УДК 519.615.5

© **М. Ю. Петров**
pmike@udm.net

О РЕШЕНИИ СЕРИЙ БЛИЗКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОЛЮСНЫМ МЕТОДОМ НЬЮТОНА

Ключевые слова: нелинейные уравнения, полюсный метод Ньютона

Abstract. The systems of close nonlinear equations problem solving is considered. Computational procedure based on polar Newton method is described.

Рассматривается задача приближенного решения серии m близких по некоторому критерию n-мерных систем нелинейных уравнений вида

$$F_i(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \tag{1}$$

где $F_i(\mathbf{x}) := (f_{i1}(\mathbf{x});\ f_{i2}(\mathbf{x});\ \ldots;\ f_{in}(\mathbf{x}))^T$, $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$; $\mathbf{x} := (x_1;\ x_2;\ \ldots;\ x_n)^T$.

Для решения последовательности систем (1) с гладкими вектор-функциями F_i можно построить вычислительную схему на основе квадратичносходящейся однопараметрической модификации полюсного метода Ньютона [1]. Эта модификация для систем вида $F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ определяется итерационной формулой

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - \left[F'\left(\mathbf{x}^{(k)}\right) - \mathbf{D}\,\mathbf{G}_k\right]^{-1} F\left(\mathbf{x}^{(k)}\right), \tag{2}$$

где $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots;$ $\mathbf{x}^{(0)}$ — задаваемое начальное приближение; $\mathbf{G}_k = \operatorname{diag} F\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)$; матрица $\mathbf{D}$ есть $n \times n$-матрица, формируемая по правилу $\mathbf{D} = (\mathbf{d}; \ldots; \mathbf{d})$; вектор $\mathbf{d} := (d_1;\ d_2;\ \ldots;\ d_n)^T$ выступает в роли параметра метода.

Схематичный алгоритм решения серии уравнений вида (1) с «настройкой» векторного параметра $\mathbf{d}$ итерационного метода (2) состоит в следующем:

1) из выбранного начального приближения $\mathbf{x}^{(0)}$ каким-либо методом с заданной точностью находится приближенное решение $\hat{\mathbf{x}}^*$ первой системы последовательности близких систем (1);

2) вычисляются элементы d_i вектора $\mathbf{d}$ по формуле

$$d_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} \dfrac{\partial f_i}{\partial x_j} \left(\mathbf{x}^{(0)}\right) \left(\hat{x}_j^* - x_j^{(0)}\right) + f_i \left(\mathbf{x}^{(0)}\right)}{\left(F\left(\mathbf{x}^{(0)}\right)\ ,\ \hat{\mathbf{x}}^* - \mathbf{x}^{(0)}\right)}, \quad i = 1,\ \ldots,\ n; \qquad (3)$$

3) остальные системы серии (1) решаются полюсным методом (2) с найденным по формуле (3) параметром $\mathbf{d}$ из «обновляемых» начальных приближений (то есть для i-й по номеру системы, которую необходимо решить, в качестве начального приближения берется приближенное решение $(i-1)$-й системы).

Применение данной схемы к решению систем нелинейных уравнений, возникающих при численном интегрировании дифференциального уравнения движения доменной границы при скачке Баркгаузена [2], позволило уменьшить вычислительные затраты в сравнении с подобной схемой с использованием классического метода Ньютона.

Список литературы

1. Вержбицкий В. М., Петров М. Ю. О полюсном методе Ньютона в конечномерных и в банаховых пространствах // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2004. Т. 44, № 6. С. 979–985.
2. Ломаев Г. В., Петров М. Ю., Ходырев А. В. О математическом моделировании ГПР в процессе переключения бистабильных ферромагнетиков // Вестник УдГУ, серия «Физика». 2005. № 4. С. 195–202.