

УДК 517.977.5

© А. Н. Сесекин
sesekin@imm.uran.ru

ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ СИСТЕМ С ИМПУЛЬСНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ¹

Ключевые слова: дифференциальные уравнения с разрывными траекториями, импульсное управление, множества достижимости, численные методы.

Abstract. The report deals with the attainability sets of dynamic systems with impulse integrally bounded controls. Properties of such sets are indicated. To construct the attainability set, a numerical algorithm based on approximation of the admissible controls set by linear combinations of Dirac's delta-functions is offered.

Рассмотрим нелинейную систему

$$\dot{x} = f(t, x) + B(t, x)\dot{v}(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $v(t)$ — m -мерная вектор-функция ограниченной вариации, $f(t, x)$ — n -мерная вектор-функция, $B(t, x)$ — $n \times m$ -матрица-функция. Под решением системы (1), удовлетворяющим начальному условию $x(t_0) = x_0$, согласно [1, 2], будем понимать всякий частичный поточечный предел последовательности $x_k(t)$ решений системы (1), порожденной последовательностью абсолютно непрерывных функций $v_k(t)$, поточечно сходящейся к функции $v(t)$.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 00-01-00328).

Пусть V — множество допустимых управлений $v(t)$, — функций ограниченной вариации, удовлетворяющих условию

$$\text{var}_{[t_0, \vartheta]} v(\cdot) \leq a,$$

которое в случае если $v(t)$ — абсолютно непрерывная функция, принимает вид обычного интегрального ограничения

$$\int_{t_0}^{\vartheta} |\dot{v}(t)| dt \leq a.$$

Обозначим через $X(t, t_0, x_0)$ множество всех точек $x(t)$ на траекториях системы (1), выпущенных из начальной точки x_0 в момент t_0 , порождаемых всевозможными управлениями из V . Свойства таких множеств подробно изучены в [1, 2]. Для численного построения множества достижимости $X(t, t_0, x_0)$ предложен алгоритм, основанный на аппроксимации множества допустимых управлений V линейными комбинациями дельта-функций Дирака и дискретизации пространства позиций для системы (1). Получены оценки точности предложенного алгоритма. Проведено имитационное моделирование на задаче построения множества достижимости для материальной точки в центральном гравитационном поле.

* * *

1. Сесекин А. Н. О множествах разрывных решений нелинейных дифференциальных уравнений // Известия вузов. Математика. 1994. Т 6. С. 83–89.
2. Zavalishchin S. T., Seseikin A. N. Dynamic Impulse Systems. Theory and Applications. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1997. 268 p.