

УДК 517.977.5

© Н. В. Ощепкова

## ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В работе рассматриваются задачи связанные с моделированием, идентификацией и оптимальным управлением механических систем, динамика которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями нелинейными относительно старшей производной.

В общем виде модель динамического объекта выглядит следующим образом:

$$F(t, x(t), \dot{x}(t), u(t), \gamma) = 0,$$

где  $t$  – время,  $t \in [t_0, t_1]$ ,  $\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$ ,

$x(t) = (x_1, x_2, \dots, x_{2n})$  – вектор фазовых координат объекта,

$u(t) = (u_1, u_2, \dots, u_r)$  – вектор параметров управления,  $\alpha_j \leq u_j \leq \beta_j$  ( $j = 1, 2, \dots, r$ ),

$\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)$  – вектор конструктивных параметров.

Функции  $F_i(t, x(t), \dot{x}(t), u(t), \gamma)$  ( $i = 1, 2, \dots, 2n$ ) нелинейные относительно  $\dot{x}$  (не обязательно все).

В механике существуют объекты, для моделирования которых имеет смысл использовать описанную систему. К таким объектам можно отнести некоторые колебательные системы, а именно, механические системы с инерционными элементами демпфирования. В обычной колебательной системе присутствуют упругие и демпфирующие элементы, создающие силу, зависящую от относительных перемещений и скорости. Особенность колебательной системы с инерционными элементами заключается в том, что в матрицу инерции системы могут входить слагаемые, зависящие от координаты, скорости и ускорения. Взаимосвязь матрицы инерции системы с ускорением вызвана наличием систем управления, в которых происходит изменение моментов инерции по некоторым алгоритмам в зависимости от относительных ускорений, возникающих между телами системы. Полученная система не является чисто механической, она гибридная, то есть механическая система управления с гидроэлектроприводами. Простейшие исполнительные устройства с инерционными системами могут быть выполнены в виде несамотормозящей винтовой пары, рычажного механизма с горизонтально расположенным диском или иметь другой вид [1].

Уравнение простой колебательной системы имеет вид:

$$\begin{aligned} (m + L)\dot{v} + d(v) + C(x) &= Q(t, x, v, u, \xi(t), \dot{\xi}(t), \ddot{\xi}(t)), \\ \dot{x} &= v, \end{aligned}$$

где  $m$  – масса,

$x$  – координата,

$v$  – скорость,

$L$  – момент инерции,

$d(v)$  – нечетная функция демпфирующей силы,

$C(x)$  – нечетная функция упругих сил,

$Q(t, x, v, u, \xi(t), \dot{\xi}(t), \ddot{\xi}(t))$  – активные силы,

$\xi$  – внешние возмущения.

В нашем случае система выглядит следующим образом:

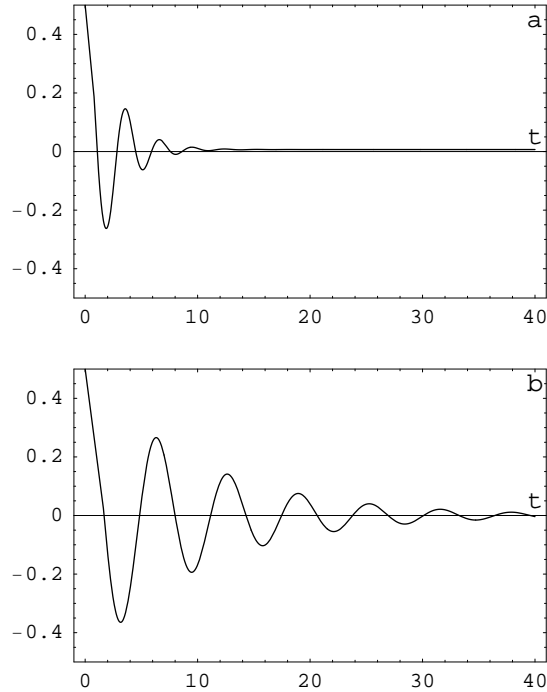
$$\begin{aligned} (m + L(x, v, \dot{v}, \beta))\dot{v} + d(v) + C(x) &= Q(t, x, v, u, \xi(t), \dot{\xi}(t), \ddot{\xi}(t)), \\ \dot{x} &= v, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $L(x, v, \dot{v}, \beta)$  – функция нелинейная относительно ускорения.

Пример 1. Модель системы задана в виде:

$$\left(1 - \frac{0.8 \arctg \ddot{x}}{\ddot{x}}\right) \ddot{x} + 0.2 \dot{x} + x = 0.$$

На рисунках представлена динамика данной колебательной системы: (a) — с нелинейной матрицей инерции, (b) — с линейной матрицей инерции.



Для системы (1) рассматривается решение трех задач:

1. Настройка части параметров системы таким образом, чтобы система обладала заданными спектральными характеристиками.

2. Настройка параметров системы по экспериментальным данным. На данном этапе в зависимости от цели задачи могут решаться задачи идентификации, оптимального управления системой, построение программных движений. Задача заключается в оценивании параметров модели системы  $u(t)$  из условия минимума показателя

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t), u(t)) dt.$$

Физический смысл показателя может быть интерпретирован как мера рассогласования множества экспериментальных данных (или заданного программного движения), интегральный показатель энергетических затрат и так далее.

3. Адаптивное управление.

### Список литературы

1. Елисеев С. В., Волков Л. Н., Кухаренко В. П. Динамика механических систем с дополнительными связями. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ие. 1990. 214 с.

Ощепкова Наталья Владимировна  
Пермский государственный университет,  
Россия, Пермь  
e-mail: nvo@psu.ru