Известия Института математики и информатики. Ижевск. 2002. Ґ2(25)

УДК 517.929

© **П. М. Симонов**
simonov@prognoz.ru

УСТОЙЧИВОСТЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ[1]

Ключевые слова: функционально-дифференциальные уравнения, устойчивость, корректная разрешимость.

Abstract. A new approach to the problem of stability for nonlinear functional differential equations is considered.

Предлагается обзор результатов Пермского семинара по устойчивости функционально-дифференциальных уравнений (ФДУ). При изучении устойчивости нелинейных уравнений возникает ряд принципиальных трудностей, например, из-за вырожденности класса компактных операторов в пространствах функций, определенных на полуоси. Известные приемы нелинейного функционального анализа, использующие свойства полной непрерывности операторов, оказываются, таким образом, исключенными. В случае линейных уравнений устойчивость гарантируется однозначной разрешимостью задачи Коши. Такая разрешимость в свою очередь обеспечивает непрерывную зависимость решения задачи Коши от начальных условий. Для нелинейных уравнений непрерывная зависимость решений от начальных условий не гарантируется однозначной разрешимостью Коши. Поэтому понятия устойчивости, которые использовались для линейных уравнений, не позволяют автоматически перенести результаты

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 01–01–00511) и программы ґУниверситеты России — фундаментальные исследованияЄ (гранты УР.04.01.001, УР.03.01.023).

теории устойчивости линейных уравнений на уравнения нелинейные. Кроме того, возникают обычные для теории нелинейных уравнений проблемы, связанные, например, с тем, что условия действия нелинейных операторов в линейных пространствах оказываются часто неприемлемо жесткими. Это вынуждает рассматривать такие операторы не на всем пространстве, а лишь на некоторых подмножествах. В результате возникает потребность в априорных оценках решений. Установление таких оценок — проблема хорошо известная своей сложностью и отсутствием достаточно общих эффективных конструкций. Функциональный анализ и современная общая теория ФДУ естественным образом приводят к обобщению классических понятий устойчивости. А именно, ґD-устойчивостьюЄ называется корректная разрешимость задачи Коши в данном банаховом пространстве D функций $x : [a, \infty) \to \mathbb{R}^n$. При надлежащем выборе пространства D из D-устойчивости следует устойчивость по Ляпунову, при другом выборе пространства D — асимптотическая устойчивость, устойчивость по части переменных и т. д. Новый подход к проблеме устойчивости приводит к построению специальных пространств D. Непрерывная обратимость линейного оператора, который в явном виде записывается для каждого линейного ФДУ, необходима и достаточна при естественных предположениях для D-устойчивости. Для нелинейного ФДУ D-устойчивость обеспечивается применимостью принципа Банаха о сжимающих отображениях к некоторому оператору, записанному в явном виде и действующему в пространстве D. Надо отметить, что упомянутая теория устойчивости позволяет не только достаточно просто доказывать ряд известных утверждений классической теории устойчивости обыкновенных дифференциальных уравнений, но и применима к широкому классу уравнений, для которых классические приемы либо неприменимы, либо недостаточно эффективны.