УДК 517.977

© **Л. С. Чиркова**

УКЛОНЕНИЕ ОТ ГРУППЫ ИНЕРЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ

§ 1. Дифференциальная игра II порядка

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $k+1$ лиц: k преследователей $P_1, \ldots, P_k$ и убегающий E. Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид:

$$\begin{array}{ll} \ddot{x}_i + a\dot{x}_i + bx_i = u_i, & \|u_i\| \leqslant 1, \\ x_i(0) = x_i^0, & \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0. \end{array} \tag{1}$$

Закон движения убегающего E имеет вид:

$$\begin{array}{ll} \ddot{y} + a\dot{y} + by = v, & \|v\| \leqslant 1, \\ y(0) = y^0, & \dot{y}(0) = \dot{y}^0. \end{array} \tag{2}$$

В уравнениях (1), (2) константы a, b такие, что уравнение $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ имеет отрицательные попарно различные вещественные корни λ_1, λ_2.

О п р е д е л е н и е 1. Говорят, что в дифференциальной игре Γ *возможно убегание*, если существует кусочно-постоянная функция $v(t)$, $\|v\| \leqslant 1$, $t \geqslant 0$, что при любых кусочно- постоянных функциях $u_i(t)$, $\|u_i\| \leqslant 1$, $i = 1, \ldots, k$, $t \geqslant 0$, пара $(x_i(t), y(t))$ для $t \geqslant 0$ не попадает в терминальное множество $M = \{x_i(t) = y(t),\ \dot{x}_i(t) = \dot{y}(t),\ t \geqslant 0\}$. При этом в момент $t \geqslant 0$ управление убегающего формируется на основе информации о $(y(s), \dot{y}(s), x_1^0, \dot{x}_1^0, \ldots, x_k^0, \dot{x}_k^0)$, $s \leqslant t$ и значениях $u_i(t)$, $i = 1, \ldots, k$, в тот же момент времени. Управление преследователей в момент t формируется на основе информации о состоянии $(y(t), \dot{y}(t), x_1(t), \dot{x}_1(t), \ldots, x_k(t), \dot{x}_k(t))$ дифференциальной игры Γ.

Т е о р е м а 1. *В дифференциальной игре Γ возможно убегание.*

§ 2. Уклонение от группы инерционных объектов

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ третьего порядка $k+1$ лиц: k преследователей $P_1, \ldots, P_k$ и убегающий E. Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид:

$$\begin{array}{lll} \dddot{x}_i = u_i, & \|u_i\| \leqslant 1, & \\ x_i(0) = x_i^0, & \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0, & \ddot{x}_i(0) = \ddot{x}_i^0. \end{array} \tag{3}$$

Закон движения убегающего E имеет вид:

$$\begin{array}{lll} \dddot{y} = v, & \|v\| \leqslant 1, & \\ y(0) = y^0, & \dot{y}(0) = \dot{y}^0, & \ddot{y}(0) = \ddot{y}^0. \end{array} \tag{4}$$

Пусть

$$z_i^0 = x_i^0 - y^0,\ \dot{z}_i^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}^0,\ \ddot{z}_i^0 = \ddot{x}_i^0 - \ddot{y}^0.$$

О п р е д е л е н и е 2. Из начального состояния $z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \ddot{z}_1^0, \ldots, z_k^0, \dot{z}_k^0, \ddot{z}_k^0)$ в дифференциальной игре Γ *возможно убегание*, если по любым измеримым функциям $u_i(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $\|u_i(t)\| \leqslant 1$, $i = 1, \ldots, k$, можно построить такую измеримую функцию $v(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $\|v(t)\| \leqslant 1$, что $x_i(t) \neq y(t)$ для всех $i = 1, \ldots, k$, $t \geqslant 0$. При этом в момент $t \geqslant 0$ управление убегающего формируется на основе информации о состоянии $(x_i(s), \dot{x}_i(s), \ddot{x}_i(s), \ldots, y(s), \dot{y}(s), \ddot{y}(s))$ при $s \leqslant t$ и о значениях $u_i(t)$, $i = 1, \ldots, k$, в тот же момент времени. Управление преследователей в момент $t \geqslant 0$ формируется на основе информации о состоянии $x_i(t), y(t)$ дифференциальной игры Γ.

Т е о р е м а 2. *Если $0 \notin co\{\ddot{z}_1^0, \ldots, \ddot{z}_k^0\}$, то в игре Γ из начального состояния z^0 происходит уклонение от встречи.*

§ 3. Дифференциальнвя игра III порядка

В пространстве $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ, в которой участвуют три преследователя P_1, P_2, P_3 и два убегающих E_1, E_2.

Закон движения преследователя P_i имеет вид:

$$\begin{aligned} &\dddot{x}_i = u_i, \quad && \|u_i\| \leqslant 1, \\ &x_i(0) = x_i^0, \quad && \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0, \quad \ddot{x}_i(0) = \ddot{x}_i^0. \end{aligned} \tag{5}$$

Закон движения убегающего E_j имеет вид:

$$\begin{aligned} &\dddot{y}_j = v_j, \quad && \|v_j\| \leqslant 1, \\ &y_j(0) = y_j^0, \quad && \dot{y}_j(0) = \dot{y}_j^0, \quad \ddot{y}_j(0) = \ddot{y}_j{}^0. \end{aligned} \tag{6}$$

Пусть

$$z_{ij}^0 = x_i^0 - y_j^0,\, \dot{z}_{ij}^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}_j^0,\, \ddot{z}_{ij}^0 = \ddot{x}_i^0 - \ddot{y}_j^0.$$

О п р е д е л е н и е 3. Из начального состояния $z^0 = (z_{11}^0, \dot{z}_{11}^0, \ddot{z}_{11}^0, \ldots, z_{32}^0, \dot{z}_{32}^0, \ddot{z}_{32}^0)$ в дифференциальной игре Γ *возможно убегание*, если по любым измеримым функциям $u_i(t)$, $0 \leqslant t < +\infty$, $u_i(t) \in S$, $i = 1, 2, 3$, можно построить такие измеримые функции $v_j(t) \in S$, $0 \leqslant t < +\infty$, $j = 1, 2$, что найдется номер $s \in \{1, 2\}$ такой, что для всех $i \in \{1, 2, 3\}$, $t \geqslant 0$, справедливо неравенство

$$\|x_i(t) - y_s(t)\| + \|\dot{x}_i(t) - \dot{y}_s(t)\| > 0.$$

При этом в момент $t \geqslant 0$ управление убегающего формируется на основе информации о состоянии дифференциальной игры $(x_i(\tau), \dot{x}_i(\tau), \ddot{x}_i(\tau), \ldots, y_j(\tau), \dot{y}_j(\tau), \ddot{y}_j(\tau))$ при $\tau \leqslant t$ и о значениях $u_i(t)$, $i \in \{1, 2, 3\}$, в тот же момент времени t. Управление преследователей в момент $t \geqslant 0$ формируется на основе информации о состоянии $x_i(t)$, $y_j(t)$ дифференциальной игры Γ.

Т е о р е м а 3. *В дифференциальной игре* Γ *происходит уклонение от встречи.*

Список литературы

1. Иванов Р. П. К вопросу о мягкой поимке в дифференциальных играх со многими догоняющими и одним уклоняющимся игроком // Труды математического института АН СССР. 1988, Т.185, с.74-84.
2. Прокопович П. В., Чикрий А. А. Одна дифференциальная игра убегания // Доклад АН УССР. Серия А. 1989, с. 71-74.
3. Петров Н. Н. «Мягкая» поимка в примере Л.С. Понтрягина со многими участниками // Прикладная математика и механика. 2003, Т.67, Вып.5, с.759-770.
4. Петров Н. Н. Теория игр. Ижевск: Изд-во Удм. ун-та, 1997.
5. Пшеничный Б. Н. Простое преследование несколькими объектами//Кибернетика. 1976. № 3. С. 145-146.

Чиркова Любовь Сергеевна
Удмуртский государственный ун-т,
Россия, Ижевск
e-mail: lmvstk@udm.ru