УДК 517.977

© **А. И. Благодатских**

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ[1]

Введение

Для нестационарного примера Л. С. Понтрягина, при одинаковых динамических и инерционных возможностях игроков, рассматривается задача преследования одного убегающего группой преследователей. Работа продолжает исследования [1–4].

§ 1. Постановка задачи

В пространстве R^ν $(\nu \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+1$ лиц: n преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_n$ и убегающего E. Движение каждого преследователя P_i описывается уравнением

$$x_i^{(l)} + a_1(t)x_i^{(l-1)} + a_2(t)x_i^{(l-2)} + \cdots + a_l(t)x_i = u_i, \quad u_i \in V, \tag{1}$$

закон движения убегающего E имеет вид

$$y^{(l)} + a_1(t)y^{(l-1)} + a_2(t)y^{(l-2)} + \cdots + a_l(t)y = v, \quad v \in V, \tag{2}$$

где $x_i, y, u_i, v \in R^\nu$, V — строго выпуклый компакт R^ν такой, что $\mathrm{Int}V \neq \emptyset$, функции $a_1(t), a_2(t), \ldots, a_l(t)$ непрерывны на $[t_0, \infty)$. При $t = t_0$ заданы начальные условия

$$x_i^{(q)}(t_0) = X_i^q,\ y^{(q)}(t_0) = Y^q,\ \text{причем } X_i^0 \neq Y^0 \text{ для всех } i. \tag{3}$$

Здесь и далее $i \in I = \{1, 2, \ldots, n\}$, $q = 0, 1, \ldots, l-1$, $Z_0 = (X_i^q, Y^q)$.

Вместо (1), (2), (3) рассмотрим уравнение с начальными условиями

$$z_i^{(l)} + a_1(t)z_i^{(l-1)} + a_2(t)z_i^{(l-2)} + \cdots + a_l(t)z_i = u_i - v, \quad u_i, v \in V, \quad z_i^{(q)}(t_0) = Z_i^q = X_i^q - Y^q. \tag{4}$$

О п р е д е л е н и е 1. Управления $u_i(t)$, $v(t)$ из класса измеримых по Лебегу функций, удовлетворяющие соответственно ограничениям из (1), (2) называются *допустимыми.*

О п р е д е л е н и е 2. *В игре* Γ *возможна поимка,* если существует момент $T_0 = T_0(Z_0)$, что для любого допустимого управления $v(t)$ найдутся допустимые управления

$$u_i(t) = u_i(t,\ Z_0,\ v(s),\ t_0 \leqslant s \leqslant t)$$

такие, что для некоторых $\tau \in [t_0, T_0]$, $\alpha \in I$ выполнено $z_\alpha(\tau) = 0$.

§ 2. Решение задачи

Через $\varphi_q(t, s)$ обозначим решение уравнения с начальными условиями

$$\omega^{(l)} + a_1(t)\omega^{(l-1)} + a_2(t)\omega^{(l-2)} + \cdots + a_l(t)\omega = 0$$

$$\omega(s) = 0, \ldots, \omega^{(q-1)}(s) = 0,\ \omega^{(q)}(s) = 1,\ \omega^{(q+1)}(s) = 0, \ldots, \omega^{(l-1)}(s) = 0.$$

Пусть далее

$$\xi_i(t) = \varphi_0(t, t_0)Z_i^0 + \varphi_1(t, t_0)Z_i^1 + \cdots + \varphi_{l-1}(t, t_0)Z_i^{l-1}.$$

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 06-01-00258).

П р е д п о л о ж е н и е 1. Функции $\xi_i(t)$ являются почти периодическими в смысле Бора на $[t_0, \infty)$.

П р е д п о л о ж е н и е 2. Функция $\varphi_{l-1}(t,s)$ такова, что $\lim\limits_{t\to\infty}\int\limits_{t_0}^{t}|\varphi_{l-1}(t,s)|ds = \infty$.

З а м е ч а н и е 1. Если $a_{q+1}(t)$ являются постоянными функциями, то есть $a_{q+1}(t) = a_{q+1}$ для всех $t \geqslant t_0$, то предположения 1, 2 выполнены, когда корни уравнения

$$\lambda^l + a_1\lambda^{l-1} + a_2\lambda^{l-2} + \cdots + a_l\lambda = 0$$

являются простыми и чисто мнимыми.

Обозначим через H_i кривые

$$H_i = \{\xi_i(t),\ t \in [t_0, \infty)\}.$$

У с л о в и е 1. Существуют $h_i^0 \in H_i$ такие, что $0 \in \mathrm{Intco}\{h_i^0\}$.

Т е о р е м а 1. *Пусть выполнены предположения* 1, 2 *и условие* 1. *Тогда в игре* Γ *возможна поимка.*

У с л о в и е 2. Начальные позиции участников таковы, что $0 \in \mathrm{Intco}\{Z_i^0\}$.

С л е д с т в и е 1. *Пусть выполнены предположения* 1, 2 *и условие* 2. *Тогда в игре* Γ *возможна поимка.*

Т е о р е м а 2. *Пусть выполнены предположения* 1, 2 *и* $\nu = n = 2$. *Тогда в игре* Γ *возможна поимка из любых начальных позиций.*

П р и м е р 1. Рассмотрим игру Γ_1, в которой уравнение (4) имеет вид

$$\dot z_i + \frac{\sin t}{2+\cos t} z_i = u_i - v, \qquad u_i, v \in V, \qquad z_i(t_0) = Z_i^0 = X_i^0 - Y^0.$$

Тогда

$$\varphi_0(t,s) = \frac{2+\cos t}{2+\cos s}, \quad \xi_i(t) = \frac{2+\cos t}{2+\cos t_0} Z_i^0$$

и предположения 1, 2 выполнены.

У т в е р ж д е н и е 1. *Если* $0 \in \mathrm{Intco}\{Z_i^0\}$, *то в игре* Γ_1 *возможна поимка.*

Список литературы

1. Григоренко Н. Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: Изд-во МГУ, 1990.
2. Петров Н. Н. Нестационарный пример Л. С. Понтрягина с фазовыми ограничениями// Проблемы управления и информатики. 2000. №4. С. 18-24.
3. Понтрягин Л. С. Избранные научные труды. Т.2. М.: Наука, 1988.
4. Благодатских А. И. Об одном колебательном конфликтно управляемом процессе со многими участниками// Изв. РАН. Теория и системы управления. 2005. №2. С. 43-45.

Благодатских Александр Иванович
Удмуртский государственный ун-т,
Россия, Ижевск
e-mail: aiblag@mail.ru