

УДК 517.977

© С. Н. Попова
sp@ulm.uni.udm.ru

О ГЛОБАЛЬНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ПОЛНОЙ СОВОКУПНОСТИ ЛЯПУНОВСКИХ ИНВАРИАНТОВ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ¹

Ключевые слова: линейная управляемая система, периодическая система, ляпуновские инварианты, глобальная управляемость.

Abstract. It is proved that a property of uniform complete controllability of the periodic system $\dot{x} = B(t)u$, $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ and a property of global controllability of complete totality of Lyapunov's invariants of this system are equivalent.

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad (1)$$

где $A(\cdot)$, $B(\cdot)$ — ограниченные кусочно непрерывные матричные функции.

Пусть в (1) управление формируется в виде $u = U(t)x$, тогда получаем замкнутую систему

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x. \quad (2)$$

О п р е д е л е н и е 1. [1]. Система (1) обладает свойством глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов, если для любой линейной однородной системы вида

$$\dot{x} = C(t)x \quad (3)$$

¹Работа поддержана Конкурсным центром фундаментального естествознания (грант Е 00-1.0-5).

с ограниченной кусочно непрерывной матрицей коэффициентов существует ограниченное кусочно непрерывное управление $U : \mathbb{R} \rightarrow \text{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n)$ такое, что системы (2) и (3) асимптотически эквивалентны, т. е. существует преобразование Ляпунова, связывающее (2) и (3).

Т е о р е м а 1. Пусть $A(t) \equiv 0$, $B(t)$ — периодическая кусочно непрерывная матрица. Система (1) равномерно вполне управляема в том и только том случае, когда (1) обладает свойством глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов.

З а м е ч а н и е 1. В [2] доказана равносильность равномерной полной управляемости периодической системы вида (1) с непрерывно дифференцируемыми матрицами $A(\cdot)$, $B(\cdot)$ и глобальной управляемости ее мультипликаторов. Метод, использованный для доказательства этого результата, не позволяет уменьшить гладкость коэффициентов системы (1). Отметим также, что свойство глобальной управляемости мультипликаторов слабее свойства глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов, — оно заключается в возможности построения для всякой матрицы $C(t) \equiv C$ такой, что соответствующая система (3) эквивалентна уравнению с постоянными коэффициентами

$$z^{(n)} + \gamma_1 z^{(n-1)} + \dots + \gamma_n z = 0,$$

управления $U(\cdot)$, обеспечивающего кинематическое подобие систем (2) и (3).

* * *

1. Макаров Е. К., Попова С. Н. О глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов двумерных линейных систем // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35, Г 1. С. 97–106.
2. Brunovsky P. Controllability and linear closed-loop controls in linear periodic systems // Journal of Differential Equations. 1969. Vol. 6. P. 296–313.