2]. Упорядоченная по частоте следования матрица Адамара при задании временной базы анализа $N = 2^g$ равноотстоящими отсчетами образует матрицу Уолша \mathbf{W} . Каждая строка матрицы \mathbf{W} есть функция Уолша $wal(r, k)$. Аргумент r указывает на число перемен знака $wal(r, k)$ в пределах интервала наблюдения и называется частотой следования, аргумент k - номер отсчета, проведенного в дискретный момент времени на интервале наблюдения. Полная система ортонормированных функций Уолша используется для разложения последовательности $\mathbf{y}(k)$ по частоте следования $\mathbf{y}(k) \xrightarrow{\mathbf{W}} \mathbf{S}_y(r)$. Также преобразуется набор количественных величин входных факторов. Схема управляемого эксперимента представлена на рис. 2.

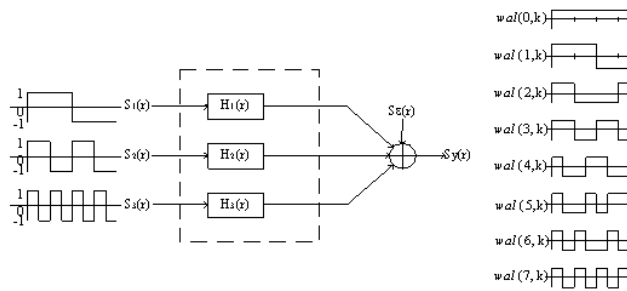


Рис. 2. Линейная система с тремя входами

Суммарный отклик для фиксированной частоты следования имеет вид $\mathbf{S}_y(r) = \mathbf{H}^T(r)\mathbf{S}(r) + S_g(r)$. Коэффициент передачи $\mathbf{H}^T(r) = (H_1(r), H_2(r), H_3(r))$ характеризует изменения спектра входных переменных, представленных вектором

$\mathbf{S}^T(r) = (S_1(r), S_2(r), S_3(r))$ при прохождении через тракт и зависит исключительно от параметров объекта. Проведенная декомпозиция реализаций сигнала $\mathbf{y}(k)$ и факторов $\mathbf{x}_j(k)$ позволит получить оценки спектра мощности, передаточной функции и оценить их информативность. Осреднение этих характеристик по ансамблю m реализаций позволит уменьшить ошибку среднего результатов и выделить полезный сигнал на фоне помех в узких диапазонах частот следования при вариации временной базы анализа T , числа опытов N на длительности T , амплитуды колебаний управляемых факторов.

* * *

1. Ермаков С. Н., Жиглявский А. А. Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1987. 320 с.
2. Трахман А. М., Трахман В. А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: Сов. радио, 1975. 207 с.