



УДК: 62-503.5

MSC 2010: 70E60, 68T40

## Управление движением трехмассового робота, перемещающегося в жидкой среде

Л. Ю. Волкова, С. Ф. Яцун

Представлена математическая модель плавающего робота, перемещающегося по криволинейной траектории в жидкой среде за счет движения двух внутренних масс и внешней силы вязкого сопротивления. Приведены результаты моделирования движения объекта.

Ключевые слова: трехмассовый робот, сила вязкого трения, жидкая среда, система управления, криволинейная траектория, программно управляемое движение

### 1. Введение

В современном мире мобильные робототехнические системы, перемещающиеся в водной среде, решают задачи, связанные с мониторингом состояния окружающей среды, исследованием рельефа дна, взятием проб воды, разведыванием полезных ископаемых, и многие другие. В качестве движителя большинство плавающих роботов используют вращающийся винт или колеблющийся плавник [1–4].

Вместе с тем, в ряде случаев необходимы устройства, способные интегрироваться в изучаемую среду, не нарушая происходящих в ней процессов. Такими устройствами являются роботы, передвигающиеся за счет периодических перемещений внутренних масс, встроенных в их корпуса. Эти системы обладают рядом преимуществ по сравнению с традиционными, в первую очередь, отсутствием внешних движителей (весла, винты и т. д.).

Такой принцип движения описывается в работах [5, 6], где отражены результаты исследования перемещений вибрационных роботов в сопротивляющихся средах. Оптимальные периодические движения двухмассовой системы с наибольшей средней за период скоростью в среде с трением представлены в [7–9]. В статьях [10, 11] рассмотрены особенности управления прямолинейным движением мобильного вибрационного робота за счет периодических

---

Получено 29 ноября 2011 года

После доработки 13 декабря 2011 года

---

Волкова Людмила Юрьевна

[mila180888@yandex.ru](mailto:mila180888@yandex.ru)

Яцун Сергей Федорович

[teormeh@inbox.ru](mailto:teormeh@inbox.ru)

Юго-Западный государственный университет

305040, Россия, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94



перемещений внутренних масс, в [12] установлено, что управление средней скоростью корпуса системы по направлению и величине возможно реализовать путем управления сдвигом фаз и частотой колебаний внутренних масс.

В [13] приведена математическая модель плавающего робота, приводимого в движение посредством периодических перемещений внутренних масс и асимметричной силы вязкого трения, создаваемой благодаря особой форме корпуса. Методика расчета коэффициентов вязкого сопротивления при движении такого робота предложена в [14]. В [15, 16] описаны конструкция и принцип движения трехмассового вибрационного робота, перемещающегося по горизонтальной поверхности с вязким сопротивлением. Математическая модель и результаты моделирования прямолинейного и криволинейного движений такого виброробота представлены в [17]. И все же, управляемое движение таких роботов по криволинейным траекториям в жидких средах изучено недостаточно.

В статье представлены результаты исследования движения мобильного вибрационного робота, перемещающегося за счет периодических колебаний встроенных в его корпус двух внутренних масс. Особое внимание уделено вопросу моделирования взаимодействия корпуса робота с окружающей средой. Разработаны математическая модель и алгоритм численного моделирования, позволившие изучить как прямолинейное, так и криволинейное управляемые движения объекта.

## 2. Описание робота

На рисунке 1а представлен общий вид плавающего робота, который состоит из двух подвижных внутренних масс 1 и 2 и корпуса 3. Внутренние массы перемещаются относительно корпуса по прямолинейным направляющим 4. Корпус движется в вязкой среде 5 за счет сил трения, возникающих при взаимодействии с ней четырех опорных поплавков 6. Поплавки снабжены специальными устройствами 7, позволяющими управлять силой сопротивления вдоль продольной оси корпуса за счет изменения угла их наклона (рис. 1б).

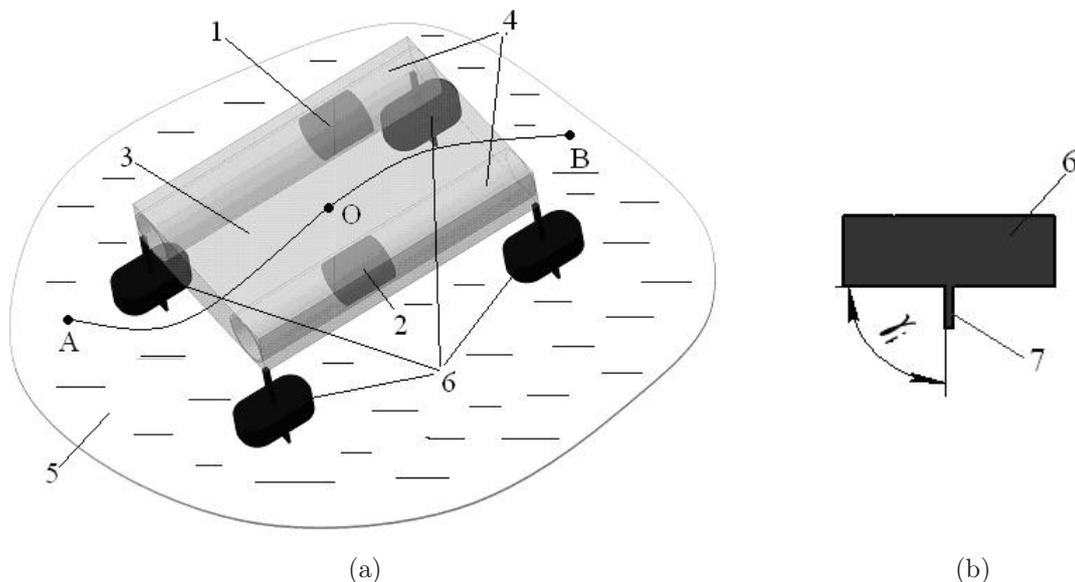


Рис. 1. (а) Общий вид плавающего робота: 1, 2 — внутренние массы, 3 — корпус, 4 — направляющие, 5 — окружающая среда, 6 — поплавки, АВ — криволинейная траектория. (б) Схема поплавка: 7 — элемент поплавка, управляющий силой трения,  $\gamma_i$  — управляющий угол.

### 3. Математическая модель плавающего робота

Расчетная схема вибрационного робота приведена на рисунке 2. Подвижные элементы системы 1, 2 обладают массами  $m_1$  и  $m_2$ , а корпус имеет массу  $m$ .

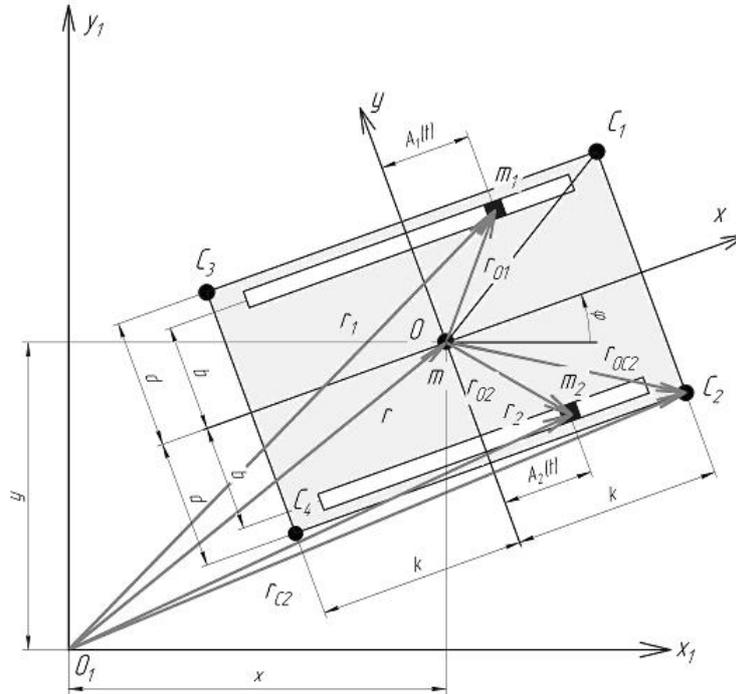


Рис. 2. Кинематическая схема робота: 1, 2 – внутренние подвижные массы, 3 – корпус робота.

Для описания движения робота введем две системы координат: абсолютную неподвижную систему координат  $O_1x_1y_1$  и относительную систему координат  $Oxy$ , которая жестко связана с корпусом робота так, что начало координат  $O$  совпадает с центром масс корпуса, ось  $Ox$  параллельна траекториям движения внутренних масс. Угол  $\phi$  определяет поворот системы координат  $Oxy$  относительно  $O_1x_1y_1$ . Положения центра масс корпуса и внутренних масс в системе координат  $O_1x_1y_1$  определяются абсолютными радиус-векторами  $\vec{r}$ ,  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  соответственно, а положение внутренних масс относительно точки  $O$  — радиус-векторами  $\vec{r}_{O1}$  и  $\vec{r}_{O2}$ .

Взаимодействие робота с окружающей средой осуществляется в точках  $C_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , при помощи четырех поплавков. При движении объекта в них возникают силы вязкого сопротивления, модели которых вдоль осей относительной системы координат определяются углами наклона поплавков к осям  $Ox$  и  $Oy$ , а численные значения коэффициентов вязкости вдоль этих осей — углами наклона поплавков к осям  $Ox$  и  $Oy$  и свойствами жидкости, в которой перемещается устройство.

Угол наклона поплавков относительно оси  $Oy$  всегда равен  $90^\circ$ , поэтому вдоль нее возникает симметричная сила вязкого сопротивления

$$Q_{C_i}^{y0} = -\mu_{y0}\dot{y}_{C_i}^{(0)}, \quad (3.1)$$

где  $\mu_{y0}$  — коэффициент вязкости вдоль оси  $Oy$ ,  $\dot{y}_{C_i}^{(0)}$  — проекция скорости  $i$ -того поплавка на ось  $Oy$ .

Относительно положительного направления оси  $Ox$   $i$ -тый поплавок может быть ориентирован под углами  $\gamma_i$ , а силы вязкого сопротивления будем определять по формулам:

$$Q_{C_i}^{x0} = -\mu_{x0}^{\text{med}} \dot{x}_{C_i}^{(0)} \quad \text{при } \gamma_i = 90^\circ, \quad (3.2)$$

$$Q_{C_i}^{x0} = \begin{cases} 0, & \dot{x}_{C_i}^{(0)} = 0, \\ -\mu_{x0}^{\text{min}} \dot{x}_{C_i}^{(0)}, & \dot{x}_{C_i}^{(0)} > 0, \gamma_i = 45^\circ, \\ -\mu_{x0}^{\text{max}} \dot{x}_{C_i}^{(0)}, & \dot{x}_{C_i}^{(0)} < 0, \end{cases} \quad (3.3)$$

$$Q_{C_i}^{x0} = \begin{cases} 0, & \dot{x}_{C_i}^{(0)} = 0, \\ -\mu_{x0}^{\text{max}} \dot{x}_{C_i}^{(0)}, & \dot{x}_{C_i}^{(0)} > 0, \gamma_i = 135^\circ, \\ -\mu_{x0}^{\text{min}} \dot{x}_{C_i}^{(0)}, & \dot{x}_{C_i}^{(0)} < 0, \end{cases} \quad (3.4)$$

где  $\dot{x}_{C_i}^{(0)}$  — проекция скорости  $i$ -того поплавка на ось  $Ox$ ,  $\mu_{x0}^{\text{med}}$ ,  $\mu_{x0}^{\text{min}}$ ,  $\mu_{x0}^{\text{max}}$  — средний, минимальный и максимальный коэффициенты вязкости вдоль оси  $Ox$ .

Пусть соотношение между коэффициентами вязкости вдоль оси  $Ox$  и вдоль оси  $Oy$  в  $i$ -той точке описывается формулой

$$\mu_{x0i} = \mu_{y0}(1 + p_i\chi), \quad (3.5)$$

где  $0 \leq \chi \leq 1$  — коэффициент, зависящий от свойств жидкости, в которой перемещается робот,

$$p_i = \left( \frac{1}{45} \gamma_i - 2 \right) \text{sgn}(\dot{x}_{C_i}^{(0)}) \quad (3.6)$$

— параметр, являющийся функцией угла наклона поплавка к положительному направлению оси  $Ox$  (рис. 3),  $\gamma_i$  — угол между осью  $Ox$  и  $i$ -тым поплавком, измеряемый в градусах.

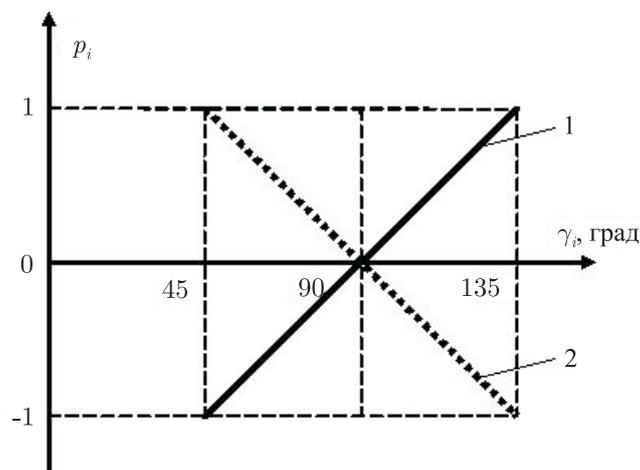


Рис. 3. График зависимости  $p_i$ : ( $\gamma_i$ ): 1 —  $\dot{x}_{C_i}^{(0)} > 0$ , 2 —  $\dot{x}_{C_i}^{(0)} < 0$ .

Корпус робота является абсолютно твердым телом, центр масс которого расположен в точке  $O$ , внутренние массы 1 и 2 являются точечными и движутся по прямолинейным траекториям, которые лежат в плоскости  $Oxy$ , параллельны оси  $Ox$  и равноудалены от центра масс корпуса робота на расстояние  $b$ . Законы движения внутренних масс  $A_j(t)$ ,  $j = 1, 2$ ,

являются периодическими функциями вида

$$A_j(t) = a_j \sin(\omega_j t + \alpha_j), \quad (3.7)$$

где  $a_j$  — амплитуда,  $\omega_j$  — круговая частота,  $\alpha_j$  — начальная фаза перемещения внутренней массы.

Перемещение робота по заданной траектории обеспечивается изменением величины и направления сил трения, что достигается за счет управляемого движения внутренних масс и изменения ориентации поплавков. На рисунке 4 приведена структурная схема системы управления плавающим роботом.

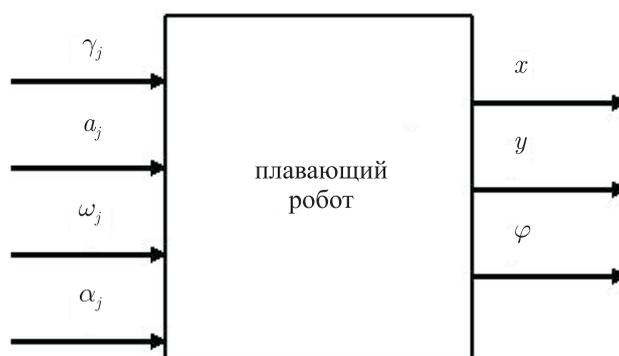


Рис. 4. Структурная схема системы управления плавающим роботом.

В качестве управляющих воздействий выступают:  $\gamma_i$  — угол наклона  $i$ -того поплавка в вертикальной плоскости относительно продольной оси корпуса,  $a_j$ ,  $\omega_j$ ,  $\alpha_j$  — амплитуда, круговая частота и начальная фаза движения  $j$ -той внутренней массы.

Управляемыми параметрами являются координаты  $x$  и  $y$  центра масс корпуса устройства и угол  $\phi$  поворота корпуса робота относительно его центра масс. Будем определять изменение управляемых параметров для различных значений управляющих воздействий.

#### 4. Дифференциальные уравнения движения робота

Для построения уравнений движения робота на плоскости  $O_1x_1y_1$  будем использовать уравнения Лагранжа второго рода [18]. В качестве обобщенных примем координаты  $x$ ,  $y$  центра масс корпуса робота (точки  $O$ ) и угол  $\varphi$ . Кинетическая энергия системы определяется следующим образом:

$$T = \frac{m}{2} |\dot{\vec{r}}|^2 + \frac{J\dot{\varphi}^2}{2} + \sum_{j=1,2} \frac{m_j |\dot{\vec{r}}_j|^2}{2}, \quad (4.1)$$

где  $\dot{\vec{r}}$ ,  $\dot{\vec{r}}_j$  — производные радиус-векторов центра масс корпуса и двух внутренних тел соответственно,  $J$  — момент инерции корпуса системы относительно его центра масс.

Тогда система дифференциальных уравнений, описывающих движение рассматриваемого

мого робота, примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} M\ddot{x} + \sum_{j=1}^2 m_j [\ddot{x} - 2\dot{\varphi}\dot{A}_j(t) \sin \varphi - \ddot{\varphi}(A_j(t) \sin \varphi + B_j \cos \varphi) - \\ \quad - \dot{\varphi}^2(A_j(t) \cos \varphi - B_j \sin \varphi) + \ddot{A}_j(t) \cos \varphi] = Q_{x1}, \\ M\ddot{y} + \sum_{j=1}^2 m_j [\ddot{y} + 2\dot{\varphi}\dot{A}_j(t) \cos \varphi - \ddot{\varphi}(-A_j(t) \cos \varphi + B_j \sin \varphi) - \\ \quad - \dot{\varphi}^2(A_j(t) \sin \varphi + B_j \cos \varphi) + \ddot{A}_j(t) \sin \varphi] = Q_{y1}, \\ J\ddot{\varphi} + \sum_{j=1}^2 m_j [-\sin \varphi(\ddot{x}A_j(t) + \ddot{y}B_j) - \cos \varphi(\ddot{x}B_j - \ddot{y}A_j(t)) + \\ \quad + 2\dot{\varphi}A_j(t)\dot{A}_j(t) + \ddot{\varphi}(A_j(t)^2 + B_j^2) - \ddot{A}_j(t)B_j] = M_O, \end{array} \right. \quad (4.2)$$

где  $B_j = (-1)^{j+1} b$  — координата  $j$ -ой массы в проекции на ось  $Oy$ ,

$$Q_{x1} = \sum_{i=1}^4 (-\mu_{x0i} \cos \varphi (\dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi - \dot{\varphi}d_i) - \mu_{y0} \sin \varphi (\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi - \dot{\varphi}k_i)), \quad (4.3)$$

$$Q_{y1} = \sum_{i=1}^4 (-\mu_{x0i} \sin \varphi (\dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi - \dot{\varphi}d_i) + \mu_{y0} \cos \varphi (\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi - \dot{\varphi}k_i)) \quad (4.4)$$

— проекции главного вектора сил сопротивления на оси  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$ ,

$$M_O = \sum_{i=1}^4 [-\mu_{x0i} d_i (\dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi - \dot{\varphi}d_i) + \mu_{y0} k_i (\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi - \dot{\varphi}k_i)] \quad (4.5)$$

— главный момент сил сопротивления,  $M = m + \sum_{j=1,2} m_j$  — сумма массы корпуса и двух внутренних тел.

Решение уравнений (4.2) можно найти численным методом с использованием алгоритма с методом интегрирования Верле [19].

В частном случае, если  $m_1 = m_2$ ,  $a_1 = a_2 = a$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ,  $\mu_{x0i} = \mu_{y0} = \mu$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , получим уравнение прямолинейного движения робота, имеющее аналитическое решение

$$x = \frac{2m_1 a \omega}{\sqrt{M^2 \omega^2 + 16\mu^2}} (\cos \psi - \cos(\omega t - \psi)) - \frac{C}{2n} e^{-2nt} + \frac{C}{2n}, \quad (4.6)$$

где  $\operatorname{tg} \psi = \frac{M\omega}{\mu}$ ,  $C = \frac{2m_1 M a \omega^3}{M^2 \omega^2 + 16\mu^2}$ ,  $2n = \frac{4\mu}{M}$  для начальных условий  $t = 0$ ,  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ .

## 5. Исследование характера движения робота

Моделирование движения системы будем проводить для  $m_1 = m_2$ ,  $a_1 = a_2 = a$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  при двух видах совместного перемещения внутренних масс, отличающихся начальными фазами: синфазном ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) и противофазном ( $\alpha_1 = \alpha_2 + \pi$ ).

Результаты численного моделирования позволяют выявить характер перемещения объекта в зависимости от параметров модели силы вязкого сопротивления, обусловленной положением поплавков, а также от параметров закона движения внутренних масс.



Установлено, что при синфазном движении внутренних масс и одинаковой ориентации поплавков  $\gamma_{1,2,3,4} = \gamma$  относительно вертикали объект совершает колебательные движения вдоль оси, совпадающей с продольной осью корпуса, при симметричной модели силы вязкого трения, или перемещается вдоль той же оси в сторону меньшего коэффициента вязкости при асимметричной силе сопротивления (рис. 5а). Движение внутренних масс в противофазе при разной ориентации поплавков обеспечивает поворот робота относительно центра масс корпуса, который остается неподвижным, т. е. робот разворачивается на месте (рис. 5б). Направление вращения определяется углами наклона  $\gamma_{1,3}$  и  $\gamma_{2,4}$ .

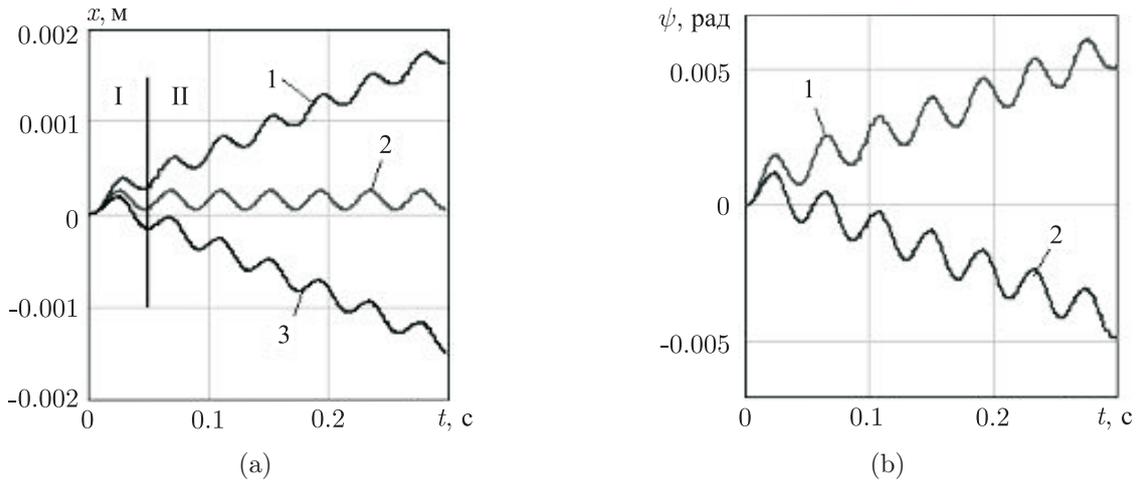


Рис. 5. (а) Графики движения робота при синфазном перемещении внутренних масс: 1 — для  $\gamma = 45^\circ$ , 2 — для  $\gamma = 90^\circ$ , 3 — для  $\gamma = 135^\circ$ , I — переходный режим, II — установившийся режим. (б) Графики движения робота при перемещении внутренних масс в противофазе: 1 — для  $\gamma_{1,3} = 135^\circ$ ,  $\gamma_{2,4} = 45^\circ$ , 2 — для  $\gamma_{1,3} = 45^\circ$ ,  $\gamma_{2,4} = 135^\circ$ .

## 6. Исследование влияния угла наклона поплавков на среднюю скорость движения объекта

Средние скорости перемещения робота будем рассчитывать по формулам

$$\dot{x}_{sr} = \frac{1}{N} \int_0^{Tk} \dot{x} dt, \quad \dot{y}_{sr} = \frac{1}{N} \int_0^{Tk} \dot{y} dt, \quad \dot{\varphi}_{sr} = \frac{1}{N} \int_0^{Tk} \dot{\varphi} dt,$$

где  $Tk = \frac{2\pi}{\omega}$  — период колебаний внутренних масс,  $N$  — количество шагов по времени за период.

Средние скорости движения объекта при равных углах наклона поплавков  $\gamma$  при перемещении внутренних масс синфазно и в противофазе показаны на рисунке 6. Из кривых (рис. 6а, б) видно, что при вертикальном расположении поплавков средние линейные скорости робота вдоль осей абсолютной системы координат равны нулю. Средние линейные скорости при наклоне поплавков на угол  $\gamma = 45^\circ$  равны по модулю и противоположны по направлению средним линейным скоростям при  $\gamma = 135^\circ$ . Это означает, что углы наклона поплавков  $\gamma = 45^\circ$  и  $\gamma = 135^\circ$  не влияют на численные значения средних линейных

скоростей, но обеспечивают перемещение робота вдоль осей  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$  в противоположных направлениях. Средние угловые скорости независимо от ориентации поплавков равны нулю, что показано на рисунке 6с. Это объясняется колебательным движением объекта по углу поворота.

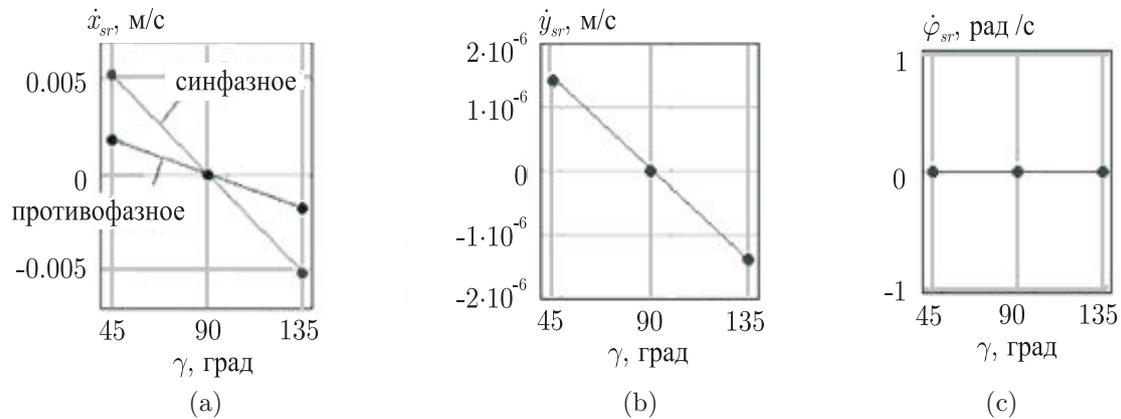


Рис. 6. Зависимости: (а)  $\dot{x}_{sr}(\gamma)$  при синфазном и противофазном движении внутренних масс; (б)  $\dot{y}_{sr}(\gamma)$ , (с)  $\dot{\varphi}_{sr}(\gamma)$  при движении внутренних масс в противофазе.

При разной ориентации поплавков средние угловые скорости для углов  $\gamma_{1,3} = 135^\circ$ ,  $\gamma_{2,4} = 45^\circ$  и  $\gamma_{1,3} = 45^\circ$ ,  $\gamma_{2,4} = 135^\circ$  равны по модулю и противоположны по знаку как при синфазных, так и при противофазных колебаниях внутренних масс.

## 7. Исследование влияния параметров колебаний внутренних масс на среднюю скорость движения робота

В результате проведенного моделирования установлено, что увеличение амплитуды  $a$  и круговой частоты  $\omega$  движения внутренних масс приводит к возрастанию средних скоростей объекта независимо от ориентации поплавков и закона движения внутренних масс, за исключением их синфазных колебаний при вертикальном расположении поплавков, а также при  $\chi = 0$  (рис. 7).

## 8. Исследование влияния коэффициента вязкости на среднюю скорость движения робота

Зависимости средних линейных и угловых скоростей от соотношения  $\mu_{x0}^{\min}/\mu_{x0}^{\max}$  приведены для значений коэффициента  $\chi = 0, 0.2, 0.3, 0.5$ .

При  $\chi = 0$  и синфазном движении внутренних масс при  $\gamma = 45^\circ$  численное значение коэффициента вязкости не влияет на среднюю линейную скорость установившегося движения, так как в этом случае робот совершает колебания вдоль оси  $O_1x_1$ , и  $\dot{x}_{sr} = 0$  (рис. 8а).

При  $\chi \neq 0$  и  $\gamma = 45^\circ$  средние линейные скорости  $\dot{x}_{sr}$  (рис. 8а) при синфазном движении внутренних масс,  $\dot{x}_{sr}$  (рис. 8а) и  $\dot{y}_{sr}$  при движении внутренних масс в противофазе уменьшаются с ростом соотношения  $\mu_{x0}^{\min}/\mu_{x0}^{\max}$ , так как при этом уменьшается сила, препятствующая движению робота в противоположном направлении. Чем меньше коэффициент

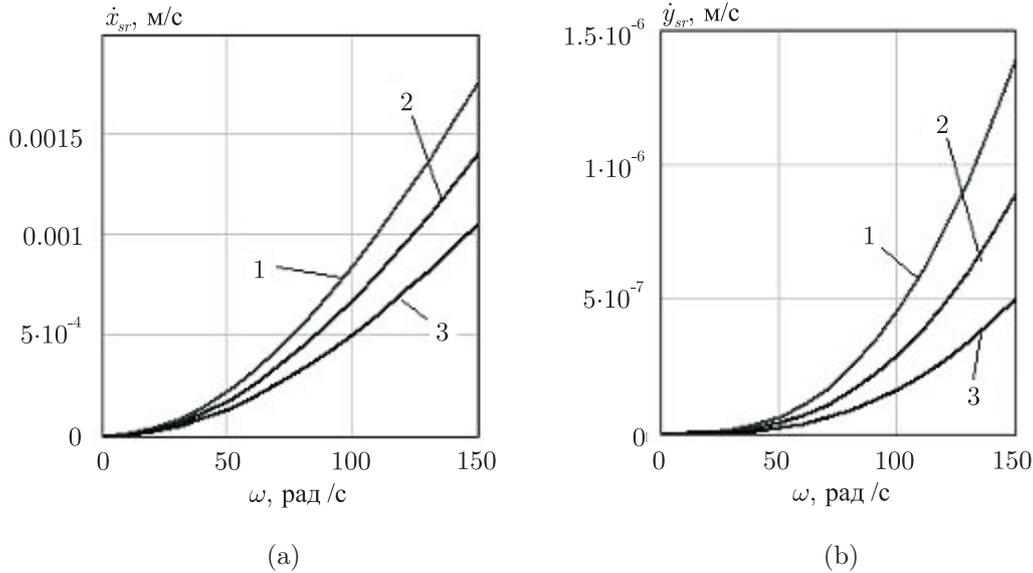


Рис. 7. Графики зависимостей: (а)  $\dot{x}_{sr}(\omega)$ , (б)  $\dot{y}_{sr}(\omega)$  при противофазном движении внутренних масс и  $\gamma = 45^\circ$ , 1 — для  $a = 0.0015$  м, 2 — для  $a = 0.0020$  м, 3 — для  $a = 0.0025$  м.

вязкости вдоль оси  $Oy$ , тем больше средние линейные скорости устройства при одинаковых значениях  $\chi$ . Аналогичные графики наблюдаются при  $\gamma = 135^\circ$ .

При разных углах наклона поплавков при синфазном и противофазном движении внутренних масс средние угловые скорости уменьшаются с увеличением отношения минимального коэффициента вязкости к максимальному и с уменьшением коэффициента вязкости вдоль оси  $Oy$  при всех значениях коэффициента  $\chi$  кроме  $\chi = 0$  (рис. 8б).

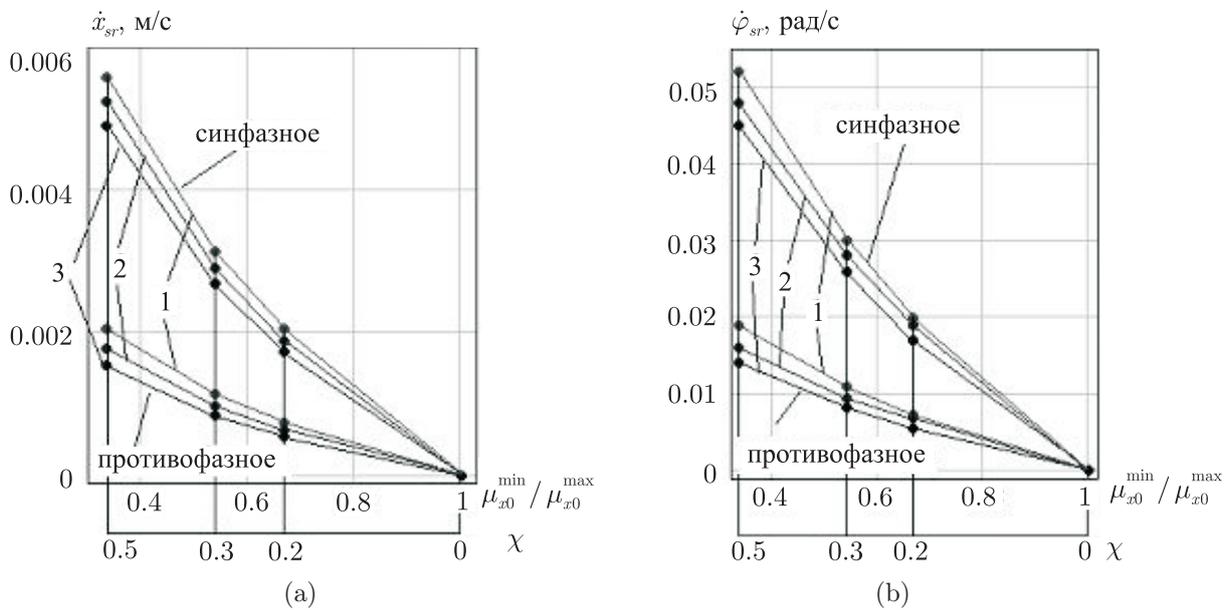


Рис. 8. Зависимости средних скоростей от соотношения коэффициентов вязкости вдоль оси  $Ox$ : (а)  $\dot{x}_{sr}(\mu_{x0}^{min}/\mu_{x0}^{max})$  при  $\gamma = 45^\circ$ , (б)  $\dot{\varphi}_{sr}(\mu_{x0}^{min}/\mu_{x0}^{max})$  при  $\gamma_{1,3} = 135^\circ$ ,  $\gamma_{2,4} = 45^\circ$ , 1 — для  $\mu_{y0} = 8$  Н · с/м, 2 — для  $\mu_{y0} = 10$  Н · с/м, 3 — для  $\mu_{y0} = 12$  Н · с/м.



## 9. Программно-управляемое движение робота по криволинейной траектории

По результатам исследования характера движения плавающего робота можно сделать вывод о том, что прямолинейное движение устройства с ненулевой средней скоростью происходит при синфазном движении внутренних масс при одинаковой ориентации поплавков  $\gamma = 45^\circ, 135^\circ$ , поворот робота относительно неподвижного центра масс корпуса осуществляется при разных углах наклона поплавков  $\gamma_{1,3} = 135^\circ, \gamma_{2,4} = 45^\circ$  или  $\gamma_{1,3} = 45^\circ, \gamma_{2,4} = 135^\circ$ , если внутренние массы колеблются в противофазе.

В соответствии с этим предложен алгоритм ступенчатого перемещения объекта, реализуемый путем чередования участков прямолинейного и вращательного движений (рис. 9).

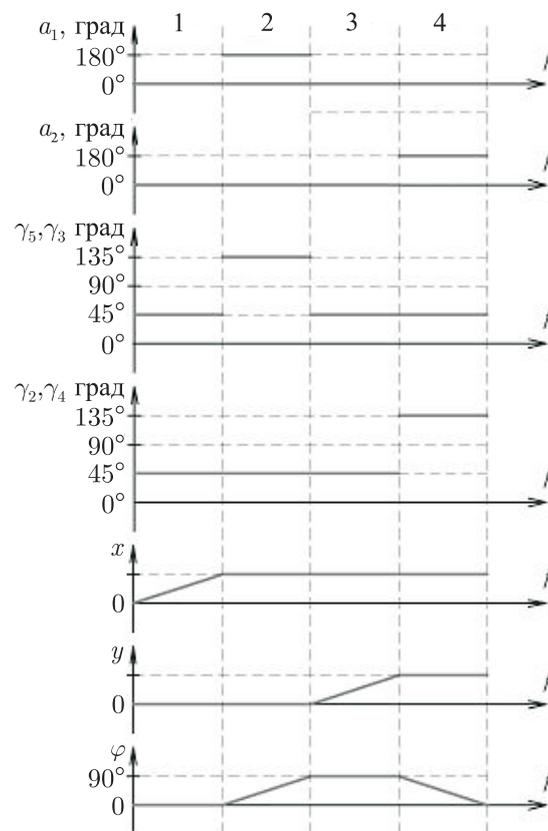


Рис. 9. Диаграммы ступенчатого программно управляемого движения плавающего робота: 1 — прямолинейное движение вдоль оси  $O_1x_1$ , 2 — поворот на  $90^\circ$  против часовой стрелки, 3 — прямолинейное движение вдоль оси  $O_1y_1$ , 4 — поворот на  $90^\circ$  по часовой стрелке.

На рисунке 10 приведен график ступенчатого движения устройства по криволинейной траектории.

Варьируя время прямолинейных участков  $T$  (рис. 11а, б) и значения углов поворота корпуса робота  $\phi$  (рис. 11б, с), можно реализовать его движение по различным криволинейным (в частности,  $s$ -образным) траекториям.

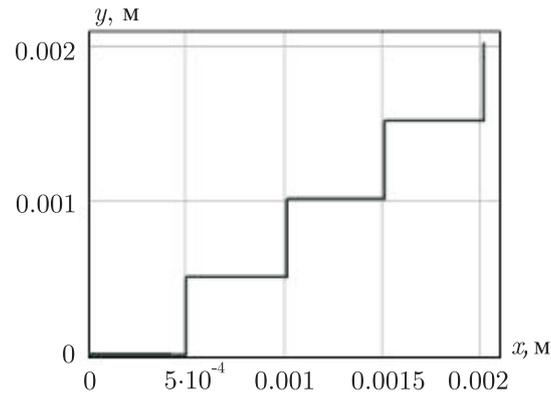


Рис. 10. Программно-управляемое движение робота по криволинейной траектории.

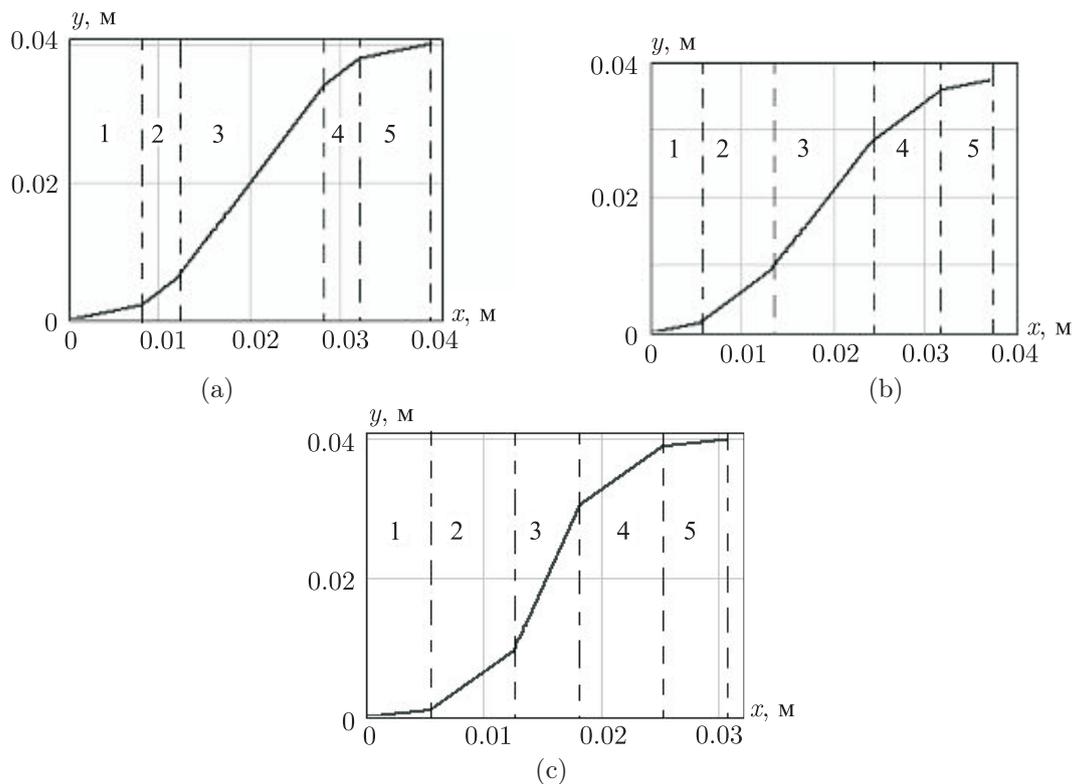


Рис. 11. Графики движения плавающего робота по криволинейным s-образным траекториям: (a)  $T_1 = T_5 = 1,5$  с,  $T_2 = T_4 = 1$  с,  $T_3 = 6$  с,  $\phi_1 = \phi_5 = 15^\circ$ ,  $\phi_2 = \phi_4 = 45^\circ$ ,  $\phi_3 = 60^\circ$ ; (b)  $T_1 = T_5 = 1$  с,  $T_2 = T_4 = 2$  с,  $T_3 = 4$  с,  $\phi_1 = \phi_5 = 15^\circ$ ,  $\phi_2 = \phi_4 = 45^\circ$ ,  $\phi_3 = 60^\circ$ ; (c)  $T_1 = T_5 = 1$  с,  $T_2 = T_4 = 2$  с,  $T_3 = 4$  с,  $\phi_1 = \phi_5 = 10^\circ$ ,  $\phi_2 = \phi_4 = 50^\circ$ ,  $\phi_3 = 75^\circ$ .

## 10. Заключение

В работе исследованы различные режимы управляемого движения трехмассового плавающего робота в жидкой среде с вязким сопротивлением при перемещении двух внутренних масс. Предложена модель взаимодействия робота с жидкой средой, изучено влияние угла наклона поплавков, амплитуды, частоты и начальной фазы колебаний внутренних масс на характер движения робота и его средние скорости.

Выявлено, что при синфазных колебаниях внутренних масс и равных углах наклона поплавков робот совершает прямолинейное движение вдоль продольной оси корпуса, причем в установившемся режиме при вертикальном расположении поплавков объект колеблется относительно некоторого положения равновесия, а при наличии асимметричного трения — движется в направлении меньшего коэффициента вязкости. Асимметричная модель вязкого сопротивления при разных углах наклона поплавков приводит к повороту робота относительно неподвижного центра масс корпуса, направление вращения определяется значениями углов наклона  $\gamma_{1,3}$ ,  $\gamma_{2,4}$ .

Линейные и угловая скорости объекта возрастают с увеличением амплитуды и круговой частоты движения внутренних масс, отношения  $\mu_{x0}^{\min}/\mu_{x0}^{\max}$ , параметра  $\chi$  и уменьшением коэффициента вязкости  $\mu_{y0}$ .

Предложен алгоритм программно управляемого движения устройства по криволинейной траектории, заключающийся в чередовании прямолинейного и вращательного перемещений корпуса за счет управления сдвигом фаз колебаний двух внутренних масс и углами наклона поплавков.

## Список литературы

- [1] Viba J., Fontaine J.-G., Kruusmaa M. Motion control optimization of robotic fish tail // J. of Vibroengineering, 2009, vol. 11, pp. 607–616.
- [2] Viba J., Kovals E., Kulikovskis G., Eiduks M., Fontain J.-G., Megill W. Floating robot motion dynamics analysis and control synthesis // Управляемые вибрационные технологии и машины / С. Ф. Яцун (ред.). Курск: Курск. гос. техн. ун-т, 2010. Ч. 2. С. 226–234.
- [3] Цыфанский С. Л., Виба Я. А., Кононова О. В., Якушевич В. А., Бересневич В. И. Расчет сил, возникающих на плавниковом вибродвигателе // Управляемые вибрационные технологии и машины / С. Ф. Яцун (ред.). Курск: Курск. гос. техн. ун-т, 2010. Ч. 1. С. 18–23.
- [4] Цыфанский С. Л., Виба Я. А., Якушевич В. А., Круусмаа М., Мегилл В. Исследование работы плавникового движителя гидробионта // Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем «DYVIS-2009»: Сб. тр. М.: РАН, 2009. С. 385–392.
- [5] Черноусько Ф. Л. Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // ПММ, 2008, т. 72, № 2, с. 202–215.
- [6] Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н. Мобильные роботы, управляемые движением внутренних тел // Тр. ИММ УрО РАН, 2010, т. 16, № 5, с. 213–222.
- [7] Черноусько Ф. Л. Анализ и оптимизация движения тела, управляемого посредством подвижной внутренней массы // ПММ, 2006, т. 70, № 6, с. 915–941.
- [8] Черноусько Ф. Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // Докл. РАН, 2005, т. 405, № 1, с. 56–60.
- [9] Черноусько Ф. Л. Оптимальное прямолинейное движение двухмассовой системы // ПММ, 2002, т. 66, № 1, с. 3–9.
- [10] Болотник Н. Н., Фигурина Т. Ю. Оптимальное управление прямолинейным движением твердого тела по шероховатой плоскости посредством перемещения двух внутренних масс // ПММ, 2008, т. 72, № 2, с. 216–229.
- [11] Фигурина Т. Ю. Оптимальное управление движением системы двух тел по прямой // Изв. РАН. Теория и системы управления, 2007, № 2, с. 65–71.
- [12] Болотник Н. Н., Зейдис И. М., Циммерман К., Яцун С. Ф. Динамика управляемых движений вибрационных систем // Изв. РАН. Теория и системы управления, 2006, № 5, с. 157–167.



- [13] Яцун С. Ф., Безмен П. А., Климов Г. В., Савин С. И. Математическое моделирование плавающего робота // Управляемые вибрационные технологии и машины / С. Ф. Яцун (ред.). Курск: Курск. гос. техн. ун-т, 2010. Ч. 2. С. 265–269.
- [14] Яцун С. Ф., Климов Г. В., Савин С. И. Метод определения коэффициента вязкого сопротивления движения плавающего робота // Управляемые вибрационные технологии и машины / С. Ф. Яцун (ред.). Курск: Курск. гос. техн. ун-т, 2010. Ч. 2. С. 334–341.
- [15] Волкова Л. Ю., Лупехина И. В., Безмен П. А. Исследование движения виброробота по горизонтальной поверхности // Мехатроника, робототехника: Современное состояние и тенденции развития / С. Ф. Яцун (ред.). Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2011. С. 82–91.
- [16] Волкова Л. Ю., Яцун С. Ф., Лупехина И. В. Исследование движения трехмассового виброробота по криволинейной траектории // Актуальные проблемы механики / Л. А. Игумнов (ред.). Нижний Новгород: Изд-во Нижегородск. гос. ун-та им. Н. И. Лобачевского, 2011. С. 22–23.
- [17] Яцун С. Ф., Волкова Л. Ю. Исследование управляемого движения вибрационного робота по плоской поверхности // Всероссийск. научн. школа «Современная мехатроника». Орехово-Зуево, 2011. С. 118–121.
- [18] Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1986. 452 с.
- [19] Verlet L. Computer «experiments» on classical fluids: 1. Thermodynamic properties of Lennard-Jones molecules // Phys. Rev., 1967, vol. 159, pp. 98–103.

### Control of the three-mass robot moving in the liquid environment

Lyudmila Yu. Volkova<sup>1</sup>, Sergey F. Jatsun<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>South-West State University

50 let Oktyabrya, 94, Kursk, 305040, Russia

<sup>1</sup>mila180888@yandex.ru, <sup>2</sup>teormeh@inbox.ru

The mathematical model of the floating robot moving on the curvilinear trajectory on a liquid environment at the expense of movement of two internal masses and external force of the viscous friction is presented. Results of modeling of movement of the object are received.

MSC 2010: 70E60, 68T40

Keywords: three-mass robot, force of viscous friction, liquid environment, control system, curvilinear trajectory, program-controlled movement

Received November 29, 2011, accepted December 13, 2011

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2011, vol. 7, no. 4 (Mobile Robots), pp. 845–857 (Russian)