

ГОСУДАСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи
УДК 517.934

ЧИРКОВА ЛЮБОВЬ СЕРГЕЕВНА

**НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ УКЛОНЕНИЯ ОТ МНОГИХ
ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЕЙ**

01.01.02 – дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ижевск 2007 г.

Работа выполнена в ГОУ ВПО «Удмуртский государственный университет».

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук,
доцент Н. Н. Петров

Официальные оппоненты – доктор физико-математических наук,
профессор В. В. Захаров
кандидат физико-математических наук,
доцент С. В. Лутманов

Ведущая организация – Институт математики и механики УрО РАН

Защита состоится на заседании диссертационного совета
К 212.275.04 при Удмуртском государственном университете по адресу:
г. Ижевск, ул. Университетская 1 (корп. 4), Математический факультет.
E-mail: imi@uni.udm.ru

"....." 2007 г. в 14 часов в ауд. 216.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Удмуртского
государственного университета.

Автореферат разослан "....." 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

к.ф.-м.н., доцент Н. Н. Петров

Актуальность темы. Теория конфликтно управляемых процессов представляет собой интенсивно развивающийся раздел современной математики. В данной теории исследуются задачи управления динамическими процессами в условиях конфликта, который предполагает наличие двух или более сторон, способных воздействовать на процесс с противоположными или несовпадающими целями. Динамические процессы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, называют также дифференциальными играми.

Развитие теории дифференциальных игр стимулировалось наличием реальных прикладных задач, имеющих значение для механики, экономики, военного дела, радиоэлектроники, биологии и других областей.

Становление этой теории связано с исследованиями Р. Айзекса, А. Брайсона, У. Флеминга, Ю. Хо, Б. Н. Пшеничного, Л. А. Петросяна.

В Советском Союзе активная разработка теории дифференциальных игр началась после фундаментальных работ Н. Н. Красовского и Л. С. Понтрягина. Существенный вклад в эту разработку внесли В. Д. Батухтин, Р. В. Гамкрелидзе, Н. Л. Григоренко, П. Б. Гусятников, В. И. Жуковский, М. И. Зеликин, А. Ф. Клейменов, А. В. Кряжковский, А. Б. Куржанский, В. Н. Лагунов, А. А. Меликян, Е. Ф. Мищенко, М. С. Никольский, Ю. С. Осипов, А. Г. Пашков, Н. Н. Петров, Г. К. Пожарицкий, Е. С. Половинкин, Н. Ю. Сатимов, А. И. Субботин, Н. Н. Субботина, В. Е. Третьяков, Н. Т. Тынянский, В. И. Ухоботов, В. Н. Ушаков, А. Г. Ченцов, Ф. Л. Черноусько, А. А. Чикрий и многие другие авторы.

Из зарубежных авторов можно в первую очередь отметить работы Л. Берковича, Д. Брейквелла, Н. Калтона, А. Фридмана, Р. Эллиота, Дж. Лейтмана, Р. П. Иванова и других авторов.

Одним из важных разделов теории дифференциальных игр являются задачи преследования-убегания с участием группы управляемых объектов, хотя бы с одной из противоборствующих сторон. При этом ситуация может быть осложнена наличием ограничений на состояния объектов.

Одна из первых задач, линейная глобальная задача уклонения, была поставлена Л. С. Понтрягиным и Е. Ф. Мищенко¹. В этом направлении следует отметить также работы А. Азамова, М. С. Габриэляна, В. Л. Зака, А. В. Мезенцева, В. В. Остапенко, И. С. Раппопорта, В. С. Пацко, Б. Б. Рихсиева, С. И. Тарлинского и других авторов.

¹Понтрягин Л. С., Мищенко Е. Ф. Задача об убегании одного управляемого объекта от другого// ДАН СССР, 1969, Т. 189, №4, С. 721-723

Наибольшую трудность для исследований представляет задача уклонения с участием нескольких лиц (с терминальным множеством сложной структуры)²³⁴. Специфика этих задач требует создания новых методов их исследования. Весьма актуальной представляется проблема выяснения возможности уклонения многих убегающих от многих преследователей. Этой проблеме и посвящена диссертационная работа.

Цель данной работы – изучение задач убегания с участием группы управляемых объектов, хотя бы с одной из противоборствующих сторон, и нахождение условий разрешимости в этих задачах.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми и снабжены полными доказательствами:

1. Получены достаточные условия уклонения от встречи одного убегающего от группы преследователей в дифференциальной игре третьего порядка с равными динамическими и инерционными возможностями всех участников.

2. Доказана возможность уклонения от встречи одного инерционного объекта от группы инерционных преследователей при условии, что количество преследователей меньше размерности фазового пространства, а убегающий не покидает пределы выпуклого конуса.

3. Получены достаточные условия уклонения от встречи в нестационарной задаче группового преследования со многими убегающими и многими преследователями.

4. Получены достаточные условия уклонения от «мягкой поимки» одного убегающего от группы преследователей в дифференциальных играх второго и третьего порядка.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Все результаты могут быть использованы для дальнейших исследований по теории дифференциальных игр со многими участниками.

²Чикрий А. А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наук. думка, 1992

³Петров Н. Н., Петров Н. Никандр. О дифференциальной игре "казаки-разбойники" // Дифф. уравнения, 1983, Т. 19, №8, С. 1366-1374

⁴Григоренко Н. Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: МГУ, 1990

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались:

– на Международной конференции «Control Applications of Optimization 11th IFAC INTERNATIONAL WORKSHOP» (Санкт-Петербург, 2000);

– на Пятой Российской университетско-академической научно-практической конференции (Ижевск, 2004);

– на Шестой Российской университетско-академической научно-практической конференции (Ижевск, 2004);

– на Научной конференции «Теория управления и математическое моделирование», посвященная 50-летию ИжГТУ и 30-летию кафедры ПМИ ИжГТУ (Ижевск, 2006);

– на Ижевском городском семинаре по дифференциальным уравнениям и теории управления (Ижевск, 2006);

– на Международной научной конференции «Теория управления и математическое моделирование» (Ижевск, 2006).

Работа поддержана программой «Университеты России» (грант 34126).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, 6 параграфов, 11 рисунков и списка литературы. Объем работы 132 страницы. Список литературы включает 209 наименований.

Краткое содержание работы

Работа состоит из трех глав и шести параграфов. Все представленные в ней задачи — задачи уклонения от встречи со многими участниками, имеющими равные динамические возможности. Все дифференциальные игры рассматриваются в пространстве $\mathbb{R}^n (n \geq 2)$.

Первая глава содержит два параграфа и посвящена нестационарной задаче простого преследования.

Первый параграф носит вспомогательный характер, в нем приведены леммы и определения из выпуклого анализа, которые используются для доказательства теорем и следствий второго параграфа.

Во втором параграфе рассматривается дифференциальная игра $\nu + \mu$ лиц: ν преследователей P_1, \dots, P_ν и μ убегающих E_1, \dots, E_μ . Закон движения преследователя P_i и убегающего E_j имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= B(t)u_i, \quad \|u_i\| \leq 1, \quad x_i(t_0) = x_i^0, \quad i = 1, \dots, \nu, \\ \dot{y}_j &= B(t)v_j, \quad \|v_j\| \leq 1, \quad y_j(t_0) = y_j^0, \quad j = 1, \dots, \mu. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $B(t)$ — непрерывная для почти всех $t \geq t_0$ матричная функция такая, что $\|B(t)\| \leq C$ для почти всех $t \geq t_0$.

Определение 1. Для конфликтно управляемого процесса (1) из начального состояния $z^0 = (x_1^0, \dots, x_\nu^0, y_1^0, \dots, y_\mu^0)$, где $x_i^0, y_j^0 \in \mathbb{R}^n$, на интервале $[t_0, +\infty)$ разрешима задача убегаания, если существуют такие измеримые функции $v_j(t)$, $\|v_j(t)\| \leq 1$, $j = 1, \dots, \mu$, $t \geq t_0$, что при любых измеримых функциях $u_i(t)$, $\|u_i(t)\| \leq 1$, $i = 1, \dots, \nu$, $t \geq t_0$, найдется номер j , при котором выполнены неравенства $x_i(t) \neq y_j(t)$ для всех $t \geq t_0$ и всех $i = 1, \dots, \nu$.

При этом в момент $t \geq t_0$ управления убегающих формируются на основе уже реализовавшейся позиции $(x_1(t), \dots, x_\nu(t), y_1(t), \dots, y_\mu(t))$, где $x_i(t), y_j(t) \in \mathbb{R}^n$, а управления преследователей — на основе любой мыслимой информации.

Пусть G — некоторое непустое подмножество пространства \mathbb{R}^n . Обозначим $x = (x_1, \dots, x_\nu)$, $y = (y_1, \dots, y_\mu)$, где $x_i, y_j \in \mathbb{R}^n$, и определим множества индексов

$$I(x, G) = \{i : i \in \{1, \dots, \nu\}, x_i \in G\},$$

$$J(y, G) = \{j : j \in \{1, \dots, \mu\}, y_j \in G\},$$

причем, если существуют индексы $j_l \in J(y(t), \partial G)$, $l = 1, \dots, s$, $s > 1$, $j_1 < j_2 < \dots < j_s$, такие, что $y_{j_1}(t) = y_{j_2}(t) = \dots = y_{j_s}(t)$, то полагаем $j_l \notin J(y(t), \partial G)$ для $l = 2, \dots, s$.

Теорема 1. Пусть задан конфликтно управляемый процесс (1). Если существует непустое выпуклое множество G такое, что справедливо неравенство $|J(y(t_0), \partial G)| > |I(x(t_0), \mathbb{R}^n \setminus G)|$, то для конфликтно управляемого процесса (1) из начального состояния z^0 возможно убегаание.

Следствие 1. Пусть задан конфликтно управляемый процесс (1). Если существует вектор $p \in \partial S$ и индекс $j \in \{1, \dots, \mu\}$, такие, что $\max_{i \in \{1, \dots, \nu\}} (p, x_i^0 - y_j^0) \leq 0$. Тогда из начального состояния z^0 возможно убегаание.

Следствие 2. Пусть законы движения преследователя P_i и убегающего E_j имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= Ax_i + u_i, & \|u_i\| &\leq 1, & x_i(t_0) &= x_i^0, & i &= 1, \dots, \nu, \\ \dot{y}_j &= Ay_j + v_j, & \|v_j\| &\leq 1, & y_j(t_0) &= y_j^0, & j &= 1, \dots, \mu, \end{aligned} \quad (2)$$

где A — матрица порядка n , и пусть существует такое непустое выпуклое множество G , что $|J(y(t_0), \partial G)| > |I(x(t_0), \mathbb{R}^n \setminus G)|$. Тогда из началь-

ного состояния z^0 в дифференциальной игре (2) для любого $T > t_0$ на отрезке $[t_0, T]$ происходит уклонение от встречи.

Т е о р е м а 2. Пусть задан конфликтно управляемый процесс (1). И пусть существуют множества $G_1, G_2 \in \text{co}K(\mathbb{R}^n)$ такие, что $x_i^0 \in G_1 \cup G_2$ для любого $i \in \{1, \dots, \nu\}$, и

$$|J(y(t_0), \mathbb{R}^n \setminus (G_1 \cup G_2))| + |J(y(t_0), \partial G_2)| > |I(x(t_0), G_1 \setminus G_2)|, \quad (3)$$

тогда из начального состояния z^0 возможно уклонение.

С л е д с т в и е 3. Пусть задан конфликтно управляемый процесс (1). Существуют гиперплоскости

$$H_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid (p, x) = \alpha\},$$

$$H_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid (p, x) = \alpha + \epsilon, \epsilon > 0\}, \quad p \in \mathbb{R}^n, \alpha \in \mathbb{R},$$

и множества $I_1 \subset \{1, \dots, \nu\}$, $J \subset \{1, \dots, \mu\}$, такие, что

$$1. \quad (p, x_i^0) \leq \alpha, \quad i \in I_1;$$

$$(p, x_i^0) \geq \alpha + \epsilon, \quad i \in I_2 = \{1, \dots, \nu\} \setminus I_1;$$

$$2. \quad \alpha < (p, y_j^0) < \alpha + \epsilon, \quad j \in J;$$

$$3. \quad |J| > |I_1|.$$

Тогда из начального состояния z^0 возможно уклонение.

С л е д с т в и е 4. Пусть существуют множества $G_1, G_2 \in \text{co}K(\mathbb{R}^n)$ такие, что $x_i^0 \in G_1 \cup G_2$, для любого $i \in \{1, \dots, \nu\}$, и выполнено неравенство (3). Тогда для дифференциальной игры (2) из начального состояния z^0 для любого $T > t_0$ на отрезке $[t_0, T]$ происходит уклонение от встречи.

Вторая глава состоит из двух параграфов и посвящена задачам уклонения от группы инерционных объектов. В первом параграфе рассматривается дифференциальная игра второго порядка в которой участвуют k преследователей P_1, \dots, P_k и убегающий E . Закон движения каждого из преследователей имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i &= u_i, & \|u_i\| &\leq 1, \\ x_i(0) &= x_i^0, & \dot{x}_i(0) &= \dot{x}_i^0. \end{aligned} \quad (4)$$

Закон движения убегающего имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= v, & \|v\| &\leq 1, \\ y(0) &= y^0, & \dot{y}(0) &= \dot{y}^0. \end{aligned} \quad (5)$$

Дополнительно предполагается, что убегающий в процессе игры не покидает пределы множества D вида

$$D = \{y \mid y \in \mathbb{R}^n, (q_j, y) \leq 0, j = 1, \dots, m\},$$

где q_j — единичные векторы.

Вместо систем (4), (5) рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_i &= u_i - v, \\ z_i(0) &= z_i^0 = x_i^0 - y^0, \\ \dot{z}_i(0) &= \dot{z}_i^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}^0. \end{aligned} \quad (6)$$

Определение 2. Из начального состояния $z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \dots, z_k^0, \dot{z}_k^0)$ в дифференциальной игре (6) возможно убежание, если по любым измеримым функциям $u_i(t)$, $0 \leq t \leq +\infty$, $u_i(t) \in S$, $i \in \mathbb{N}_k$, можно построить такую измеримую функцию $v(t)$, $0 \leq t \leq +\infty$, $v(t) \in S$, что $\|z_i(t)\| \neq 0$ для всех $i \in \mathbb{N}_k$, $t \geq 0$, и $y(t) \in D$ для всех $t \geq 0$.

При этом в момент $t \geq 0$ управление убегающего формируется на основе информации о состоянии $(z_1(s), \dot{z}_1(s), \dots, z_k(s), \dot{z}_k(s))$ при $s \leq t$ и о значениях $u_i(t)$, $i \in \mathbb{N}_k$, в тот же момент времени. Управление преследователей в момент $t \geq 0$ формируется на основе информации о состоянии $z(t)$ дифференциальной игры (6).

Теорема 3. Если $k \leq n - 1$, $\dot{y}^0 \in D$, то в игре (6) из начального состояния $z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \dots, z_k^0, \dot{z}_k^0)$ возможно убежание.

Во втором параграфе рассматривается дифференциальная игра третьего порядка, в которой участвуют k преследователей P_1, \dots, P_k и убегающий E . Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i &= u_i, \quad \|u_i\| \leq 1, \\ x_i(0) &= x_i^0, \quad \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i^0, \quad \ddot{x}_i(0) = \ddot{x}_i^0. \end{aligned} \quad (7)$$

Закон движения убегающего E имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= v, \quad \|v\| \leq 1, \\ y(0) &= y^0, \quad \dot{y}(0) = \dot{y}^0, \quad \ddot{y}(0) = \ddot{y}^0. \end{aligned} \quad (8)$$

Вместо систем (7), (8) рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_i &= u_i - v, & z_i(0) &= z_i^0 = x_i^0 - y^0, \\ \dot{z}_i(0) &= \dot{z}_i^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}^0, & \ddot{z}_i(0) &= \ddot{z}_i^0 = \ddot{x}_i^0 - \ddot{y}^0. \end{aligned} \quad (9)$$

Определение 3. Говорят, из начального состояния

$$z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \ddot{z}_1^0, \dots, z_k^0, \dot{z}_k^0, \ddot{z}_k^0)$$

в дифференциальной игре (9) возможно убежание, если по любым измеримым функциям $u_i(t)$, $0 \leq t < +\infty$, $u_i(t) \in S$, $i \in \mathbb{N}_k$, можно построить такую измеримую функцию $v(t)$, $0 \leq t < +\infty$, $v(t) \in S$, что $\|z_i(t)\| \neq 0$ для любого $i \in \mathbb{N}_k$, $t \geq 0$. При этом в момент времени $t \geq 0$ управление убегающего формируется на основе информации о состоянии $(z_1(s), \dot{z}_1(s), \ddot{z}_1(s), \dots, z_k(s), \dot{z}_k(s), \ddot{z}_k(s))$ при $s \leq t$ и о значениях $u_i(t)$, $i \in \mathbb{N}_k$, в тот же момент времени. Управление преследователей в момент $t \geq 0$ формируется на основе информации о состоянии $z(t)$ дифференциальной игры (9).

Т е о р е м а 4. Если $0 \notin \text{co}\{\bigcup_{i=1}^k \ddot{z}_i^0\}$, то в игре (9) из начального состояния $z^0 = (z_1^0, \dot{z}_1^0, \ddot{z}_1^0, \dots, z_k^0, \dot{z}_k^0, \ddot{z}_k^0)$ возможно убежание.

Третья глава состоит из двух параграфов и посвящена задачам уклонения от «мягкой поимки». В первом параграфе рассматривается дифференциальная игра второго порядка, в которой участвуют k преследователей P_1, \dots, P_k и убегающий E .

Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i + a\dot{x}_i + bx_i &= u_i, & \|u_i\| &\leq 1, \\ x_i(0) &= x_i^0, \\ \dot{x}_i(0) &= \dot{x}_i^0. \end{aligned} \tag{10}$$

Закон движения убегающего E имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + ay + by &= v, & \|v\| &\leq 1, \\ y(0) &= y^0, & \dot{y}(0) &= \dot{y}^0. \end{aligned} \tag{11}$$

Функции u_i , v — кусочно-постоянные. В уравнениях (10), (11) константы a , b такие, что $\lambda_1 \neq \lambda_2$, λ_1 , λ_2 — отрицательные вещественные корни характеристического уравнения $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$.

Определение 4. Говорят, что в дифференциальной игре (10), (11) возможно убежание, если существует такая кусочно-постоянная функция $v(t)$, $\|v(t)\| \leq 1$, $t \geq 0$, что при любых кусочно-постоянных функциях $u_i(t)$, $\|u_i(t)\| \leq 1$, $i = 1, \dots, k$, $t \geq 0$, пара $(x_i(t), y(t))$ для $t \geq 0$ не попадает на терминальное множество

$$M = \{x_i(t) = y(t), \dot{x}_i(t) = \dot{y}(t), t \geq 0\}.$$

При этом в момент $t \geq 0$ управление убегающего формируется на основе информации $(y(s), \dot{y}(s), x_1^0, \dot{x}_1^0, \dots, x_k^0, \dot{x}_k^0)$, $s \leq t$, и о значениях $u_i(t)$, $i = 1, \dots, k$, в тот же момент времени. Управление преследователей формируется на основе информации о состоянии

$$(y(t), \dot{y}(t), x_1(t), \dot{x}_1(t), \dots, x_k(t), \dot{x}_k(t))$$

дифференциальной игры (10), (11).

Т е о р е м а 5. В дифференциальной игре (10), (11) возможно убежание.

Во втором параграфе рассматривается дифференциальная игра третьего порядка, в которой участвуют три преследователя P_1, P_2, P_3 и два убегающих E_1, E_2 .

Закон движения преследователя P_i имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i &= u_i, & \|u_i\| &\leq 1, \\ x_i(0) &= x_i^0, & \dot{x}_i(0) &= \dot{x}_i^0, & \ddot{x}_i(0) &= \ddot{x}_i^0. \end{aligned} \quad (12)$$

Закон движения убегающего E_j имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_j &= v_j, & \|v_j\| &\leq 1, \\ y_j(0) &= y_j^0, & \dot{y}_j(0) &= \dot{y}_j^0, & \ddot{y}_j(0) &= \ddot{y}_j^0. \end{aligned} \quad (13)$$

Вместо систем (12), (13) рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{ij} &= u_i - v_j, & z_{ij}(0) &= z_{ij}^0 = x_i^0 - y_j^0, \\ \dot{z}_{ij}(0) &= \dot{z}_{ij}^0 = \dot{x}_i^0 - \dot{y}_j^0, & \ddot{z}_{ij}(0) &= \ddot{z}_{ij}^0 = \ddot{x}_i^0 - \ddot{y}_j^0. \end{aligned} \quad (14)$$

Определение 5. Говорят, из начального состояния

$$z^0 = (z_{11}^0, \dot{z}_{11}^0, \ddot{z}_{11}^0, \dots, z_{32}^0, \dot{z}_{32}^0, \ddot{z}_{32}^0)$$

в дифференциальной игре (14) возможно убежание, если по любым измеримым функциям $u_i(t)$, $0 \leq t < +\infty$, $u_i(t) \in S$, $i = 1, 2, 3$, можно построить такие измеримые функции $v_j(t) \in S$, $0 \leq t < +\infty$, $j = 1, 2$, что найдется номер $s \in \{1, 2\}$ такой, что для всех $i \in \{1, 2, 3\}$, $t \geq 0$, справедливо неравенство $\|z_{is}(t)\| + \|\dot{z}_{is}(t)\| > 0$.

При этом в момент $t \geq 0$ управление убегающего формируется на основе информации о состоянии дифференциальной игры

$$(z_{11}(\tau), \dot{z}_{11}(\tau), \ddot{z}_{11}(\tau), \dots, z_{32}(\tau), \dot{z}_{32}(\tau), \ddot{z}_{32}(\tau))$$

при $\tau \leq t$ и о значениях $u_i(t)$, $i \in \{1, 2, 3\}$, в тот же момент времени. Управление преследователей в момент $t \geq 0$ формируется на основе информации о состоянии $z(t)$ дифференциальной игры (14).

Т е о р е м а 6. В дифференциальной игре (14) из начального состояния z^0 возможно убежание.

Публикации по теме диссертации

1. *Чиркова Л.С.* Уклонение от группы инерционных объектов// Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. №3. с.45-53.

2. *Чиркова Л.С.* Уклонение от группы инерционных объектов в конусе// Известия ИМИ. №2(19). 2000. Ижевск: Изд-во УдГУ. с. 59-72.

3. *Vagin D.A., Chirkova L.S., Petrov N.N.* About some problems of group pursuit// Control Applications of Optimization 11th IFAC INTERNATIONAL WORKSHOP. 3-6 July. 2000. Abstracts. S-P. 2000. p. 197-198.

4. *Чиркова Л.С.* Нестационарная задача простого преследования со многими убегающими// Пятая Российская университетско-академическая научно-практическая конференция: Тезисы докладов. Часть 10. Ижевск: Изд-во УдГУ. 2001. с. 39.

5. *Чиркова Л.С.* Убежание в одной задаче о «мягкой поимке»// Известия ИМИ. №2(30). 2004. Ижевск: Изд-во УдГУ. с. 97-106.

6. *Чиркова Л.С.* Уклонение в задаче о «мягкой поимке»// Шестая Российская университетско-академическая научно-практическая конференция: Материалы конференции. Часть 2. Ижевск: УдГУ. 2004.

7. *Чиркова Л.С.* Уклонение от группы инерционных объектов// Известия ИМИ. №4(34). 2005. Ижевск: Изд-во УдГУ. с. 11-40.

8. *Чиркова Л.С.* Некоторые задачи уклонения от многих преследователей// Известия ИМИ. 2(36). 2006. Ижевск: Изд-во УдГУ. с. 105-108.

9. *Чиркова Л.С.* Уклонение от группы инерционных объектов// Известия ИМИ. 3(37). 2006. Ижевск: Изд-во УдГУ. с. 167-168.