УДК 517.934

© **В. Н. Ушаков, Д. К. Михалёв**

О СВОЙСТВЕ СТАБИЛЬНОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ[1]

Рассматривается конфликтно-управляемая система, поведение которой на конечном промежутке времени $[t_0, \vartheta]$ описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u, v), \qquad x(t_0) = x^0, \tag{1}$$

$$u \in \mathbb{P}, \qquad v \in \mathbb{Q}.$$

Здесь x — m-мерный фазовый вектор из евклидового пространства $\mathbb{R}^m$, u — управление первого игрока, v — управление второго игрока, $\mathbb{P}$ и $\mathbb{Q}$ — компакты в евклидовых пространствах $\mathbb{R}^p$ и $\mathbb{R}^q$ соответственно.

Предполагается что выполненны следующие условия.

1. Вектор-функция $f(t, x, u, v)$ определена и непрерывна по совокупности t, x, u, v на множестве $\mathbb{I} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{P} \times \mathbb{Q}$ и удовлетворяет условию: для любого компакта $\mathbb{D} \subset \mathbb{I} \times \mathbb{R}^m$ найдётся такое $L = L(\mathbb{D}) \in (0, \infty)$, что

$$\|f(t, x^{(1)}, u, v) - f(t, x^{(2)}, u, v)\| \leqslant L\|x^{(1)} - x^{(2)}\|$$

   для любых $(t, x^{(i)}, u, v) \in \mathbb{D} \times \mathbb{P} \times \mathbb{Q}, \quad i = 1, 2.$

2. Существует такое $\mu \in (0, \infty)$, что

$$\|f(t, x, u, v)\| \leqslant \mu(1 + \|x\|),$$

   для любых $(t, x, u, v) \in \mathbb{I} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{P} \times \mathbb{Q}$.

Здесь $\mathbb{I}$ — отрезок времени, содержащий внутри себя отрезок $[t_0, \vartheta]$; $\|f\|$ — норма вектора f в евклидовом пространстве.

Для конфликтно-управляемой системы (1) рассматривается дифференциальная игра сближения-уклонения с фиксированным моментом окончания [1,2]. Игра происходит в ограниченной замкнутой области Φ пространства переменных t, x, где $(t, x) \in [t_0, \vartheta] \times \mathbb{R}^m$. Игра является антагонистической и складывается из задачи о сближении и задачи об уклонении [1,2]. В задаче о сближении, стоящей перед первым игроком, требуется обеспечить попадание движения $x(t)$ системы (1) на замкнутое множество $\mathbb{M}$, содержащееся в

$$\Phi(\vartheta) = \{x \in \mathbb{R}^m : (\vartheta, x) \in \Phi\},$$

соблюдая при этом условие $(t, x(t)) \in \Phi, \quad t \in [t_0, \vartheta]$. Решение задачи требуется обеспечить в классе позиционных процедур управления первого игрока [1,2].

Для решения задачи о сближении используется идеология стабильных мостов [1,2]. При этом основная тяжесть при решении задач ложится на построение максимального стабильного моста $\mathbb{W}^0$ в этой задаче. Известно, что описать точно мост $\mathbb{W}^0$ при помощи аналитических соотношений можно лишь для весьма простых задач. В общем же случае приходится отказаться

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 05-01-00601, 04-01-96099-р2004урал_а), гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-8512.2006.1 и программы научного сотрудничества с СО РАН.

от точного вычисления моста $\mathbb{W}^0$. В связи с этим на передний план выступает задача приближенного построения моста $\mathbb{W}^0$. Для решения этой задачи выписывается оператор стабильного поглощения, задающий стабильный мост [3,4,5]. В ряде задач этот оператор принимает достаточно простую форму, удобную для описания стабильного моста и приближённого построения максимального стабильного моста. Выписаны соотношения, определяющие систему множеств, аппроксимирующую максимальный стабильный мост.

Приведены примеры построения стабильных мостов в нетривиальных управляемых системах.

Список литературы

1. Красовский Н. Н. Игровые задачи о встрече движений.М.: Наука. 1970. 420 с.
2. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука. 1974. 456 с.
3. Ушаков В. Н. К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения-уклонения. // Изв. АН СССР, Техн. Кибернетика, 1980. С. 29–36.
4. Тарасьев А. М., Ушаков В. Н., Хрипунов А. П. Об одном вычислительном алгоритме решения игровых задач управления. // Прикл. матем. и мех. 1987. Т. 51. № 2. С. 216–222.
5. Григорьева С. В., Пахотинских В. Ю., Успенский А. А., Ушаков В. Н. Конструирование решений в некоторых дифференциальных играх с фазовыми ограничениями. // Матем. сборник. 2005. Т. 196. № 4. С. 51–78.

Ушаков Владимир Николаевич
Институт Математики и
Механники УрО РАН,
Россия, Екатеринбург
e-mail: ushak@imm.uran.ru

Михалёв Дмитрий Константинович
Уралький государственный
технический университет,
Россия, Екатеринбург
e-mail: ddmk@r66.ru